ANTIQUITATES MATHEMATICAE
Vol. 14(1) 2020, p. 55–87
doi: 10.14708/am.v14i0.6525

Roman Duda (Wrocław)

Recepcja rachunku prawdopodobieństwa i metod statystycznych w Polsce

Streszczenie. Przypadek towarzyszył człowiekowi od zawsze. Budził lęk z powodu kryjących się za nim nieuchwytnych sił, ale i fascynował. Stosunkowo późno z tej fascynacji wyrosło zrozumienie, że w niektórych okolicznościach przypadek można mierzyć, a w konsekwencji z pomocą matematyki odsłaniać kryjące się za nim prawidłowości. Zaczęło się to od znanych już w starożytności gier hazardowych, takich jak popularna wśród rzymskich legionistów gra w kości, ale pierwsze poważne próby matematycznego podejścia zaczynają się dopiero w Renesansie. Celem tego artykułu nie jest jej przypominanie historii probabilistyki, a jedynie relacja z jej odgłosów na ziemiach polskich i okoliczności zadomowienia tego rachunku w matematyce polskiej. Horyzont czasowy artykułu nie przekracza roku 1970.

2010 Mathematics Subject Classification: 60-03;97A30;01.30;01.35; 46N30;47N30.

Słowa kluczowe: prawdopodobieństwo;statystyka matematyczna;teoria decyzji;biostatystyka;nauki aktuarialne.

1. Przypadek towarzyszył człowiekowi od zawsze. Budził lęk z powodu kryjących się za nim nieuchwytnych sił, ale i fascynował. Stosunkowo późno z tej fascynacji wyrosło zrozumienie, że w niektórych okolicznościach przypadek można mierzyć, a w konsekwencji z pomocą matematyki odsłaniać kryjące się za nim prawidłowości. Zaczęło się to od znanych już w starożytności gier hazardowych, takich jak popularna wśród rzymskich legionistów gra w kości, ale pierwsze poważne próby matematycznego podejścia zaczynają się dopiero w Renesansie. Jednym z pierwszych był Girolamo Cardano (1501-1576), który w książce [6] rozważał prawdopodobieństwo zdarzeń w grze w kości i w karty. Galileusz (1564-1642) i niektórzy astronomowie dostrzegli przypadkowość w dokonywanych pomiarach, znacznie w ten sposób rozszerzając zakres rozważań i zapoczątkowując teorię błędów. Te pierwsze próby były jeszcze niepewne i dopiero wejście na scenę Blaise Pascala (1623-1662) i Pierre

de Fermata (1607-1665), a ściślej, wymiana listów między nimi w sprawie pewnego pytania postawionego przez namiętnego hazardzistę kawalera de Méré, uważane jest za prawdziwy początek rachunku prawdopodobieństwa, rozwiązali bowiem poprawnie trudny problem podziału puli przy niedokończonej grze. Kilkadziesiąt lat później, na początku XVIII wieku, pojawiło się dzieło Jakuba Bernoulliego (1654-1705) pod wymownym tytułem Ars Conjectandi, kładące podwaliny pod dalszy rozwój; sformułował w nim i dowiódł pierwszego prawa wielkich liczb, wiążącego prawdopodobieństwo zdarzenia z częstotliwością jego występowania. Rozszerzeniem tego prawa było twierdzenie graniczne Abrahama de Moivre'a (1667-1764), podane przezeń w dziele [16]. Problemy związane z teorią błędów i z ubezpieczeniami rozważał Leonhard Euler (1707-1783). Duży wkład wniósł Thomas Bayes (1702-1761) wprowadzając prawdopodobieństwo warunkowe i aposterioryczne. Na potrzeby teorii błędów Adrien-Marie Legendre (1752-1833) rozwinął szeroko potem stosowaną metodę najmniejszych kwadratów. Postępy w rozwoju rachunku prawdopodobieństwa upowszechniał Jean Baptiste le Rond d'Alembert (1717-1782) w swojej Encyklopedii, a syntezy osiągnięć całego wieku dokonał Pierre-Simon Laplace (1749-1827)[1] w dziele [51]. Historia tego rozwoju jest opisana, por. [93], [32, rozdział Probability and Statistics, and the Social Sciences, tom II, s. 1281-1423], [40], i celem tego artykułu nie jest jej przypominanie, a jedynie relacja z jej odgłosów na ziemiach polskich i okoliczności zadomowienia tego rachunku w matematyce polskiej. Horyzont czasowy artykułu nie przekracza roku 1970.

2. Połowa XVII wieku, kiedy Pascal i Fermat wymieniali listy, to na ziemiach Rzeczypospolitej Obojga Narodów okres wielkich wstrząsów. Powstanie Chmielnickiego i najazd szwedzki spustoszyły kraj, rozpoczynając długotrwały okres upadku i intelektualnej dekadencji. Mocno ucierpiało szkolnictwo, w tym uniwersytety w Krakowie i Wilnie, zastygając w starych formach. Na odrodzenie szkolnictwa trzeba było czekać ponad wiek. Zaczęło się ono od reformy szkolnictwa pijarów dokonanej w połowie XVIII wieku przez Stanisława Konarskiego SchP (1700-1773) i wiąże z działalnością Komisji Edukacji Narodowej[2], czynnej w latach 1773-1794. W szczególności Komisja zreformowała oba uniwersytety, unowocześniając je i przekształcając w Szkoły Główne, wiodące i unowocześnione ośrodki kształcenia publicznego w Koronie i Wielkim

[1] Wcześniejszy zapis wykładów z probabilistyki Laplaca jest w [49, 50]

[2] Literatura na temat Komisji Edukacji Narodowej jest obszerna. Najnowszą syntezę przedstawia seria tomów [3].

Księstwie Litewskim. Świat jednak nie czekał i do końca XVIII wieku rachunek prawdopodobieństwa poczynił już na Zachodzie spore postępy, nabierając wyrazistości i znaczenia, a nadto pojawiła się związana z nim i zaczęła wykazywać swoją użyteczność statystyka. Wprawdzie rachunek prawdopodobieństwa i statystyka długo jeszcze znajdowały się na uboczu głównego nurtu matematyki, to jednak zajmowano się nimi, a w konsekwencji trwał ich rozwój. Nie było w tym udziału matematyki polskiej, ale ponieważ rozwój był wolny, to dla odradzającej się matematyki w naszym kraju stwarzało to dogodne warunki nawiązania kontaktu i włączenia się w tę ewolucję.

3. W latach 1778-1781 Jan Śniadecki (1756-1830)[3] był na studiach za granicą i w czasie pobytu w Paryżu zetknął się z Marie Jean Condorcetem (1743-1794) i Laplacem, a poprzez nich z rachunkiem prawdopodobieństwa. Dzięki temu stał się on pierwszym matematykiem polskim, który poznał i docenił „rachunek probabilitatis" (tak go nazywał, bo nie było jeszcze polskiego terminu na ten dział matematyki). Jako jeden z reformatorów krakowskiej uczelni mówił o tym rachunku w Szkole Głównej Koronnej [108], a w roku 1790 napisał tam rozprawę *Rachunek zdarzeń i przypadków losu* (v. [87]). Rozprawa pozostała w rękopisie[4], jest jednak wymownym świadectwem wysiłków autora przeniesienia tego rachunku na grunt rodzimy. Autor rozpatruje w niej przypadek klasyczny (zdarzeń elementarnych jest skończenie wiele i wszystkie są jednakowo prawdopodobne), wprowadzając podstawowe koncepcje i ilustrując je zdarzeniami z rzutów kostkami. Boryka się przy tym z terminologią, używając terminów takich jak przypadek, traf, chybienie, podobieństwo, korzyść, strata, przypadki zawisłe, przypadki niezawisłe itp. Terminy Śniadeckiego brzmią wprawdzie swojsko, ale niemal żaden się nie ostał, był to jednak dopiero początek recepcji rachunku prawdopodobieństwa w Polsce, a tym samym początek kształtowania polskiej terminologii w tym zakresie.

Przenosząc się do Wilna, Śniadecki wygłosił tam w 1808 roku odczyt *Podział nauk matematycznych i katedry ich umiejętności* (v. [71, s. 27-36]), w którym podkreślał znaczenie calculi probabilitatis nie tylko dla gier hazardowych, ale także dla „towarzystw asekuracyjnych (...), spekulacji handlowych i pieniężnych (...), wielu zagadnień politycznych i fizycznych". Doceniał więc znaczenie owego calculusa dla życia publicz-

[3]Biogramy wspominanych w tym artykule matematyków polskich można znaleźć w książce [19].

[4]Rękopis, który znajduje się w Bibliotece Jagiellońskiej (sygn. BJ 3161), opublikował Witold Więsław: [107, s. 109-129] (v. Więsław(2013)).

nego, a dziesięć lat później ogłosił jeszcze tekst *O rachunku losów* [70], w którym ten rachunek propagował. Był więc wyraźnym entuzjastą i propagatorem rachunku prawdopodobieństwa, który nazywał teraz nauką o chybi trafi (ta nazwa też się nie przyjęła).

Zaszczepiony przez Śniadeckiego w Krakowie i Wilnie rachunek ten wydawał się mieć korzystną atmosferę dla dalszego rozwoju w Polsce. Istotnie, są ślady obecności tego rachunku na studiach w Wilnie, a w roku 1829 utworzono tam nawet specjalną katedrę (jedną z pierwszych katedr rachunku prawdopodobieństwa na świecie, a może nawet i pierwszą w ogóle), którą powierzono Zygmuntowi Rewkowskiemu (1807-1893), absolwentowi tego uniwersytetu. W roku 1829 Rewkowski wydał broszurę *O początkach i wzroście rachunku prawdopodobieństwa* ([79], broszura zaginęła i pozostaje nieznana), a rok później rozpoczął systematyczne wykłady z tej dziedziny. Miał słuchaczy piszących rozprawy z tej dziedziny i wykazujących się znajomością najnowszej literatury (Józef Szumski, Antoni Sokołowski i inni), więc perspektywy były dobre. Działo się to jednak na krótko przed wybuchem Powstania Listopadowego, po zdławieniu którego uniwersytet w Wilnie został zamknięty, a sam Rewkowski został na 25 lat wcielony do armii rosyjskiej i posłany na Kaukaz (v. [80, t. 2]). Do Wilna pozwolono mu wrócić dopiero w 1882 roku. Mimo trudnych okoliczności życiowych napisał jeszcze parę prac [104, 105], [109], ale wpływu na rachunek prawdopodobieństwa i sytuację w Polsce już nie miał.

W latach 1816-1832 działał w Warszawie Uniwersytet Królewski i jeden z jego profesorów, Kajetan Garbiński (1796-1847), również interesował się rachunkiem prawdopodobieństwa. Przedstawił rozprawę Rys filozoficzny rachunków losów czyli rachunku prawdopodobieństwa, z której wynika, że znał współczesną literaturę w tym zakresie, a w szczególności ważne dzieło Laplace'a [51]. W tej jego rozprawie po raz pierwszy pojawiła się, powszechnie od tego czasu w Polsce przyjęta, nazwa rachunek prawdopodobieństwa.

Podobnie jak w Krakowie i Wilnie, także więc i w Warszawie słyszano o rachunku prawdopodobieństwa, co i tutaj mogło dobrze rokować na przyszłość, jednakże brutalny kres tym perspektywom położyły wydarzenia polityczne, ponieważ także Uniwersytet Królewski został zamknięty w 1832 roku.

4. Trzy dekady 1832-1862 były okresem głębokiego upadku intelektualnego na ziemiach polskich. W zaborze rosyjskim, po zamknięciu obu polskich uniwersytetów (Wilno, Warszawa), nie było żadnej wyższej uczelni. W zaborze austriackim uniwersytety (Kraków, Lwów) zacho-

wały się, ale żywot wiodły marny, były zmarginalizowane i niemczone. W zaborze pruskim nie było żadnej wyższej uczelni.

