Olena Riabucho (Słowiańsk)

PRACE Z TEORII GALOIS PRZEMYSKIEGO NAUCZYCIELA KLEMENSA HLIBOWICKIEGO (1875-1907)

Moje zainteresowanie tematem było inspirowane artykułem profesora A. Schinzla: *Historia teorii liczb w Polsce w latach 1851-1950*, Wiadomości matematyczne, Seria II, t. XXXI (1993), 19-50.

Artykuł ten opowiadał między innymi o pracach matematyków narodowości ukraińskiej, wydrukowanych w czasopiśmie Stowarzyszenia naukowego imienia Szewczenki, które działało na terenach Państwa Austro-Węgierskiego, a później Polski w latach 1872-1939. W 1893 roku we Lwowie rozpoczęto wydawanie czasopisma *Zapiski Stowarzyszenia naukowego imienia Szewczenki* (dalej krótko *Zapiski*). Było to pierwsze czasopismo naukowe w języku ukraińskim. Na terytorium państwa rosyjskiego do 1917 roku używanie publicznie języka ukraińskiego było zabronione. Szczególnie zabronione było drukowanie książek, czasopism i gazet w języku ukraińskim.

W 1897 roku we Lwowie dodatkowo rozpoczęto wydawanie nowego czasopisma *Zbirnyk matematyczno-pryrodnyczolikarjkoij sekcji* Stowarzyszenia naukowego imienia Szewczenki (dalej krótko *Zbirnyk*). W *Zapiskach* był wydrukowany pierwszy artykuł matematyczny w języku ukraińskim, a w *Zbirnyku* pierwsza monografia matematyczna w języku ukraińskim. Była to praca Mikołaja Czajkowskiego *Równania metacykliczne i ich grupy*, t. XIV (1910), 1-145. W czasach radzieckich czasopisma te były niedostępne, ponieważ znajdowały się w bibliotekach i w archiwach specjalnych.

W pracy profesora Schinzla przeanalizowano kilka artykułów, wydrukowanych w *Zapiskach*, w szczególności artykuły W. Lewickiego, T. Ciuropajlowicza, M. Czajkowskiego. Spróbowałam znaleźć te artykuły w Centralnej Bibliotece naukowej Ukrainy w Kijowie. Nie było to łatwe, ponieważ na początku nie rozumiałam nawet, że chodzi o dwa różne czasopisma. Czasopismo *Zapiski* było o profilu humanistycznym, ale w pierwszych 5 tomach zawierało także artykuły matematyczno-przyrodnicze.

Wydawanie obu czasopism było przerwane w 1939 roku po zajęciu Lwowa przez wojska radzieckie. Wydawanie czasopisma *Zapiski* było wznowione w roku 1947 w Stanach Zjednoczonych. Czasopismo *Zbirnyk* więcej już nie było drukowane. Za cały okres 1897-1939 wydrukowano 32 tomy czasopisma. Każdy tom zawierał od jednego do trzech numerów. W tomach 1-19 (do roku 1920) numeracja stron była osobna dla każdego z artykułów, a dalej – zwykła. Było to spowodowane faktem, iż na początku artykuły były drukowane także w postaci książeczek.

Klemens Hlibowicki był jednym z pierwszych autorów czasopisma. Jego artykuł *Równanie stopnia piątego* ukazał się w t.2 „Zbirnyka" (1897), 1-36.

Rys biograficzny

Klemens Hlibowicki urodził się w 1875 roku we wsi Machniwcy, powiat Brzeżański, niedaleko Lwowa, w rodzinie księdza kościoła grecko-katolickiego. W roku 1892 ukończył gimnazjum w Brzeżanach i w latach 1892-1896 studiował na Uniwersytecie Jana Kazimierza we Lwowie. Pracę naukową rozpoczął pod kierunkiem profesora Józefa Puzyny. Po ukończeniu Uniwersytetu przez dwa lata był zatrudniony jako zastępca nauczyciela matematyki w wyższym (polskim) gimnazjum w Tarnopolu. W roku 1898 złożył egzamin na stanowisko nauczyciela gimnazjalnego i w tym roku był mianowany nauczycielem matematyki i fizyki wyższego gimnazjum ukraińskiego w Przemyślu. Na tym stanowisku był zatrudniony przez 10 lat, aż do śmierci 24 kwietnia 1907 roku. Całe życie był chorowity. Chorował na serce. Na kilka lat przed śmiercią miał otwarty przewód doktorski na Uniwersytecie Jana Kazimierza pod kierunkiem profesora J. Puzyny. Praca doktorska z teorii Galois była już prawie zakończona, ale niestety, do obrony nie doszło.

Prace naukowe

Prace naukowe K.Hlibowickiego dotyczą teorii Galois i teorii równań różniczkowych. Spis jego prac jest następujący:

[1] Równanie stopnia piątego, *Zbirnyk* t. 2. (1897), 1-36. (w języku ukraińskim)

[2] O niemożliwości rozwiązania algebraicznego ogólnych równań stopnia wyższego niż czwarty. Sprawozdanie Dyrekcji Gimnazjum Wyższego w Tarnopolu, 1898, 1-26.