5. Odrodzone zainteresowanie rachunkiem prawdopodobieństwa na ziemiach polskich obserwujemy dopiero w drugiej połowie XIX wieku, w Krakowie i Warszawie (v. Domoradzki(1992). W Uniwersytecie Jagiellońskim wykłady tego rachunku prowadził wówczas Michał Franciszek Karliński (1830-1906). Z zachowanych jego notatek do tych wykładów [43] wynika, że znał podstawową literaturę, ale wykład koncentrował na przypadku klasycznym. Zwracał uwagę na terminologię i dla każdego typowego określenia podawał jego nazwę polską, łacińską, francuską i niemiecką, a także kto i kiedy je wprowadzał. Uczniów i naśladowców Karliński jednak nie miał, jego wysiłek popadł więc w zapomnienie. W późniejszych latach uniwersytet krakowski zwrócił się ku tradycyjnej matematyce i dźwignął ją wysoko, a czołowymi postaciami tej zmiany stali się Franciszek Mertens (1840-1927), Kazimierz Żorawski (1866-1955) i Stanisław Zaremba (1863-1942). Rachunku prawdopodobieństwa w tym jednak nie było.

Większy wpływ na recepcję i rozwój rachunku prawdopodobieństwa w Polsce miały wykłady z tego zakresu prowadzone tym samym czasie (lata 1864-1868) w warszawskiej Szkole Głównej. Wykładali go tam Julian Bayer (1806-1872) i Władysław Kwietniewski (1837-1902). Pierwszy był absolwentem Uniwersytetu Królewskiego w Warszawie i miał za sobą wieloletnią pracę w banku, gdzie aktywnie zajmował się statystyką i prowadził wykłady dla pracowników. W Szkole rozszerzył te wykłady i wydał skrypt litografowany Rachunek prawdopodobieństwa (1864/65), oparty na dobrym wówczas podręczniku [48] Sylvestre François de Lacroix (1765-1843), którego także inne książki, oczywiście w przekładach, były wtedy szeroko w Polsce używane. Wykład Bayera był poprawny i wykraczał już poza przypadek klasyczny, ale po kilku latach autor musiał odejść z uniwersytetu z powodu choroby. Kontynuował jego wykłady Kwietniewski. Ważną okolicznością było to, że wykładów Bayera i Kwietniewskiego słuchali, m.in., Władysław Gosiewski (1844-1911), Adam Bolesław Danielewicz (1846-1935), Samuel Dickstein (1851-1939) i Bolesław Maleszewski (1844-1912), z których każdy odegrał potem dużą rolę (p. niżej).

Po zdławieniu Powstania Styczniowego Rosjanie Szkołę Główną zamknęli w roku 1869, a na jej miejsce powołali uniwersytet rosyjski, który działał w latach 1869-1915. Przewijali się przezeń dobrzy matematycy rosyjscy, a z nich Georgij Woronoj (1868-1908) wykładał nawet rachunek prawdopodobieństwa (na przełomie 1902/03), ale Polacy mieli ograni-

czony dostęp do tego uniwersytetu i na polską matematykę te wykłady Woronoja nie wpłynęły.

Najbardziej matematycznie twórczym absolwentem Szkoły Głównej był niewątpliwie Gosiewski. Z powodzeniem zajmował się teorią sprężystości (i z tego powodu przez fizyków jest uważany za fizyka), ale większość swego czasu i badań poświęcił rachunkowi prawdopodobieństwa i jego zastosowaniom (w tym do fizyki). Bez powodzenia ubiegał się o katedrę fizyki teoretycznej na uniwersytecie lwowskim, w Warszawie zaś utrzymywał się z pracy nauczycielskiej i urzędniczej w Towarzystwie Kredytowym. Opublikował 20 prac z rachunku prawdopodobieństwa, m.in. podając własny dowód [30] prawa wielkich liczb Siméon-Denisa Poissona (1781-1840) i napisał dobrą książkę *Zasady rachunku prawdopodobieństwa* [31], w której udowodnił twierdzenie odwrotne do twierdzenia Bernoulliego. Zasługą Gosiewskiego jest więc nie tylko dobry i popularny podręcznik, torujący drogę temu rachunkowi do szerszej publiczności, ale także pierwszy oryginalny wkład polski.

Obok Gosiewskiego wspomnieć też należy Władysława Folkierskiego (1842-1904), który wykształcił się w Karlsruhe i Paryżu, a potem znaczną część życia spędził w Peru, ale w roku 1892 wrócił do Warszawy i na polską kulturę matematyczną wywarł znaczny wpływ, głównie przez swój bardzo poczytny podręcznik z analizy matematycznej [25, 26]. [26, Rozdział XV, 639–712] tego popularnego podręcznika był poświęcony zastosowaniom rachunku całkowego do rachunku prawdopodobieństwa i metody najmniejszych kwadratów. W Warszawie recepcja rachunku prawdopodobieństwa była więc szeroka, a docenianie jego znaczenia sprawiało, że liczne były głosy za jego wprowadzeniem do gimnazjalnych programów.

Obie uczelnie lwowskie (Uniwersytet i Szkoła Politechniczna) starały się nadążać za matematyką światową i w perspektywie tam również, podobnie jak w Krakowie, zarysowała się dobra, oryginalna matematyka, którą w pierwszej dekadzie XX wieku zapoczątkował Wacław Sierpiński (1882-1969) i jego grupa. W odróżnieniu od Krakowa, obecność rachunku prawdopodobieństwa we Lwowie była wyraźniejsza, wówczas głównie za sprawą Mariana Smoluchowskiego (1872-1917, p. niżej).

Z teorią błędów, ważnym działem rachunku prawdopodobieństwa, wiąże się metoda najmniejszych kwadratów. Metoda ta, w szczególnym powiązaniu z teorią wyznaczników, była wówczas wykładana przez Dominika Zbrożka (1832-1889) w Szkole Politechnicznej we Lwowie.

Na uwagę zasługuje okoliczność, że pod koniec XIX wieku rachunek

prawdopodobieństwa wchodził do galicyjskich gimnazjów[5] (v. Rakoczy-Pindor(2014)).

6. W warunkach politycznego zniewolenia kraju i ograniczonych możliwości niektórzy matematycy polscy byli czynni w krajach ościennych. Należał do nich wspomniany już absolwent warszawskiej Szkoły Głównej Maleszewski, którego kariera po studiach w Polsce biegła w Rosji. Doszedł tam do wysokich stanowisk w służbie państwowej kolejnictwa (v. Ермолаева, Наталия (2014)). Łączył tę służbę z badaniami naukowymi, m.in. pisząc dwie wielce wpływowe w Rosji książki [58], [59]. Wpływowy w Rosji, w Polsce wpływ miał jednak znikomy.

Innym ważnym Polakiem w tym okresie, którego kariera również biegła za granicą, był Władysław Bortkiewicz (1868-1931). Po studiach w Niemczech i Austrii został w 1901 r. powołany na katedrę statystyki na uniwersytecie w Berlinie (p. [85] i biogram w [28]). Znany jako autor tzw. prawa małych liczb [9], [76].

Za granicą wyróżnił się także, pochodzący ze Lwowa, Alfred Lotka (1880-1949), twórca dwugatunkowych modeli populacyjnych typu łowca-ofiara (p. biogram w [28]). Współczesny opis modelu Lotki-Volterry można znaleźć w [66].

7. Poważniejsze zainteresowanie rachunkiem prawdopodobieństwa we Lwowie obudził fizyk Marian Smoluchowski (1872-1917) w związku ze swoimi badaniami nad ruchem Browna, publikując na ten temat kilka prac od 1904 roku (v. Śreniawa(1992)). Szczególnie duże znaczenie miała jego praca [101, 102][6] z 1906 r. Stosując inne podejście niż Albert Einstein (1879-1955), Smoluchowski traktował ruchy Browna jako spacer losowy (w istocie proces stochastyczny, ale nie znał tego terminu) i otrzymał niemal identyczny jak Einstein wzór na średnie przesunięcie (oba wzory różniły się jedynie wielkością stałego współczynnika). W rezultacie obaj, Einstein i Smoluchowski, są uważani za tych, który swoimi pracami z lat 1904-1906 w pełni wyjaśnili teorię ruchów Browna. Co więcej, w serii prac Smoluchowskiego „zostały położone podstawy nowoczesnej teorii procesów stochastycznych" [7] (cytuję za [78, s. 231]). Opinia ta wydaje się trochę przesadna, źródła tej teorii są bowiem starsze (v. Zabczyk(1992)), niemniej wskazuje ona na duży wpływ Smoluchowskiego nie tylko na fizykę, ale także na matematykę. W pośmiertnej swojej pracy Smoluchowski narzekał jednak na brak jasnych podstaw

[5] Tematyce probabilistycznej poświęcono kilka konferencji historycznych PTM (v. [110], [27]).

[6] V. Smoluchowski(1928)

rachunku prawdopodobieństwa [103].

Parę lat później wykłady z rachunku prawdopodobieństwa we Lwowie (w semestrze zimowym 1910/11), z naciskiem właśnie na logiczne jego podstawy w przypadku klasycznym, prowadził Jan Łukasiewicz (1878-1956). Istniała więc świadomość braku tych podstaw, ale rozważania Łukasiewicza były zbyt ograniczone i na rozwiązanie tego problemu trzeba było jeszcze poczekać.

Its main points were:

1. To continue research in the areas in which Polish mathematics has already distinguished itself in order to maintain high position of the Polish mathematical school.
2. To develop also other areas of pure mathematics, in particular algebra and some geometries, and to raise up the level of applied and practical mathematics.
3. To support endeavours for the establishment of a central Institute of Mathematics, devoted exclusively to research.

Soon after the Congress the outbreak of World War II halted that development but its memory persisted and efforts were renewed after 1945 (see section 12 below).

8. Już w XVII wieku pojawiły się zagadnienia pluralistyczne, odnoszące się do ustalonej kategorii obiektów (później nazywanej populacją), które różniły się cechami indywidualnymi, jak płeć, wiek czy wzrost i które można było wobec tego z łatwością ustalać, a wyniki układać w tabele. Po upływie kilku dziesięcioleci uświadomiono sobie, że badania pluralistyczne reprezentują nową dziedzinę, którą nazwano statystyką i ta właśnie dziedzina stała się w wiekach XVIII i XIX głównym źródłem zagadnień i polem najważniejszych zastosowań rachunku prawdopodobieństwa. Logicznie najprostszym rodzajem statystyki jest statystyka opisowa, wyrażająca się konstruowaniem rozmaitych tabel dla różnych populacji i ich analizą na potrzeby administracji państwowej, wojska, towarzystw ubezpieczeniowych itp. W przypadku populacji ludzkich przykładami zagadnień pluralistycznych są liczby narodzin i zgonów (tablice śmiertelności), płeć dziecka, wyznanie itp., z czym wiążą się problemy obliczania ubezpieczeń życiowych i rent, co obejmowano nazwą arytmetyka polityczna (nazwa dziś nieużywana). Ale mogą być i populacje inne: astronomiczne (Laplace pytał o nachylenia orbitalne komet), fizyczne (Smoluchowski badał zachowanie drobin gazu w pojemniku), atmosferyczne (np. wypadki losowe) itp. Szczególną dziedziną, intensywnie rozwijającą się na przełomie XIX i XX wieku, była matematyka

aktuarialna, krótko aktuarystyka, zajmująca się rentami, emeryturami i ubezpieczeniami, w szczególności planowaniem postępowania w tym zakresie, a opierająca się na takich danych statystycznych jak tablice narodzin i zgonów, tabele płac, stopy procentowe, dywidendy itp., por. [53]. Później wiele z tych zagadnień weszło w skład współczesnej matematyki finansowej.

Na ziemiach polskich, w Warszawie i Galicji, zainteresowanie statystyką, głównie statystyką opisową i arytmetyką polityczną, pojawiło się w drugiej połowie XIX, czego dowodem były dość liczne podręczniki, w tym [61], [116][7] i inne, a także liczne artykuły, por. [75].

Czołowym ośrodkiem statystyki w Polsce stała się wtedy Warszawa. Był to ośrodek pozauniwersytecki, metody statystyczne były bowiem uprawiane przez praktyków poza murami uniwersyteckimi (polskiego uniwersytetu wtedy w Warszawie nie było), takich jak finansiści i pracownicy banków i towarzystw ubezpieczeniowych, wyżsi urzędnicy administracji państwowej i gospodarczej (v. Dudek and Zięba(2014)). Statystyka rozlewała się więc szeroko, ale była to statystyka praktyczna, której nie towarzyszyły badania jej samej.

Związek badań statystycznych z rachunkiem prawdopodobieństwa jest jednak wyraźny: skoro przedmiotem badania jest populacja obiektów, z których każdy jest scharakteryzowany przez pewną cechę liczbową X, zmieniającą się od obiektu do obiektu, to potrzebny jest aparat matematyczny do opisu tego, co obecnie nazywa się rozkładem zmiennej losowej X w tej populacji. Tak pod koniec XIX wieku zrodziła się nowa i obszerna dziedzina matematyki, zwana statystyką matematyczną, rozwinięta dla badań pluralistycznych w naukach przyrodniczych, ale potem o znacznie szerszych zastosowaniach. I o takiej statystyce będzie niżej mowa, a zarys jej początków przedstawia artykuł [68].

W Warszawie zainteresowanie statystyką matematyczną pojawiło się pod koniec XIX wieku, głównie w związku z rozwijającym się życiem społecznym i potrzebami powstających towarzystw ubezpieczeniowych. Nazywało się to arytmetyka polityczna lub matematyka aktuarialna, a że były to dziedziny oparte o rachunek prawdopodobieństwa, to wymagały pewnej znajomości tego rachunku i wpływały na jego rozwój. Pierwszym polskim specjalistą w tym zakresie był wspomniany już Danielewicz, autor solidnej książki [12] oraz napisanej wspólnie z Dicksteinem i cieszącej się dużą popularnością książki [14], obejmującej wprowadzenie do rachunku prawdopodobieństwa, a nadto gry losowe, elementy

[7] Autor był znaną postacia publiczną. Jego fotografia ukazała się w Tygodnik Illustrowany. 1896, nr 18 s. 347.

statystyki, oraz rachunek ubezpieczeń. W latach 1891-1919 Danielewicz był naczelnikiem wydziału matematycznego świeżo wówczas założonego Towarzystwa Ubezpieczeniowego „Przezorność", a nadto wykładał „arytmetykę polityczną" w Wyższej Szkole Handlowej (1906-1910) i w Szkole Nauk Politycznych (1915-1921). Napisał wiele artykułów, w jednym z nich podając nowy dowód twierdzenia Poissona o prawie wielkich liczb [13], oraz kilka książek, w tym wyżej wymienione. Był pierwszym wybitnym polskim specjalistą w zakresie statystyki i aktuarystyki (matematyka ubezpieczeniowa). Po odzyskaniu przez Polskę niepodległości współtworzył Polski Instytut Aktuariuszy i został jego pierwszym prezesem (1919-1931), a potem honorowym prezesem. Instytut ten współtworzył Józef Kazimierz Horowicz (1884-1920), przedwcześnie zmarły autor książki [37].

Człowiekiem-instytucją, niezmordowanym w zabiegach o stworzenie ogólnopolskiego środowiska naukowego, był Dickstein. Sam wiele pisał, w tym wspólny z Danielewiczem, wyżej wspomniany podręcznik „arytmetyki politycznej", ale nadto organizował ruch edytorski, w tym „Bibliotekę Matematyczno-Fizyczną" oraz czasopisma „Prace Matematyczno-Fizyczne" i „Wiadomości Matematyczne", był jednym z założycieli Kasy Mianowskiego, pierwszego w Polsce Towarzystwa Ubezpieczeniowego „Przezorność", współzałożycielem Towarzystwa Naukowego Warszawskiego itd. Danielewicz i Dickstein dzielą zasługę wykształcenia pierwszej kadry matematyków dla instytucji ubezpieczeniowych. Po odzyskaniu przez Polskę niepodległości Dickstein został profesorem honorowym Uniwersytetu Warszawskiego.

W tym samym mniej więcej czasie matematyki aktuarialnej w Szkole Politechnicznej we Lwowie uczył Antoni Teodor Pawłowski (1859-1942), jeden z inicjatorów zorganizowania we Lwowie w 1922 r. Wyższej Szkoły Handlu Zagranicznego (przekształconej w 1937 r. na Akademię Handlu Zagranicznego) i jej wieloletni rektor (w latach 1922-1937). Po likwidacji w 1934 r. katedry matematyki D na Uniwersytecie Jana Kazimierza we Lwowie, zajmujący ją dotychczas Stanisław Ruziewicz (1889-1941) objął Katedrę Matematyki Stosowanej w tej Szkole, a w 1939 r. został jej ostatnim rektorem.

Statystykę matematyczną jako narzędzie dostrzegali także przedstawiciele innych nauk. Antropolog Jan Czekanowski (1882-1965) jeszcze w 1902 r. zainteresował się współczynnikiem korelacji K. Pearsona. Praca Czekanowski (1904) zyskała mu takie uznanie, że został zaproszony do udziału w wyprawie badającej w latach 1907-1909 Afrykę Środkową, a zebrane tam materiały opracowywał i publikował przez następnych kil-

kadziesiąt lat najpierw jako profesor UJK we Lwowie, a od roku 1946 jako profesor Uniwersytetu Poznańskiego. Najważniejsze wyniki uzyskał w zakresie badań nad systematyką rasową i strukturą populacji, na potrzeby których opracował nową metodę taksonomiczną, zwaną metodą diagraficzną Czekanowskiego. Był też autorem podręcznika [10], traktującego o współczesnych metodach opracowywania danych empirycznych i właściwej interpretacji uzyskiwanych wyników.

Fizyk Smoluchowski dał początek zastosowaniom procesów stochastycznych w fizyce.

W 1912 r. powstało Polskie Towarzystwo Statystyczne, a w 1918 r. został utworzony Główny Urząd Statystyczny w Warszawie.

9. W ostatnich dekadach przed I wojną światową sytuacja w Polsce była więc następująca: na uniwersytecie w Krakowie rachunek prawdopodobieństwa nie był wykładany, natomiast zajmowano się nim na uniwersytecie we Lwowie. Co więcej, dzięki dobrym polskim podręcznikom tego rachunku i szerokim stosowaniu go w praktyce pozauniwersyteckiej, głównie w dziedzinie aktuarialnej (tu dominowała Warszawa), a także dzięki wprowadzaniu go do programów gimnazjalnych (w Galicji), świadomość jego znaczenia i znajomość były stosunkowo szerokie.

Nim przejdziemy do dalszych dziejów tego rachunku w Polsce, trzeba powiedzieć o jego ówczesnej sytuacji w matematyce. Rozwój fizyki, zwłaszcza fizyki statystycznej, ale także ekonomii, handlu, ubezpieczeń i innych dziedzin korzystających z metod probabilistycznych i statystycznych – wiązał się z oczekiwaniem dokonania ich systematyzacji, a w szczególności ustaleniem ich podstawowych pojęć i założeń, najlepiej przez oparcie rachunku prawdopodobieństwa na jakiejś aksjomatyce. Znamienne i ważne w tym zakresie było wystąpienie Dawida Hilberta (1862-1943) na II Międzynarodowym Kongresie Matematyków w Paryżu w 1900 roku. Jego problem VI ze słynnej listy dotyczył rachunku prawdopodobieństwa i mechaniki [74], a więc dziedzin którym, mimo imponującego rozwoju, brakowało wówczas solidnych podstaw; autor domagał się ich aksjomatyzacji. Nastąpiły lata intensywnej pracy nad znalezieniem takich aksjomatycznych podstaw [2], w czym mieli udział matematycy polscy (p. niżej) i co zostało zakończone dziełem Andrieja Kołmogorowa (1903-1987) z 1933 roku [44].

10. Wracając na teren Polski, przypomnijmy, że w roku 1918 kraj odzyskał niepodległość, a w roku 1920 zaczął się krótki, niespełna dwudziestoletni okres pokoju i normalnej pracy. W Polsce było wtedy 5 uniwersytetów i 3 politechniki, które oferowały łącznie zaledwie kilka-

dziesiąt posad dla matematyków. Zapewniało to skromną, dość jednak solidną bazę dla dalszego rozwoju, a dzięki pracy poprzednich pokoleń istniała już dobrze wykształcona kadra oraz niezbędne zaplecze szkolne i biblioteczno-edytorskie. I co najważniejsze, istnieli utalentowani matematycy, którzy wzięli na siebie rolę liderów. Istniała też wielce utalentowana i żądna sukcesów naukowych młodzież oraz istniał plan „wybicia się matematyki polskiej na niezależność", znany pod nazwą programu Janiszewskiego [73], [20].

Powstała wówczas polska szkoła matematyczna z gałęziami w Warszawie i Lwowie [18], [21, 22]. Aczkolwiek rachunek prawdopodobieństwa i statystyka matematyczna nie leżały w polu zainteresowań tej szkoły, były one w matematyce polskiej obecne.

Rachunek prawdopodobieństwa pojawił się na uniwersytetach we Lwowie i w Warszawie. We Lwowie dwie prace o nim napisali Antoni Łomnicki (1881-1941) i Hugo Steinhaus (1887-1972). Łomnicki[8], po ukończeniu studiów matematycznych na uniwersytecie lwowskim w 1903 roku, przez następnych 16 lat uczył matematyki w gimnazjach Tarnowa i Lwowa, a po habilitacji 1919 na lwowskiej :Politechnice został tam profesorem. Opublikował pracę [55]. Steinhaus odbył studia matematyczne w Getyndze (1906-1911), kończąc je doktoratem summa cum laude, napisanym pod kierunkiem Hilberta. Na uniwersytecie we Lwowie habilitował się w 1917 roku i w latach międzywojennych był tam profesorem. Napisał pracę [88], w której zbudował pierwszy nieklasyczny system prawdopodobieństwa. Zdarzeniem elementarnym w tym systemie jest nieskończony ciąg rzutów monetą, zapisywanych jako ciąg cyfr 0 (reszka) i 1 (orzeł) i traktowany jako punkt odcinka [0,1]. Zdarzeniami tego systemu są podzbiory mierzalne odcinka, a prawdopodobieństwem takiego zdarzenia – jego miara. W ten sposób jako podstawa matematyczna tego systemu pojawiła się trójka: (odcinek [0,1], rodzina jego podzbiorów mierzalnych, miara Lebesgue'a). Był to „półfinał aksjomatyzacji teorii prawdopodobieństwa" Urbanik (1973), finałem bowiem była zaproponowana 10 lat później przez Kołmogorowa trójka (przestrzeń probabilistyczna, σ-ciało podzbiorów tej przestrzeni, miara unormowana na tym σ-ciele), której trójka Steinhausa była szczególnym przypadkiem. Obaj, Łomnicki i Steinhaus, w swoich pracach opierali się na teorii mnogości, która miała już wówczas status ugruntowanej teorii matematycznej i na której oparł się także Kołmogorow. Od tej pory rachunek prawdopodobieństwa stał się teorią prawdopodobieństwa (v. Girlich(2005)).

[8] v. Maligranda(2017)

Ciekawe, że Steinhausowi nie podobała się aksjomatyzacja Kołmogorowa, uważał bowiem, że nie zawiera ona tych intuicji, które tkwią w praktycznych zastosowaniach i wraz ze swoim uczniem Markiem Kacem (1914-1984) rozwijał teorię funkcji niezależnych, na których chciał oprzeć inne, bardziej intuicyjne ugruntowanie teorii prawdopodobieństwa. Emigracja Kaca i wybuch II wojny światowej nie pozwoliły na to, ale po wojnie teoria funkcji niezależnych zyskała duże znaczenie [36].

Steinhaus miał także inne jeszcze prace z teorii prawdopodobieństwa (v. Matuła(1992), Urbanik(1973)), a w szczególności był inicjatorem tzw. niekomutatywnej teorii prawdopodobieństwa, która nabrała szczególnie dużego znaczenia dla fizyki, natomiast Kac wyrósł po wojnie na jednego z czołowych badaczy teorii prawdopodobieństwa, ale to było już w Stanach [42].