[3] Prawa ruchu wahadła, *Zbirnyk*, t. 3, N 2 (1898), 1-14. (w języku ukraińskim)

[4] Całki równań różniczkowych pierwszego rzędu w punktach osobliwych krotności *n*. Sprawozdanie Dyrekcji Gimnazjum Wyższego w Przemyślu, 1899, 1-30.

[5] N.H.Abel i jego znaczenie w matematyce. *Zbirnyk* t. 9 (1903), 1-88. (w języku ukraińskim)

Taki spis prac Hlibowickiego znalazłam w artykule W. Lewickiego *Klemens Hlibowicki* (*wspomnienie pośmietne*) *Zbirnyk*, t. 12 (1908), 1-6. Dostępne były tylko artykuły [1], [3], [5]. Teorii Galois są poświęcone artykuły [1], [2] i (częściowo) [5] . Artykuł [2] jest skróconym wariantem artykułu [1]. Artykuł [5] został napisany z okazji stulecia urodzin wybitnego matematyka N. H. Abela, na zamówienie sekcji Stowarzyszenia naukowego imienia Szewczenki. Jest to przegląd podstawowych prac N. H. Abela, uzupełniony krótką notką biograficzną. Omówiono tam także prace o rozwiązywaniu równań algebraicznych przez pierwiastniki. Autor podaje skrócony przegląd wyników tej teorii, odsyłając czytelnika do swojego artykułu [1].

Analiza artykułu *Równanie stopnia piątego*

Praca ta składa się ze wstępu i dwóch rozdziałów. We wstępie autor podaje krótką charakteryzację historii badań problemu rozwiązania równań algebraicznych przez pierwiastniki. W szczególności autor przypomina wyniki Cardano, Ferrariego, Tartaglii, Ruffiniego. Dalej krótko omawia wyniki Abela i Galois, a w końcu – wyniki Hermite'a i Kroneckera o rozwiązalności równań algebraicznych przy pomocy funkcji eliptycznych. Za cel swojej pracy autor uważa uproszczenie ogólnych wyników Abela, Galois, Hermite'a dla równań stopnia 5 i rozwinięcie całej teorii Abela-Galois-Hermite'a dla równań piątego stopnia.

Rozdział 1 artykułu jest podzielony na dwa podrozdziały: *Wyniki Abela* oraz *Wyniki Galois*. Autor definiuje funkcje algebraiczne jako takie, które mogą być skonstruowane ze zmiennych x_1, x_2, …i stałych za pomocą działań arytmetycznych i pierwiastkowania. Równanie

$$a_0x^n + a_1x^{n-1} + \ldots + a_{n-1}x + a_n = 0 \qquad (1)$$

może być rozwiązane w sposób algebraiczny, jeżeli jego pierwiastki są wartościami pewnej funkcji algebraicznej jego współczynników. Warunki rozwiązalności algebraicznej równań przedstawia następujące twierdzenie:

Twierdzenie 1. *Równanie (1) jest rozwiązalne algebraicznie, wtedy i tylko wtedy, gdy każdy pierwiastek tego równania wyraża się przez pewne pierwiastki stopnia drugiego z funkcji wymiernej.*

Potem autor dyskutuje kwestię działań permutacji na funkcje wymierne i ilość różnych wartości funkcji wymiernej $f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ przy permutacjach dla ustalonych wartości argumentów. W ogólnym przypadku ta liczba jest dzielnikiem $n!$. Jest to oszacowanie górne, a oszacowanie dolne wynika z następującego twierdzenia:

Twierdzenie 2. *Liczba różnych wartości, które funkcja wymierna n zmiennych przyjmuje przy permutacjach danych n liczb jako wartości zmiennych nie jest mniejsza niż największa liczba pierwsza ≤ n lub równa się 2 lub 1.*

Dalej autor bada funkcje wymierne o 5 zmiennych, które przy permutacjach zmiennych mają dokładnie 5 wartości. Udowadnia, że jeżeli wymierne funkcje $f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ przyjmują przy permutacjach zmiennych m wartości, to istnieje równanie stopnia m takie, że jego pierwiastki są dokładnie tymi wartościami, ale nie istnieje takie równania stopnia mniejszego.

Twierdzenie o niemożliwości rozwiązania algebraicznego ogólnego równania stopnia 5 redukuje się w ten sposób do badania funkcji wymiernych o 5 zmiennych, które otrzymują m różnych wartości przy permutacjach zmiennych, gdzie m jest liczbą pierwszą, $m \mid 5!$. A zatem $m = 2, 3, 5$. Funkcja wymierna o 5 zmiennych nie może przy permutacjach wartości argumentów mieć dokładnie 3 wartości. A zatem wystarczy zbadać przypadki $m = 2$ i $m = 5$. Przypadek $m = 5$ łatwo można wyeliminować i pozostaje przypadek $m = 2$. Każda funkcja wymierna względem $x_1, x_2, \ldots, x_5$, która przy permutacjach zmiennych przyjmuje dokładnie dwie wartości ma postać

$$v = \alpha + \beta\sqrt{\Delta},$$

gdzie α, β są funkcjami symetrycznymi względem $x_1, x_2, \ldots, x_5$, a

$$\Delta = \prod_{i<j}(x_i - x_j).$$

Za pomocą takiej reprezentacji udowodnił, że przypadek $m = 2$ jest także niemożliwy. Kryterium Galois rozwiązalności równań przez pierwiastniki sformułował w postaci arytmetycznej. We współczesnej terminologii algebry jest to następujące twierdzenie:

Twierdzenie 3. *Warunkiem koniecznym i wystarczającym algebraicznej rozwiązalności równania jest, aby jego grupa Galois posiadała ciąg normalny, którego czynniki są grupami rzędu pierwszego.*

W tej części pracy autor cytuje i powołuje się na monografie:

E. Netto, *Die Substitutionentheorie und ihre Anwendungen auf die Algebra*, Leipzig, Teubner, 1882.

N. Vogt, *Leçons sur la résolution algébrique des équations*, Paris, Nony, 1895.

Rozdział 2 artykułu *Wyniki Hermite'a* jest poświęcony badaniom Hermite'a o rozwiązalności równań algebraicznych za pomocą funkcji eliptycznych. Każde równanie stopnia 5

$$a_0x^5 + a_1x^4 + a_2x^3 + a_3x^2 + a_4x + a_5 = 0$$

może być przekształcone do postaci Bringa-Jerrarda

$$x^5 + x + b = 0.$$

Badania Hermite'a dotyczą tego typu równań.

Przypominamy, że funkcję f zmiennej zespolonej z nazywamy eliptyczną, jeżeli jest ona okresowa w dwóch kierunkach, tzn. istnieją liczby zespolone a, b takie, że

$$f(z + a) = f(z + b) = f(z).$$

Podstawowe funkcje eliptyczne mogą być zdefiniowane na różne sposoby. Są to funkcje

$$\begin{gathered} sn\ u \text{ (sinus eliptyczny)}, \\ cn\ u \text{ (cosinus eliptyczny)}, \\ dn\ u \text{ (tzw. } \Delta\text{-amplituda)}. \end{gathered} \tag{2}$$

Za pomocą funkcji eliptycznych (2) zdefiniowano pewne wartości liczbowe U, u, a_4, takie, że

$$U^5 - 2^4 5^3 u^2 (1 - u^5)^2 U - 2^6 5^{5/2} + a_4 10^{7/2} = 0.$$

Stąd otrzymujemy postać Bringa-Jerrarda dla równania stopnia 5, a wartość U będzie rozwiązaniem tego równania.

Podsumowując możemy powiedzieć, że artykuł Hlibowickiego jest przeglądowy i zawiera interesujące wyniki o algebraicznej rozwiązalności równań stopnia 5. Na pewno jest jednym z pierwszych artykułów, w którym były przeanalizowane i uproszczone wyniki Hermite'a. Nie jest to pierwszy artykuł z teorii Galois w językach słowiańskich. Wcześniej w Charkowie była wydrukowana praca magisterska D. Delariu (1864 r.) o rozwiązalności algebraicznej równań, a w roku 1890 został wydrukowany podręcznik uniwersytecki z algebry wyższej autorstwa profesora Uniwersytetu Kijowskiego G. Waszczenki-Zacharczenki zawierający rozdział o rozwiązalności równań algebraicznych przez pierwiastniki.

МИКОЛА ГЕНРИХ АБЕЛЬ І ЄГО ЗНАЧІННЄ В МАТЕМАТИЦІ.

(З нагоди столїтних роковин єго уродин).

ПАПИСАВ

Клим Глїбовицкий.

Сьвіт науковий обходив 1902. р. столїтню річницю уродин великого ґенїя, математика норвеґского Абеля. В виданях товариств наукових усїх народів вийшли або ще вийдуть статї посьвячені памяти сего незвичайного чоловіка — велита, яких не числить на сотки істория культури людскости[1]). Може раз на сто років спроможесь природа на єство такої сили духа, яка була у Абеля; творчість єго така величезна, а дїла такої ваги в істориї розвою математики, що прямо непонятним здає ся, щоби се міг зробити чоловік, що в 27. році життя зійшов до гробу. — Не годить ся-ж і нам остати зовсїм по заду других і не почтити Абелевого ювилею; а не можесего зробити красше, як передаючи спадщину по нїм виданям Наукового Товариства ім. Шевченка.

ЧАСТЬ ПЕРША.

Житє Абеля.

Микола Генрих Абель (Niels Henrik Abel) родив ся 25. серпня 1802. р. в селї Findoe в Норвеґиї, де батько єго був протестанцким

[1]) Єго памяти посьвячений приміром величавий твір: N. H. Abel, memorial publié à l'occasion du centenaire de sa naissance. (Leipzig, B. G. Teubner 1902, цїна 21 марок).

Strona tytułowa pracy Hlibowickiego

Olena Riabucho
Słowiański Państwowy Uniwersytet Pedagogiczny (Ukraina)
e-mail: rom.olena@gmail.com