Jednym z ważnych nurtów teorii prawdopodobieństwa są tzw. twierdzenia graniczne wyrażające stabilność częstości zdarzeń w ciągu niezależnych doświadczeń losowych wykonywanych w tych samych warunkach (v. Szynal(1992)), [15]. W ten nurt, który zapoczątkował Jakub Bernoulii swoim słynnym prawem wielkich liczb, wpisali się w latach międzywojennych matematycy polscy, Józef Marcinkiewicz (1910-1940) i Antoni Zygmunt (1900-1992), którzy w 1937 roku udowodnili pewną wersję prawa wielkich liczb [62], znaną jako mocne prawo wielkich liczb Marcinkiewicza (v. Hensz and Łuczak(1992). Prawo to przeszło do literatury [54], ale nie był to jedyny ich wkład w teorię prawdopodobieństwa, wymienić bowiem należy jeszcze nierówność Marcinkiewicza-Zygmunda i parę twierdzeń Marcinkiewicza-Zygmunda (v. Szynal(1992)).

Ważnym osiągnięciem lat międzywojennych było twierdzenie Ottona Nikodyma (1887-1974) (1930), które przyczyniło się do tego, że dwa ważne pojęcia teorii prawdopodobieństwa - niezależność i warunkowa wartość oczekiwana – zostały porządnie sformalizowane, co zakończyło proces formowania się miarowych podstaw tej teorii.

W latach międzywojennych rachunkiem prawdopodobieństwa zajmowali się także Stefan Mazurkiewicz (1888-1945) i Aleksander Rajchman (1890-1940). Poczynając od roku 1938 szczególnym zainteresowaniem Mazurkiewicza cieszył się rachunek prawdopodobieństwa. Szkicował dla niego różne podejścia aksjomatyczne i zbierał te wyniki w postaci monografii, której znaczna część jednak spłonęła w Powstaniu Warszawskim. Po śmierci autora ocalałe resztki wydał Jerzy Łoś [64].

11. W związku z rozwojem ubezpieczeń dobrze miała się także aktuarystyka, m.in. jako aktuariusz pracował Marian Mojżesz Jacob (1900-1944), po doktoracie uzyskanym 1925 w Wiedniu. Długi epizod

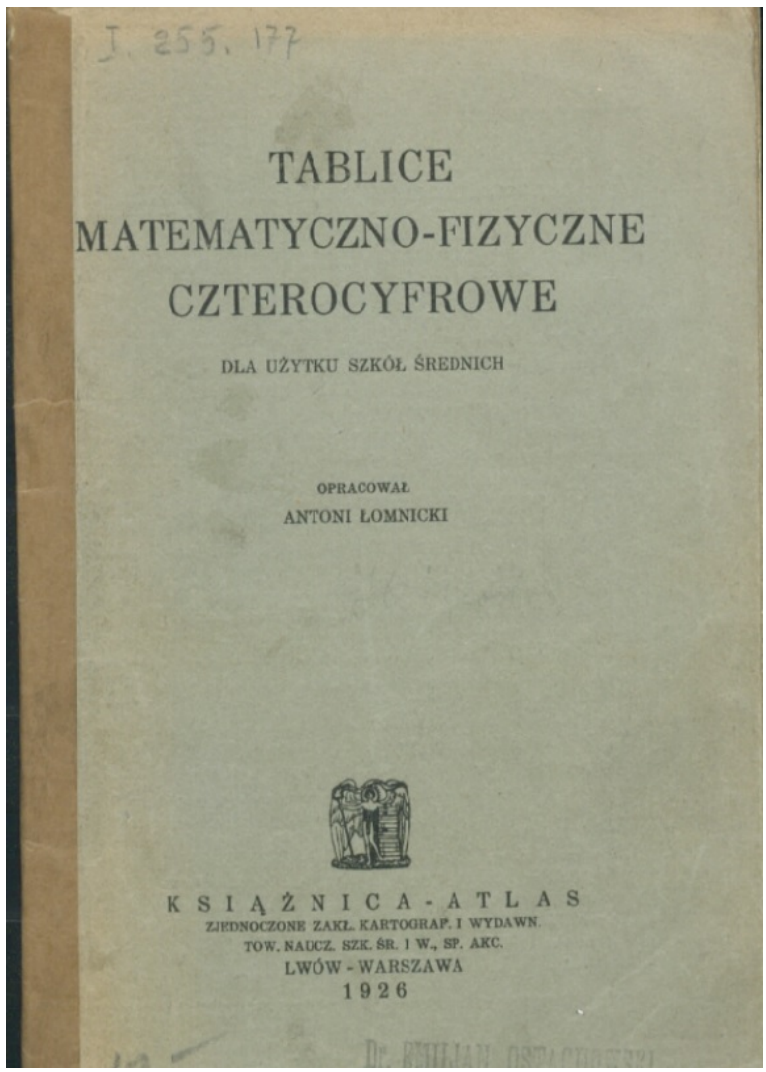
związany z aktuarystyką miał Zygmunt Birnbaum (1903-2000) (v. Woyczyński(1997, 2001)).

W latach międzywojennych na uniwersytetach polskich nie było katedr statystyki matematycznej, ale mimo to zabłysnął wtedy talent Jerzego Neymana (1894-1981), który od 1923 r. kierował Laboratorium Statystycznym w Szkole Głównej Gospodarstwa Wiejskiego, a jednocześnie doktoryzował się (1923) i habilitował (1928) na UW. Wobec braku perspektyw na katedrę w Polsce od 1934 r. przebywał w Londynie, ale już wcześniej, bo od roku 1926 współpracował z E.S. Pearsonem. Podstawowym problemem, jakim się zajmowali, było sprawdzanie hipotez na podstawie wyników obserwacji, a w szczególności wybór lub konstrukcja testu „najsilniejszego", co sprowadzało się do poszukiwania rozwiązań odpowiednio sformułowanych problemów optymalizacyjnych. Ich wspólna praca [69] wywarła silny wpływ na rozwój statystyki w ogólności i ogólnej teorii decyzji w szczególności. Fundamentalne znaczenie miała także praca [67], formułująca podstawy teorii zbiorów ufności. Obie te teorie, teoria testowania hipotez i teoria przedziałów ufności, stanowią największe osiągnięcia Neymana w zakresie statystyki matematycznej, ale nie obejmują całości jego dorobku. Znaczenie badań Neymana tak opisywał D. Kendall (cytuję za Ledwina (1999)):

> Statystyka, jako przedmiot formalny, rozwinęła się najpierw w Anglii, dzięki takim ludziom jak Sir Francis Galton i prof. Karol Pearson, w latach 1880-1890. Jednak traktowano ją wówczas głównie empirycznie. Dokonywano w jakimś zakresie rachunku teoretycznego, ale prawie nie istniały kontakty z matematykami czystymi. I zapewne nadal by nie istniały, gdyby nie Polacy, ponieważ w tym samym czasie, w każdym razie w przypadku Neymana, mieli oni zarówno nastawienie empiryczne, nie występujące właściwie nigdzie w Europie poza Anglią, jak i bardzo rozwiniętą umiejętność doceniania matematycznego podejścia do rachunku ogólnego, co jest bardzo częste w Europie, natomiast rzadko spotykane w Anglii. Wydaje się więc, iż połączenie w jednym człowieku tych dwóch tendencji dało początek wielu świetnym osiągnięciom i to właśnie można uważać za specyficznie polski wkład.

Od 1934 Neyman przebywał już stale za granicą. Najpierw był w Londynie, a w roku 1938 przeniósł się do Berkeley, Kalifornia, gdzie rozwinął szeroką działalność naukową, do tych dwóch, wymienionych wyżej teorii dodając dalsze osiągnięcia. Co więcej, zorganizował Labo-

ratorium Statystyczne oraz zwoływał cykliczne (co 5 lat) Sympozja Statystyki Matematycznej i Rachunku Prawdopodobieństwa, które miały znaczny wpływ na kierunki rozwoju statystyki matematycznej. W 1969 r. otrzymał on US National Medal of Science źa stworzenie podstaw nowoczesnej statystyki oraz wprowadzenie testów i procedur, które stały się istotną częścią wiedzy każdego statystyka".



Rysunek 1: Tablice przygotowane przez A. Łomnickiego i wydane przez *Zjednoczone Zakłady Kartograficzne i Wydawnicze Tow. Nau. Szkł Średnich i Wyższych Sp. Akc. Księżnica - Atlas, Lwów–Warszawa* (v. Łomnicki(1926).

Statystyką matematyczną interesował się także Antoni Łomnicki (1881-1941), który w uznaniu dla swoich zasług na tym polu został pierwszym

przewodniczącym Sekcji Statystyki Matematycznej Polskiego Towarzystwa Statystycznego. W chwili swego powstania (1 listopada 1937) Sekcja liczyła 26 członków, ale rok później (31 grudnia 1938 r.) ich liczba wzrosła do 36, co świadczy o sporym już wtedy środowisku. W 1938 r. powstało też czasopismo "Przegląd Statystyczny"i Łomnicki był w składzie jego redakcji. Opublikował on czterocyfrowe tablice [56], które miały kilkanaście wydań. Największe jednak zasługi położył jako propagator rachunku prawdopodobieństwa i statystyki matematycznej.

Aczkolwiek statystyka matematyczna nie leżała w głównym nurcie matematyki polskiej lat międzywojennych, to jednak i na tym polu matematycy polscy wyraźnie się zaznaczyli.[9]

12. W latach II wojny światowej znaczny wpływ na rozwój statystyki wywarł Stanisław Ulam (1909-1984). Był on wówczas zaangażowany do projektu Manhattan zbudowania broni jądrowej, a jego wkład polegał na statystycznym badaniu powielania neutronów w procesie rozszczepiania promieniotwórczego. Ściślej, należało zbadać "drzewo genealogiczne"takiego neutronu, który może wyprodukować 0 neutronów (zostaje pochłonięty), 1 neutron (istnieje nadal), 2, 3 itd. (powstają nowe) - każdy przypadek z określonym prawdopodobieństwem i przez wiele "pokoleń". Badania te pozwoliły opanować rachunkowo proces rozszczepiania promieniotwórczego (w szczególności, wybuchu planowanej bomby atomowej), a w dalszym rozwoju doprowadziły do teorii procesów gałązkowych, opracowanej przez Ulama w 1944 r. we współpracy z D. Hawkinsem. W tej pracy, a zwłaszcza dla potrzeb powojennej kontynuacji projektu (praca nad bombą wodorową), konieczne też były masowe obliczenia numeryczne, w związku z czym Ulam stał się przy tej okazji wybitnym i wpływowym zwolennikiem stosowania komputerów, wówczas jeszcze nielicznych i dość prymitywnych (lampowych). Innym jego osiągnięciem było zainicjowanie metody Monte Carlo szacowania gier losowych.

13. Po II wojnie światowej początkowo teoria prawdopodobieństwa w Polsce rozwijała się głównie we Wrocławiu, gdzie osiadł Steinhaus, choć wtedy prawdopodobieństwem interesował się już przede wszyst-

[9]Znaczenie metod statystyki do badań polowych w rolnictwie dyskutował Kotowsski(1895–1929) (1923). W tym też okresie możemy odnotować pierwsze zastosowania probabilistyki w naukach inżynierskich. Witold Wierzbicki (1890-1965) (v. [38]) wygłosił referat na ten temat 17 listopad, 1936 cf. [106]). W seminarium uczestniczył matematyk, Witold Pogorzelski (v. [39, 41, p. 9]), który zabrał głos w dyskusji (v. Antkowiak et al.(2017)) *(przyp. red.)*.

kim jako narzędziem dla zastosowań[10]. Ale był tam także Edward Marczewski (1907-1976) i obaj prowadzili aktywne seminarium, które dało początek wspaniałemu po wojnie rozwojowi tej dziedziny w Polsce.

Jednym z uczestników tego seminarium był Kazimierz Urbanik (1930-2005), wychowanek Marczewskiego, który szybko osiągnął wartościowe wyniki w nowych kierunkach teorii prawdopodobieństwa. Badając zmienne losowe o wartościach w grupach zwartych wprowadził pojęcie miary gaussowskiej na lokalnie zwartej grupie abelowej, a jeden z jego najważniejszych wyników głosił, że istnienie takiej miary jest równoważne spójności tej grupy (v Urbanik(1960)). Wprowadził pojęcie uogólnionego splotu [96, 98], które stało się silnym narzędziem do badania uogólnionych funkcji charakterystycznych, transformat Laplace'a, rozkładów nieskończenie podzielnych, rozkładów stabilnych itp. Dzisiaj sploty uogólnione są nazywane układami Urbanika, a jego pionierskie badania w tym zakresie są kontynuowane w Polsce i na świecie. Badał też półgrupy operatorowe związane z miarami probabilistycznymi, stosując je w szczególności do opisywania rozkładów prawdopodobieństwa. Ulubioną jego dziedziną były procesy stochastyczne, badając zaś w ich języku problem aktywności Słońca doszedł do teorii prognozy dla procesów bez skończonych momentów i pokazał, że w tej teorii przestrzenie Orlicza grają podobną rolę jak przestrzenie Hilberta w teorii Wienera-Kołmogorowa [97]. Teoria Urbanika jest uogólnieniem tej ostatniej, co sprawia, że może być uważany za współtwórcę współczesnej teorii prognozy. Jego badania uogólnionych procesów stochastycznych i pól losowych miały duże znaczenie dla kwantowej teorii pola w fizyce. A wspólnie z fizykiem R.S. Ingardenem zaproponował oryginalne podstawy termodynamiki informacyjnej i samodzielnie nową aksjomatykę teorii informacji [100]. Miał wielu uczniów, a Wojbor Woyczyński i Zbigniew Jurek rozwijają jego idee w Stanach Zjednoczonych i w Polsce.

Steinhaus był czynny także w Warszawie, gdzie był promowany przez niego Marek Fisz (1910-1963), który swoją działalność naukową rozpoczął dopiero w wieku 37 lat, a wkrótce i jego z kolei wychowanek Robert Bartoszyński (1933-1998). Obaj (w różnych latach) emigrowali do Stanów Zjednoczonych. Fisz zajmował się rozkładami nieskończenie podzielnymi, Bartoszyński natomiast stał się pionierem bio-probabilistyki w Polsce i w Stanach Zjednoczonych. M.in. opracowywał modele przebiegu epidemii chorób zakaźnych (stosując procesy gałązkowe), modele rozwoju nowotworu złośliwego i inne, a także zbudował procesy Barto-

[10]Działalność w tym zakresie skupiała się głównie wokół seminarium Szczotka(2018, 2020).

szyńskiego opisujące liczbę wirusów wścieklizny w centralnym układzie nerwowym człowieka. Dziełem jego życia był podręcznik [4].

Ważnym współcześnie działem teorii prawdopodobieństwa są procesy stochastyczne i ich zastosowania oraz związki z innymi dziedzinami. Tutaj (cytat z [8])

> na wyróżnienie zasługują: badania procesów gałązkowych - J. Łoś, M. Wycech-Łosiowa, R. Bartoszyński, I. Kopocińska, B. Kopociński; teoria uogólnionych procesów - K. Urbanik; reprezentacja pól stacjonarnych z punktu widzenia optymalnej prognozy (...) - K. Urbanik; teoria prawdopodobieństwa na strukturach algebraicznych i reprezentacja funkcjonałów rozłącznie addytywnych - W. Woyczyński; otrzymanie asymptotyki rozwiązania podstawowego ciepła (...) za pomocą ruchów Browna - Z. Ciesielski przy współpracy z M. Kacem i D. Strockem.

Z teorią prawdopodobieństwa blisko związana jest teoria miary, rozwijana we Wrocławiu, Warszawie, Poznaniu i Krakowie. W zakresie teorii miary o wartościach nieliczbowych (v. [8])

> wyróżnić (...) należy prace wrocławskie poświęcone miarom losowym i ich zastosowaniom w szczególności do teorii prognozy i procesów punktowych.
>
> Jednym z najciekawszych wyników w teorii całki stochastycznej jest twierdzenie mówiące o tym, że klasa funkcji całkowalnych względem miary losowej jest w zasadzie izometryczna z odpowiednio skonstruowaną przestrzenią Orlicza - K. Urbanik, W. Woyczyński.
>
> Miary losowe stosowane są z dużym powodzeniem do teorii prognozy - K. Urbanik. Badania miar losowych odpowiadających procesom punktowym zyskały szerokie uznanie w świecie - E. Marczewski, C. Ryll-Nardzewski[11].

W zakresie teorii miary w przestrzeniach specjalnych (v. [8])

> wyróżniają się (...): definicja i opis miar gaussowskich na grupie lokalnej zwartej - K. Urbanik; definicja i opis miar stabilnych w przestrzeni Hilberta - R. Jajte; odkrycie ścisłych związków pomiędzy operatorami sumującymi i randomizującymi - S. Kwapień; badania w teorii ergodycznej - S.

[11] Szczegółowe omówienie wkładu CRN w tę tematykę znajduje się w Rolski(2020).

Hartman, C. Ryll-Nardzewski, S. Gładysz; teoria miar zwartych i doskonałych - E. Marczewski, C. Ryll-Nardzewski i K. Musiał; teoria miar Haara - A. Hulanicki.

14. Po II wojnie światowej statystyka matematyczna była już dyscypliną matematyki o wyraźnie ukształtowanym obliczu. W powojennej Polsce znalazła ona wielu zwolenników, którzy ją stosowali i rozwijali. Dużą w tym zakresie pomocą służył Jerzy Neyman, który chętnie gościł u siebie w Berkeley Polaków z kraju i pomagał im w ich pracy; byli tam Robert Bartoszyński, Witold Klonecki (1930-2012) i inni. Poniżej wymienimy niektórych wybitniejszych.

Fisz w 1954 roku został kierownikiem Katedry Statystyki na Uniwersytetu Warszawskiego. Najbardziej znanym jego dziełem jest podręcznik *Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka matematyczna* (Warszawa 1954)(v.[24]), przetłumaczony na angielski i niemiecki i wielokrotnie wznawiany. Wychowankiem Fisza był, też już wspomniany, Bartoszyński, który prócz probabilistycznych miał także osiągnięcia statystyczne.

Wielkie uznanie w świecie zyskał Oskar Lange (1904-1965). Chociaż główną dziedziną jego badań była ekonomia polityczna, to jednak statystyka zajmowała w nich miejsce poczesne. M.in. stosował ją do badania koniunktury gospodarczej (w rozprawie habilitacyjnej), co z kolei naprowadziło go na ekonometrię, za współtwórcę której uchodzi, i na inne metody ilościowe w analizowaniu zjawisk gospodarczych.

Zawsze statystyką interesował się Steinhaus, nie była to jednak nigdy statystyka śama w sobie", ale zawsze śtatystyka jako metoda poznawcza", jak głosił tytuł jednej z konferencji z jego udziałem, statystyka jako narzędzie zastosowań matematyki. Do jego osiągnięć (ze współpracownikami) na tym polu należy metoda klasyfikacji i porządkowania dużej liczby badanych obiektów, znana jako taksonomia wrocławska, tablice liczb złotych"i "żelaznych", służące do wyznaczania próbki najbardziej losowej, długo stosowana w polskiej praktyce sądowniczej metoda dochodzenia ojcostwa (oparta na badaniu grup krwi) i inne, w tym odnoszące się do medycyny. Z jego seminarium wyszło wielu statystyków, w tym Józef Łukaszewicz (1927-2013)[114] , Jan Oderfeld (1908-2010)[34], Julian Perkal (1913-1965)[94], Stanisław Czesław Trybuła (1932-2008)[12], Mieczysław Warmus (1918-2007)[47], Stefan Zubrzycki (1927-1968)[45] i inni.

[12]Uzyskał znaczące rezultaty w sekwencyjnej estymacji parametrów procesów stochastycznych (v. [57]), teorii sterowania (v. [33]) i identyfikacji (v. [84]) układów stochastycznych. (*przyp. red.*)

Poza środowiskiem matematycznym znanym statystykiem i ekonometrą był Wiesław Sadowski (1921-2010), związany ze Szkołą Główną Handlową w Warszawie. Napisał kilka książek, z których szczególnie dużym uznaniem w kraju i zagranicą cieszył się pierwszy polski wykład podstaw badań operacyjnych Teoria podejmowania decyzji, (kilka wydań polskich, wyd. niemieckie 1963, wyd. ang. 1965). Jego publikacje związane były głównie z ekonomią.

Statystyka jest dzisiaj obecna na każdej niemal polskiej uczelni, a o pracujących tam ludziach i ich osiągnięciach można przeczytać w różnych opracowaniach (v. Mielniczuk (2013), [82], [5]).

Bibliography

[1] A. Antkowiak, M. Kaczmarz, and K. Szajowski. Design of engineering systems in Polish mines in the third quarter of the 20th century. *Antiq. Math.*, 11:251–300, 2017. ISSN 1898-5203; 2353-8813/e. doi: 10.14708/am.v11i0.6351. Cytowanie na str. 70.

[2] J. Barone and A. Novikoff. A history of the axiomatic formulation of probability from Borel to Kolmogorov. I. *Arch. Hist. Exact Sci.*, 18: 123–190, 1978. ISSN 0003-9519; 1432-0657/e. Zbl 0394.01011. Cytowanie na str. 65.

[3] K. Bartnicka, editor. *Komisja Edukacji Narodowej 1773-1794*. Aspra, Warszawa, 2018. Bartnicka K., Polskie i rosyjskie uniwersytety na przełomie XVIII i XIX w., na tle europejskim, w: Akademie Nauk, uniwersytety, organizacje nauki. Polsko-rosyjskie relacje w sferze nauki XVIII–XX wieku, red. L. Zasztowt, Warszawa 2013. Cytowanie na str. 56.

[4] R. Bartoszyński and M. Niewiadomska-Bugaj. *Probability and statistical inference*. Wiley Series in Probability and Statistics: Probability and Statistics. John Wiley & Sons, Inc., New York, 1996. ISBN 0-471-31073-5. MR 1401342 . A Wiley-Interscience Publication. Second edition. Wiley-Interscience [John Wiley & Sons], Hoboken, NJ, 2008. xii+647 pp. ISBN: 978-0-471-69693-3. MR 2374827 . Cytowanie na str. 72.

[5] B. M. Bulska, editor. *Słownik biograficzny statystyków polskich*. Główny Urząd Statystyczny. Polskie Towarzystwo Statystyczne, Warszawa, 1998. ISBN 978-83-7027-499-3. [wyd. I: 166 nazwisk]; 2018 [wyd. II:105 biogramów] Statystycy polscy. Biogramy. Red. Mirosław Krzyśko. Ważniejsze źródła informacji o PTS. Cytowanie na str. 74.

[6] G. Cardano. *The book on games of chance (Liber de ludo aleae)*, volume 1953 of *Translated by Sydney Henry Gould; foreword by Samuel S. Wilks. Reprinted from "Cardano: The gambling scholar", by Oystein Ore (Princeton University Press.* Holt, Rinehart and Winston, New York, 1961. G. Cardano, Liber de ludo aleae (napisana około 1564, wydana 1653). Cytowanie na str. 55.

[7] S. Chandrasekhar, M. Kac, R. Smoluchowski, and R. S. Ingarden. Marian Smoluchowski. His Life and Scientific Work. In R. Ingarden, editor, *Polish men of science*. Polish Scientific Publishers PWN, Warszawa, 2000. ISBN 8301006714. Cytowanie na str. 61.

[8] Z. Ciesielski. Stan i perspektywy matematyki w Polsce. In *II Kongres Nauki Polskiej. Materiały i dokumenty*, volume Część 2: Nauki ścisłe i techniczne. Ossolineum, Wrocław, 1974. Polska Akademia Nauk. Prezydium Komitetu Organizacyjnego II Kongresu Nauki Polskiej. Włodzimierz Trzebiatowski, przewodniczący et al. Cytowanie na str. 72.

[9] A. R. Crathorne. The Law of Small Numbers. *Amer. Math. Monthly*, 35 (4):169–175, 1928. ISSN 0002-9890. doi: 10.2307/2300002. Cytowanie na str. 61.

[10] B. Czekanowski. *Zarys metod statystycznych w zastosowaniu do antropologii.* Towarzystwo Naukowe Warszawskie, Warszawa, 1913. Cytowanie na str. 65.

[11] J. Czekanowski. Zur höhenmessung des schädels. *Archiv für Anthropologie*, Bd.I(neue Folge):254–258, 1904. druck von F. Vieweg ub Sohn, Braunschweig. Cytowanie na str. 64.

[12] A. B. Danielewicz, editor. *Podstawy matematyczne ubezpieczeń życiowych.* Noskowski, Warszawa, 1896. W serii „Dzieła i rozprawy matematyczno fizyczne wydawane przez Czajewicza".POLONA. Cytowanie na str. 63.

[13] A. B. Danielewicz. Twierdzenie poissona o prawie wielkich liczb. *Wiadomości Matematyczne*, 5(4-6):211–233, 1901. pdf. Cytowanie na str. 64.

[14] A. B. Danielewicz and S. Dickstein, editors. *Zarys arytmetyki politycznej.* Rubiszewski i Wrotnowski, Warszawa, 1910. Nakł. b. Wychowańców Szkoły Handlowej im. L. Kronenberga podręcznik z dziedziny nauk handlowych i ekonomicznych.POLONA. Cytowanie na str. 63.

[15] A. L. Dawidowicz. Prawa wielkich liczb przedwczoraj, wczoraj i dziś. In W. Więsław, editor, *Wokół Bernoullich. XIX Ogólnopolska Szkoła*

Historii Matematyki., pages 17–22. Lublin: Politechnika Lubelska, 2006. ISBN 83-7497-004-9. Zbl 1425.01015. Cytowanie na str. 67.

[16] A. de Moivre. *The doctrine of chances or, a method of calculating the probabilities of events in play.* New impression of the second edition, with additional material. Cass Library of Science Classics, No. 1. Frank Cass & Co., Ltd., London, 1967. A. de Moivre, Doctrine of Chances, 1718. Cytowanie na str. 56.

[17] S. Domoradzki. O pracach probabilistycznych w Polsce w XIX w. i na przełomie XIX i XX w. In S. Fudali, editor, *Probabilistyka i mechanika w szkicach historycznych*, volume Cz. 1 of *Materiały z V Ogólnopolskiej Szkoły Historii Matematyki (Dziwnów, 9-13 maja 1991)*, chapter Probabilistyka, pages 277–287. Instytut Matematyki US - Oddział Szczeciński PTM, Szczecin, 1992. Cytowanie na str. 59, 77.

[18] R. Duda. Matematyka polska w międzywojennym dwudziestoleciu. *Nauka Polska*, 21(46):121–155, 2012. Cytowanie na str. 66.

[19] R. Duda. *Matematycy XIX i XX wieku związani z Polską.* Wydawnictwo Uniwersytetu Wrocławskiego, 2012. ISBN 978-83-229-3316-9. Cytowanie na str. 57.

[20] R. Duda. Leaders of Polish mathematics between the two world wars. *Comment. Math.*, 53(2):105–112, 2013. ISSN 2080-1211. Cytowanie na str. 66.

[21] R. Duda. *Lwowska szkoła matematyczna.* Wydawnictwo Uniwersytetu Wrocławskiego, 2014. ISBN 978-83-229-3211-7. Cytowanie na str. 66.

[22] R. Duda. *Pearls from a lost city*, volume 40 of *History of Mathematics.* American Mathematical Society, Providence, RI, 2014. ISBN 978-1-4704-1076-6. The Lvov school of mathematics, Translated from the 2007 Polish original by Daniel Davies. Cytowanie na str. 66.

[23] D. Dudek and W. Zięba. Wykłady rachunku prawdopodobieństwa na ziemiach polskich na przełomie w. xix i xx. *Antiquitates Mathematicae*, 4:73–95, 2014. ISSN 2353-8813. doi: 10.14708/am.v4i0.736. Pierwotna wersja pracy ukazała się w Więsław, Witold (ed.) Dzieje matematyki polskiej., *Instytut Matematyczny Uniwersytetu Wrocławskiego*, Wrocław 2012, 311 p. (ISBN 978-83-910055-4-5). Zbl 1258.01002. Cytowanie na str. 63, 86.

[24] M. Fisz. *Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka matematyczna.* Third corrected and enlarged edition. Biblioteka Matematyczna, Tom 18. Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warsaw, 1967. MR 0226756. Pierwsze wydanie w 1954 r. (MR 0065831). Cytowanie na str. 73.

[25] W. Folkierski. *Zasady rachunku różniczkowego i całkowego z zastosowaniami*, volume I. Dukarnia Braci Rouge, Dunon i Fresné, Paris, 1870. Wyłożył w sposób przystępny dla początkujących W. Folkierski ; powiększony przypiskiem Wł. Trzaski O wyznacznikach. Nakładem Bibljoteki Kórnickiej. Cytowanie na str. 60.

[26] W. Folkierski. *Zasady rachunku różniczkowego i całkowego z zastosowaniami.*, volume II, Cz. 1. Dukarnia Braci Rouge, Dunon i Fresné, Paris, 1873. Rachunek całkowy. Całkowanie różniczek, zastosowania do ogólnéj teorji funkcyj, obliczania łuków, powierzchni i objętości, rachunku prawdopodobieństwa i metody najmniejszych kwadratów / wyłożył w sposób przystępny dla początkujących W. Folkierski. Na czterychsetletnią rocznicę urodzin Kopernika nakładem Biblioteki Kórnickiej. Cytowanie na str. 60.

[27] S. Fudali, editor. *Probabilistyka i mechanika w szkicach historycznych*, volume Cz. 1 of *Materiały z V Ogólnopolskiej Szkoły Historii Matematyki (Dziwnów, 9-13 maja 1991)*, chapter Probabilistyka, page 287 p. Instytut Matematyki US - Oddział Szczeciński PTM, Szczecin, 1992. Cytowane w [17], [35], [63], [78], [92] i [115]. Cytowanie na str. 61.

[28] C. C. Gillispie, editor. *Dictionary of Scientific Biography*, volume 16 vols. Charles Scribner's Sons, New York, 1970–1980. ISBN 0-684-10114-9. Supplement II, edited by Frederic Lawrence Holmes, 2 vols., 1990. ISBN 0-684-16962-2. Cytowanie na str. 61.

[29] H.-J. Girlich. Łomnicki-Steinhaus-Kolmogorov: steps to a modern probability theory. In W. Więsław, editor, *European mathematics in the last centuries.*, Lectures presented at the Conference held at Będlewo, 26-30 April 2004, pages 47–56. Stefan Banach International Mathematical Center and Institute of Mathematics, Wrocław University, 2005. Cytowanie na str. 66.

[30] W. Gosiewski. O prawie wielkich liczb. *Wiadomości Matematyczne*, 6 (1-3):89–92, 1902. pdf. Cytowanie na str. 60.

[31] W. Gosiewski. *Zasady rachunku prawdopodobieństwa.* Biblioteka Matematyczno-Fizyczna. Księgarnia E. Wendego i sp., Warszawa, 1906. Seria wydawana przez A.Czajewicza i S. Dicksteina. Cytowanie na str. 60.

[32] I. Grattan-Guinness, editor. *Companion encyclopedia of the history and philosophy of the mathematical sciences. Vol. 1, 2.* Johns Hopkins University Press, Baltimore, MD, 2003. ISBN 0-8018-7396-7; 0-8018-7397-5. Rozdział Probability and Statistics, and the Social Sciences, tom II, s. 1281-1423. Cytowanie na str. 56.

[33] A. Grzybowski, Z. Porosiński, and K. Szajowski. Trybula's papers related to optimal control. *Mathematica Applicanda*, 38(1):97–116, 2010. ISSN 2299-4009. doi: 10.14708/ma.v38i1.254. Cytowanie na str. 73.

[34] T. Haładyj. O Janie Oderfeldzie, co 200 lat przepracował. *Gazeta Wyborcza*, 2010. Cytowanie na str. 73.

[35] E. Hensz and A. Łuczak. Mocne prawo wielkich liczb Marcinkiewicza. Wersja klasyczna i niekomutatywna. In S. Fudali, editor, *Probabilistyka i mechanika w szkicach historycznych*, volume Cz. 1 of *Materiały z V Ogólnopolskiej Szkoły Historii Matematyki (Dziwnów, 9-13 maja 1991)*, chapter Probabilistyka, pages 219–223. Instytut Matematyki US - Oddział Szczeciński PTM, Szczecin, 1992. Cytowanie na str. 67, 77.

[36] P. Holgate. Independent functions: Probability and analysis in Poland between the wars. *Biometrika*, 84(1):161–173, 1997. ISSN 0006-3444; 1464-3510/e. doi: 10.1093/biomet/84.1.159. Zbl 0892.60004. Cytowanie na str. 67.

[37] K. Horowicz. *Wstęp do statystyki teoretycznej: Wykład wstepny wygłoszony w dniu 12 lutego 1917 r. na Wydziale Humanistycznym Towarzystwa Kursów Naukowych*. Drukarnia Naukowa, Warszawa, 1917. POLONAskł.gł Księg. Towarzystwa Wydawniczego. Cytowanie na str. 64.

[38] P. Jastrzębski. Witold Wierzbicki (1890-1965). In *Sylwetki profesorów Politechniki Warszawskiej*, number 30 in Prace Historyczne, page oai:bcpw.bg.pw.edu.pl:908. Biblioteka Główna Politechniki Warszawskiej, Warszawa, 1985. URL http://bcpw.bg.pw.edu.pl/Content/908/sylw_prof_087.pdf. Cytowanie na str. 70.

[39] A. Jermakowicz. Witold Pogorzelski (1895-1963). In *Sylwetki profesorów Politechniki Warszawskiej*, number 50 in Prace Historyczne, page oai:bcpw.bg.pw.edu.pl:867. Biblioteka Główna Politechniki Warszawskiej, Warszawa, 1988. URL http://bcpw.bg.pw.edu.pl/Content/867/sylw_prof_050.pdf. Cytowanie na str. 70.

[40] A. Juszkiewicz, editor. *Historia matematyki*, volume 3, chapter Teoria prawdopodobieństwa, pages 138–166. Warszawa, 1977. Cytowanie na str. 56.

[41] I. Jóźwik and M. Terepeta. Teaching mathematics at lodz university of technology in the period of 1945–1970. *Antiquitates Mathematicae*, 9:3–29, 2016. ISSN 1898-5203;2353-8813e. doi: 10.14708/am.v9i0.630. Cytowanie na str. 70.

[42] M. Kac. *Zagadki losu*. Polska Fundacja Upowszechniania Nauki, Warszawa, 1997. ISBN 8385618252. Przetł. Katarzyna i Henryk Lipszycowie z wydania: *Enigmas of Chance. An Autobiography*, Harper & Row, Nowy Jork 1985. Cytowanie na str. 67.

[43] F. Karliński. Rękopis wykładu rach. prawd. w r.a. 1866/87. (Biblioteka Jagiellońska Rkp. Przyb. 209-71b), 1866. Cytowanie na str. 59.

[44] A. Kolmogoroff. Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung. *Ergeb. Math. Grenzgeb.*, 2(3), 1933. Zbl 0007.21601. Cytowanie na str. 65.

[45] B. Kopociński. Stefan Zubrzycki (1927–1968). In M. Krzyśko(przewodniczący), W. Adamczewski, J. Berger, K. Kruszka, and B. Łazowska., editors, *Statystycy Polscy*, pages 492–498. Główny Urząd Statystyczny, Polskie Towarzystwo Statystyczne, Warszawa, 2018. ISBN 978-83-7027-498-6. URL https://stat.gov.pl/download/gfx/portalinformacyjny/pl/defaultaktualnosci/5501/31/1/1/statystycy_polscy_biogramy.pdf#page=492. Cytowanie na str. 73.

[46] F. Kotowsski. Czy należy stosować rachunek prawdopodobieństwa do doświadczeń polowych? Poznań : [s.n.], 1923 (Poznań : Druk. Uniw. Poznańskiego), 1923. POLONA. Cytowanie na str. 70.

[47] M. Krzyśko. Warmus Mieczysław Jan (1918–2007). In M. Krzyśko(przewodniczący), W. Adamczewski, J. Berger, K. Kruszka, and B. Łazowska., editors, *Statystycy Polscy*, pages 373–281. Główny Urząd Statystyczny, Polskie Towarzystwo Statystyczne, Warszawa, 2012. ISBN 978-83-7027-498-6. URL https://stat.gov.pl/download/gfx/portalinformacyjny/pl/defaultaktualnosci/5501/31/1/1/statystycy_polscy_biogramy.pdf#page=423. Cytowanie na str. 73.

[48] S.-F. Lacroix. *Traité élémentaire du calcul des probabilités* . Vve Courcier, Paris, 1816. Second Issue 1833. Cytowanie na str. 59.

[49] P.-S. Laplace. *Philosophical essay on probabilities*, volume 13 of *Sources in the History of Mathematics and Physical Sciences*. Springer-Verlag, New York, 1995. ISBN 0-387-94349-8. doi: 10.1007/978-1-4612-4184-3. Translated from the fifth (1825) French edition, and with notes and a preface by Andrew I. Dale. The Laplace lecture from 1795 Ęssai philosophique sur les probabilités". Cytowanie na str. 56.

[50] P.-S. Laplace. *Théorie analytique des probabilités. Vol. I.* Éditions Jacques Gabay, Paris, 1995. ISBN 2-87647-161-2. Introduction: Essai

philosophique sur les probabilités. [Introduction: Philosophical essay on probabilities], Livre I: Du calcul des fonctions génératrices. [Book I: On the calculus of generating functions], Reprint of the 1819 fourth edition (Introduction) and the 1820 third edition (Book I). Cytowanie na str. 56.

[51] P.-S. Laplace. *Théorie analytique des probabilités. Vol. II*. Éditions Jacques Gabay, Paris, 1995. ISBN 2-87647-161-2. Livre II: Théorie générale des probabilités. [Book II: General probability theory], Suppléments. [Supplements], Reprint of the 1820 third edition (Book II) and of the 1816, 1818, 1820 and 1825 originals (Supplements). Cytowanie na str. 56, 58.

[52] T. Ledwina. Idee Jerzego Neymana w teorii testowania hipotez statystycznych. In R. Ingarden, editor, *XII Szkoła Historii Matematyki. Krynica 19-25 maja 1998*, pages 37–44. Wydawnictwo Wydziału Matematyki Stosowanej AGH, Kraków, 1999. Cytowanie na str. 68.

[53] C. Lewis. Actuarial mathematics. In I. Grattan-Guinness, editor, *Companion encyclopedia of the history and philosophy of the mathematical sciences. Vol. 1, 2*, volume 2, pages pp. i–xii and 843–1806. Routledge, London, 1994. ISBN 0-415-03785-9. Vol. 1: xiv+842 pp. MR 1469978. Cytowanie na str. 63.

[54] M. Loève. *Probability theory. Foundations. Random sequences*. D. Van Nostrand Company, Inc., Toronto-New York-London, 1955. Cytowanie na str. 67.

[55] A. Łomnicki. Nouveaux fondements du calcul des probabilités. (Definition de la probabilité fondée sur la théorie des ensembles). *Fundam. Math.*, 4:34–71, 1923. ISSN 0016-2736; 1730-6329/e. doi: 10.4064/fm-4-1-34-71. Zbl 49.0360.02. Cytowanie na str. 66.

[56] A. Łomnicki. *Tablice matematyczno-fizyczne czterocyfrowe : dla użytku szkół średnich*. Książnica-Atlas, Lwów–Warszawa, 1926. Cytowanie na str. 69, 70.

[57] R. Magiera and M. Wilczyński. Wpływ profesora stanisława trybuły na rozwój teorii estymacji sekwencyjnej dla procesów stochastycznych. *Mathematica Applicanda*, 38(1), 2010. ISSN 2299-4009. doi: 10.14708/ma.v38i1.259. Cytowanie na str. 73.

[58] B. Maleszewski. *Теория и практика пенсионных касс*. St. Peterburg, 1889–1890. Б.Ф. Малешевский Tieorija i praktika pensjonnych kas. [Teoria i praktyka kas emerytalnych, ros.] t.2 w 3 tomy. Cytowanie na str. 61.

[59] B. Maleszewski. *Tieorija wierojatnostiej*. St. Peterburg, 1903. Болеслав Фомич Малешевский. Теория вероятностей. Cytowanie na str. 61.

[60] L. Maligranda. Antoni Łomnicki (1881-1941). *Wiadomości Matematyczne*, 44(01):61–112, 2017. ISSN 2543-991X. doi: 10.14708/wm.v44i01.5088. Cytowanie na str. 66.

[61] M. Marassé. *O pojęciu i zadaniu statystyki*. Drukarnia „Czasu" W. Kirchmayera, Kraków, 1866. HINT Historia Nauka Technika. Cytowanie na str. 63.

[62] J. Marcinkiewicz and A. Zygmund. Sur les fonctions independantes. *Fundam. Math.*, 29:60–90, 1937. ISSN 0016-2736; 1730-6329/e. Cytowanie na str. 67.

[63] P. Matuła. Probabilistyka w pracach Hugona Steinhausa. In S. Fudali, editor, *Probabilistyka i mechanika w szkicach historycznych*, volume Cz. 1 of *Materiały z V Ogólnopolskiej Szkoły Historii Matematyki (Dziwnów, 9-13 maja 1991)*, chapter Probabilistyka, pages 259–268. Instytut Matematyki US - Oddział Szczeciński PTM, Szczecin, 1992. Cytowanie na str. 67, 77.

[64] S. Mazurkiewicz. *Podstawy rachunku prawdopodobieństwa*. Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa, 1956. Prepared for print from the late author's manuscripts by Jerzy Łoś. Cytowanie na str. 67.

[65] J. Mielniczuk. Wkład Polaków w rozwój statystyki matematycznej i stosowanej po drugiej wojnie światowej. *Przegląd Statystyczny*, 60(1): 73–76, 2013. URL http://keii.ue.wroc.pl/przeglad/Rok%202013/Zeszyt%201/2013_60_1_109-120.pdf. Cytowanie na str. 74.

[66] J. Murray. *Wprowadzenie do biomatematyki*. PWN, Warszawa, 2006. ISBN 8301147199. Ang. orig. Mathematical biology. I. An introduction. Third edition. Interdisciplinary Applied Mathematics, 17. Springer-Verlag, New York, 2002. xxiv+551 pp. ISBN: 0-387-95223-3. Cytowanie na str. 61.

[67] J. Neyman. Outline of a theory of statistical estimation based on the classical theory of probability. *Philos. Trans. R. Soc. Lond., Ser. A*, 236:333–386, 1937. ISSN 0080-4614; 1471-2962/e. doi: 10.1098/rsta.1937.0005. JFM 63.0515.02;Zbl Zbl 0017.12403. Cytowanie na str. 68.

[68] J. Neyman. Origins of statistical mathematics. *Wiadom. Mat. (2)*, 22 (1):91–106, 1979. ISSN 0373-8302. doi: 10.14708/wm.v22i01.3670. MR 571467. Cytowanie na str. 63.

[69] J. Neyman and E. S. Pearson. On the problem of the most efficient tests of statistical hypotheses. *Philos. Trans. R. Soc. Lond., Ser. A, Contain. Pap. Math. Phys. Character*, 231:289–337, 1933. doi: 10.1098/rsta.1933.0009. Zbl 0006.26804. Cytowanie na str. 68.

[70] Śniadecki, Jan. O rachunku losów. In *Pisma rozmaite Jana Śniadeckiego*, volume III, pages 329–359. Uniwersytet Wileński, Wilno, 1818. (Dziennik Wileński 1817), także [71, s. 99-116]. Cytowanie na str. 58.

[71] Śniadecki, Jan. Pisma filozoficzne. In D. Petsch, editor, *Biblioteka Klasyków Filozofii. Pisarze Polscy. (nr 44)*, volume I, pages 27–36. PWN, Warszawa, 1958. Cytowanie na str. 57, 82.

[72] O. Nikodym. Sur une généralisation des intégrales de M. J. Radon. *Fundam. Math.*, 15:131–179, 1930. ISSN 0016-2736; 1730-6329/e. doi: 10.4064/fm-15-1-131-179. Zbl 56.0922.01; *Sur une généralisation des intégrales de M. J. Radon. Errata et remarques.* Fundamenta 15, 358 (1930) JFM 56.0922.02. Cytowanie na str. 67.

[73] Z. Pawlikowska-Brożek. *Zygmunt Janiszewski – organizator nauki, autor idei polskiej szkoły matematycznej*, pages 45–52. Warszawa, 1992. Cytowanie na str. 66.

[74] Z. Pogoda. Vi problem hilberta. aksjomatyzacja fizyki. In *Problemy Hilberta w pięćdziesięciolecie śmierci ich twórcy*, pages 63–70. Warszawa, 1997. Cytowanie na str. 65.

[75] S. Posner. Statystyka. In S. Fudali, editor, *Poradnik dla samouków. Nauki społeczno-prawne. Nauki filozoficzne*, volume III of *Materiały z V Ogólnopolskiej Szkoły Historii Matematyki (Dziwnów, 9-13 maja 1991)*, chapter Nauki społeczno-prawne. Nauki filozoficzne, pages 1–85. skł. gł. w Księgarni Gebethnera i Wolffa ; nakł. S. Michalskiego i A. Heflicha, Warszawa, 1900. Cytowanie na str. 63.

[76] M. P. Quine and E. Seneta. Bortkiewicz's data and the law of small numbers. *Internat. Statist. Rev.*, 55(2):173–181, 1987. ISSN 0306-7734. doi: 10.2307/1403193. Cytowanie na str. 61.

[77] K. Rakoczy-Pindor. Wykształcenie nauczyciela gimnazjalnego matematyki w galicji w latach 1850-1918. *Antiquitates Mathematicae*, 5: 163–172, 2014. ISSN 2353-8813. doi: 10.14708/am.v5i0.728. Ęducation junior high school math teacher in Galicia in the years 1850-1918."The original version of this work appeared in Więsław, Witold (ed.) History of Polish Mathematics. (Dzieje matematyki polskiej.), *Institute of Mathematics, Wrocław University*, Wrocław 2012, 311 p. (ISBN 978-83-910055-4-5). Zbl 1258.01002. Cytowanie na str. 61, 86.

[78] B. Śreniawa. Probabilistyka w pracach Mariana Smoluchowskiego. In S. Fudali, editor, *Probabilistyka i mechanika w szkicach historycznych*, volume Cz. 1 of *Materiały z V Ogólnopolskiej Szkoły Historii Matematyki (Dziwnów, 9-13 maja 1991)*, chapter Probabilistyka, pages 224–232. Instytut Matematyki US - Oddział Szczeciński PTM, Szczecin, 1992. Cytowanie na str. 61, 77.

[79] Z. Rewkowski. *O początkach i wzroście rachunków prawdopodobieństw*. Glücksberg, 1828. Cytowanie na str. 58.

[80] Z. Rewkowski. *Pamiętniki*, volume Tom 1. Wilno. Ostatnie lata uniwersytetu; Tom 2. Zesłanie. W sołdaty na Kaukaz. Instytut Matematyczny Uniwersytetu Wrocławskiego, 2011. ISBN 9788391005514; 9788391005538. Wstępem i przypisami opatrzył Witold Więsław. Cytowanie na str. 58.

[81] T. Rolski. A note on the history of the poisson process. *Antiquitates Mathematicae*, 13(1):3–17, 2020. ISSN 2353-8813. doi: 10.14708/am.v13i1.6519. Cytowanie na str. 72.

[82] E. Rosset. *Rozwój polskiej myśli statystycznej. Wybór pism statystyków polskich*, page 527. Third corrected and enlarged edition. Biblioteka Matematyczna, Tom 18. Warszawa, 1968. Cytowanie na str. 74.

[83] Ермолаева, Наталия. Болеслав Малешевский (1844-1912). Биографический очерк. *Antiquitates Mathematicae*, 4:119–135, 2014. ISSN 2353-8813. doi: 10.14708/am.v4i0.735. "Boleslav Maleshevska (1844-1912). Sketch of biography."The original version of this work appeared in Więsław, Witold (ed.) History of Polish Mathematics. (Dzieje matematyki polskiej.) (in Russian), *Institute of Mathematics, Wrocław University*, Wrocław 2012, 311 p. (ISBN 978-83-910055-4-5). Zbl 1258.01002. Cytowanie na str. 61, 86.

[84] P. Scherwentke, P. Stawski, and K. Szajowski. Teoria identyfikacji systemów elektroenergetycznych w pracach stanisława trybuły. *Mathematica Applicanda*, 38(1):117–123, 2010. ISSN 2299-4009. doi: 10.14708/ma.v38i1.255. Cytowanie na str. 73.

[85] O. Sheynin. Ladislaus von bortkiewicz: a scientific biography. *Antiquitates Mathematicae*, 5:249–266, 2014. ISSN 2353-8813. doi: 10.14708/am.v5i0.588. The original version of this work appeared in Więsław, Witold (ed.) History of Polish Mathematics. (Dzieje matematyki polskiej.), *Institute of Mathematics, Wrocław University*, Wrocław 2012, 311 p. (ISBN 978-83-910055-4-5). Zbl 1258.01002. Cytowanie na str. 61, 86.

[86] M. Smoluchowski. Œuvres III. Publiées sous les auspices de l'Académie Polonaise des Sciences et des Lettres. Cracovie, Académie Polonaise des Sciences et des Lettres; Paris, Ch. Béranger (1928)., 1928. Cytowanie na str. 61.

[87] Śniadecki, Jan. Rachunek Zdarzeń i Przypadków Losu. Wilno, 1790. rks BJ 3161. (przedruk w [107] s. 109-129. Cytowanie na str. 57.

[88] H. Steinhaus. Les probabilités dénombrables et leur rapport à la théorie de la mesure. *Fundam. Math.*, 4:286–310, 1923. ISSN 0016-2736; 1730-6329/e. doi: 10.4064/fm-4-1-286-310. Zbl 49.0361.01. Prace Steinhausa zostały zebrane w [89]. Cytowanie na str. 66.

[89] H. Steinhaus. *Selected papers*. PWN—Polish Scientific Publishers, Warsaw, 1985. ISBN 83-01-00825-3. Cytowanie na str. 84.

[90] W. Szczotka. Fenomen steinhausowskiego Seminarium Matematyki Stosowanej. Zarys koncepcji. *Antiq. Math.*, 12:197–228, 2018. ISSN 1898-5203. doi: 10.14708/am.v12i1.6421. Cytowanie na str. 71.

[91] W. Szczotka. Fenomen Steinhausowskiego Seminarium Matematyki Stosowanej. Tematyka. *Antiquitates Mathematicae*, 13(1):177–234, 2020. ISSN 2353-8813. doi: 10.14708/am.v13i1.6446. Cytowanie na str. 71.

[92] D. Szynal. Historia prawa wielkich liczb do 1939 roku. In S. Fudali, editor, *Probabilistyka i mechanika w szkicach historycznych*, volume Cz. 1 of *Materiały z V Ogólnopolskiej Szkoły Historii Matematyki (Dziwnów, 9-13 maja 1991)*, chapter Probabilistyka, pages 121–177. Instytut Matematyki US - Oddział Szczeciński PTM, Szczecin, 1992. Cytowanie na str. 67, 77.

[93] I. Todhunter. *A history of the theory of elasticity and the strength of materials, from Galilei to Lord Kelvin*. Edited and completed by Karl Pearson. Dover Publications, Inc., New York, 1960. Cytowanie na str. 56.

[94] J. Łukaszewicz. Julian perkal (1913-1965). *Wiadomości Matematyczne*, 10(1):29–36, 1967. ISSN 2543-991X. doi: 10.14708/wm.v10i1.2202. Cytowanie na str. 73.

[95] K. Urbanik. Guassian measures on locally compact Abelian topological groups. *Studia Math.*, 19:77–88, 1960. ISSN 0039-3223. doi: 10.4064/sm-19-1-77-88. Cytowanie na str. 71.

[96] K. Urbanik. Generalized convolutions. *Stud. Math.*, 23:217–245, 1964. ISSN 0039-3223; 1730-6337/e. doi: 10.4064/sm-23-3-217-245. Zbl 0171.39504, EuDML:217073. Cytowanie na str. 71.

[97] K. Urbanik. Lectures on prediction theory. Delivered at the University Erlangen-Nürnberg 1966. Prepared for publication by J. Rosenmüller. *Lect. Notes Math.*, 44, 1967. ISSN 0075-8434; 1617-9692/e. doi: 10.1007/BFb0074242. Zbl 0262.60023. Cytowanie na str. 71.

[98] K. Urbanik. Generalized convolutions. II. *Studia Math.*, 45:57–70, 1973. ISSN 0039-3223. doi: 10.4064/sm-45-1-57-70. Cytowanie na str. 71.

[99] K. Urbanik. The ideas of Hugo Steinhaus on probability theory. *Wiadom. Mat. (2)*, 17:39–50, 1973. ISSN 0373-8302. doi: 10.14708/wm.v17i01.3110. Cytowanie na str. 66, 67.

[100] K. Urbanik. On the definition of information. *Rep. Mathematical Phys.*, 4:289–301, 1973. ISSN 0034-4877. doi: 10.1016/0034-4877(73)90004-9. Cytowanie na str. 71.

[101] M. von Smoluchowski. Zur kinetischen Theorie der *Brown*schen Molekularbewegung und der Suspensionen. *Annalen der Physik, IV. Folge*, 21:756–780, 1906. ISSN 0003-3804. doi: 10.1002/andp.19063261405. Zbl 37.0814.03. Cytowanie na str. 61.

[102] M. von Smoluchowski. Essai d'une théorie cinétique du mouvement Brownien it des milieux troublés. *Krakau Anz.*, pages 577–602, 1906. M. Smoluchowski, Zarys teorii kinetycznej ruchów Browna i roztworów mętnych, „Rozprawy Wydz. Mat.-Przyr. AU" 46, seria A, 257 (1906) Zbl 37.0814.04. Cytowanie na str. 61.

[103] M. von Smoluchowski. Über den Begriff des Zufalls und den Ursprung der Wahrscheinlichkeitsgesetze in der Physik. *Naturwiss.*, 6:253–263, 1918. ISSN 0028-1042; 1432-1904/e. doi: https://doi.org/10.1007/BF01491334. Zbl 46.1494.01. Cytowanie na str. 62.

[104] Z. Žemaǐtis. The physical and mathematical sciences in the old Vilnius University (1579–1832). *Litovsk. Mat. Sb.*, 2(2):289–317, 1962. ISSN 0132-2818. Cytowanie na str. 58.

[105] Z. Žemaǐtis. Profiessor wilniusskogo uniwiersitieta z. rewkowskij (-) i matiematiczeskoje isledowanje proizwodstwiennych processow. *Litovsk. Mat. Sb.*, 3(1):289–314, 1963. ISSN 0132-2818. Cytowanie na str. 58.

[106] W. Wierzbicki. Bezpieczeństwo budowli jako zagadnienie prawdopodobieństwa. *Przegląd Techniczny*, LXXV(24):690–691, 1936. URL http://bcpw.bg.pw.edu.pl/dlibra/publication?id=4159. Cytowanie na str. 70.

[107] W. Więsław, editor. *Wokół Bernoullich. XIX Ogólnopolska Szkoła Historii Matematyki*. Lublin: Politechnika Lubelska, 2006. ISBN 83-7497-004-9. Z tego zbioru cytowane są: [108], Zbl 1425.01015. Cytowanie na str. 57, 84.

[108] W. Więsław. Pierwsze polskie teksty z rachunku prawdopodobieństwa. In W. Więsław, editor, *Wokół Bernoullich. XIX Ogólnopolska Szkoła Historii Matematyki.*, pages 101–108. Lublin: Politechnika Lubelska, 2006. ISBN 83-7497-004-9. Zbl 1425.01015. Cytowanie na str. 57, 86.

[109] W. Więsław. Zygmunt Rewkowski (1807–1893) – vitae pars prima. *Antiq. Math.*, 3:117–135, 2009. ISSN 1898-5203; 2353-8813/e. doi:10.14708/am.v3i1.7040. Zbl 1228.01025. Cytowanie na str. 58.

[110] W. Więsław, editor. *Dzieje matematyki polskiej*. Wrocław: Instytut Matematyczny Uniwersytetu Wrocławskiego, 2012. ISBN 978-83-910055-4-5/pbk. Cytowane w [23], [83] , [77] i [85]. Zbl 1258.01002. Cytowanie na str. 61.

[111] W. Więsław. Początki rachunku prawdopodobieństwa na ziemiach polskich. In W. Ostasiewicz, editor, *Na ścieżkach historii statystyki.*, pages 99–131. Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego, Wrocław, 2013. ISBN 978-83-7695-353-3. Cytowanie na str. 57.

[112] W. A. Woyczyński. Seeking Birnbaum. *Wiadom. Mat.*, 33:137–154, 1997. ISSN 0373-8302. Cytowanie na str. 68.

[113] W. A. Woyczyński. Seeking Birnbaum, or nine lives of a mathematician. *Math. Intelligencer*, 23(2):36–46, 2001. ISSN 0343-6993. doi:10.1007/BF03026626. Translated from Wiadom. Mat. **33** (1997), 137–154 [MR1615839 (99g:01037)]. Cytowanie na str. 68.

[114] G. Wyłupek. Józef Łukaszewicz (1927-2013). Web page In memoriam on Komisja Statystyki Komitetu Matematyki Polskiej Akademii Nauk, 2014. Dostęp: 31.12.2017. Cytowanie na str. 73.

[115] J. Zabczyk. Początki teorii procesów stochastycznych. In S. Fudali, editor, *Probabilistyka i mechanika w szkicach historycznych*, volume Cz. 1 of *Materiały z V Ogólnopolskiej Szkoły Historii Matematyki (Dziwnów, 9-13 maja 1991)*, chapter Probabilistyka, pages 233–248. Instytut Matematyki US - Oddział Szczeciński PTM, Szczecin, 1992. Cytowanie na str. 61, 77.

[116] W. Załęski, editor. *Teorja statystyki w zarysie*, volume Cz. I. Redakcja Bibliototeki Umiejętności Prawnych, Warszawa, 1884. Zasady ogólne i część historyczna. POLONA. Cytowanie na str. 63.

Reception of probability theory and statistical methods in Poland

Roman Duda

Abstract. Chance has always accompanied man. He was afraid of the elusive forces behind him, but he was also fascinated. Relatively late from this fascination arose the understanding that in some circumstances chance can be measured and, consequently, with the help of mathematics to reveal the regularities behind it. It began with gambling games already known in ancient times, such as the dice game popular among Roman legionnaires, but the first serious attempts at mathematical approach begin only in the Renaissance. The history of this development is described and the purpose of this article is not to recall it, but only the account of its sounds in Poland and the circumstances of settling this account in Polish mathematics.

2010 Mathematics Subject Classification: 60-03;97A30;01.30;01.35; 46N30;47N30.

Key words and phrases: probability; mathematical statistics; decision theory; biostatistics; actuarial science.

Roman Duda
Wrocław University
Institute of Mathematics
Plac Grunwaldzki 2/4, PL-50-384 Wrocław
E-mail: romanduda@poczta.onet.pl
URL: http://www.math.uni.wroc.pl/ duda/
Communicated by: Stanisław Domoradzki, Krzysztof J. Szajowski

(Zgłoszona: 11th of November 2018; Wersja końcowa: 12 maja 2020)