ROCZNIKI POLSKIEGO TOWARZYSTWA MATEMATYCZNEGO
SERIA V: DYDAKTYKA MATEMATYKI 28 (2005)

SETNA ROCZNICA URODZIN PROFESOR ANNY ZOFII KRYGOWSKIEJ

Helena Siwek
Akademia Pedagogiczna w Krakowie

Profesor Krygowska — niezwykły człowiek, tytan pracy[1]

Ministerstwo Nauki i Szkolnictwa Wyższego

Profesor Zofia Krygowska stworzyła nowoczesną dydaktykę matematyki. To jej zawdzięczamy rozwój tej dyscypliny do poziomu, który pozwala mówić o dydaktyce matematyki jako nauce. Mimo, że jest to młoda nauka, dysponuje już ogromnym dorobkiem publikacyjnym, którego podwaliny stworzyła Z. Krygowska. Jej liczne prace, w tym fundamentalne dzieło: *Zarys dydaktyki matematyki*, określają problematykę, metody badań i język tej dyscypliny. Można śmiało twierdzić, że nie ma w Polsce poważnego opracowania z dydaktyki matematyki, w którym nie byłyby cytowane książki i artykuły jej autorstwa.

Rozwojowi nauki powinny towarzyszyć stopnie i tytuły naukowe jej przedstawicieli. Na tym polu również Profesor Krygowska odegrała pionierską rolę. To ona zdobyła jako jedna z pierwszych w Polsce stopień doktora nauk matematyczno-przyrodniczych z metodyki nauczania matematyki (na Uniwersytecie Jagiellońskim). To dzięki niej powstała pierwsza w Polsce Katedra Metodyki Nauczania Matematyki (1958) na Wydziale Matematyczno-Fizycznym Wyższej Szkoły Pedagogicznej w Krakowie. Następnie (w roku 1970) wydział ten uzyskał uprawnienia do nadawania stopnia doktora nauk matematycznych (również w zakresie dydaktyki matematyki).

Jakie wydarzenia w życiu i jakie podstawowe nurty działalności tej wielkiej Uczonej są istotne dla kształcenia matematycznego uczniów, studentów —

[1] W związku z obchodami 100. rocznicy urodzin Profesor Krygowskiej autorka wygłosiła referat na XVIII Ogólnopolskiej Szkole Historii Matematyki, organizowanej przez Wyższą Szkołę Matematyki i Informatyki Użytkowej w Białymstoku, w dniach 31. 05-04. 06. 2004 r. Następnie opracowała artykuł: Anna Zofia Krygowska — w stulecie urodzin, ogłoszony w *Matematyce* **6**, 2004. Niniejsze opracowanie jest rozszerzoną wersją artykułu zamieszczonego w czasopiśmie *Matematyka*.

przyszłych nauczycieli matematyki, pracowników naukowych podejmujących badania z dydaktyki matematyki?

1 Główne fakty z życiorysu

1.1 Dzieciństwo i lata szkolne

Anna Zofia Krygowska urodziła się 19 września 1904 roku we Lwowie. Była najstarszą córką z czworga rodzeństwa. Lata szkolne upłynęły jej już w Zakopanem, gdzie ukończyła szkołę podstawową i średnią. O tych latach w ten sposób mówiła jej siostra Halina Czarkowska[2].

> Była żywym i wesołym dzieckiem, ale przy tym wyjątkowo samodzielnym i odpowiedzialnym. Dlatego pozwalano jej siedzieć przy stole z dorosłymi, podczas gdy jej dwie młodsze siostry i brat zajmowali miejsca przy ławie dla dzieci. W domu nie przelewało się: często brakowało jedzenia, nie starczało też na ubranie, przykładowo Zosia chodziła w butach uszytych z koca. Pomagała utrzymywać rodzinę udzielając korepetycji z matematyki. Codziennie przez cztery godziny uczyła innych, a przez następne cztery, nierzadko w nocy, sama się uczyła. Oprócz tego wręcz „połykała" książki. Dzięki doskonale prowadzonym w szkole lekcjom łaciny, francuskiego i niemieckiego część lektur mogła czytać, i chętnie czytała, w oryginale.
> Mimo tylu zajęć znajdowała czas na doglądanie młodszego rodzeństwa, jak również na myślenie o jego przyjemnościach. — Dla Wandzi pisała bajki, a dla mnie biegała po Krupówkach i pytała w sklepie z lalkami, czy nie mają uszkodzonych zabawek. Jeśli udało się jej taką dostać, próbowała ją po swojemu naprawić i rano znajdowałam ją przy łóżku.

Wysoki poziom nauczania w szkole, obserwacje trudności uczniów na korepetycjach, zamiłowanie do czytania, odpowiedzialność za rodzeństwo, zahartowanie do sumiennej pracy, nie mogło nie mieć wpływu na dalszą działalność i twórczość Profesor Krygowskiej w dorosłym życiu.

1.2 Studia i praca w charakterze nauczycielki matematyki

Wybór kierunku studiów zdecydował o pracy zawodowej oraz naukowej A. Z. Krygowskiej, a w perspektywie przyczynił się do tego, że polska dydaktyka matematyki liczy się nie tylko w kraju, ale także i za granicą. O kierunku studiów zadecydowało zamiłowanie do matematyki. Postanowienie wyboru studiów matematycznych na Uniwersytecie Jagiellońskim (1923-1927),

[2]Małgorzata Siwek, Wspomnienie o profesor Annie Zofii Krygowskiej. Ciągle iść naprzód, Gazeta Wyborcza Kraków, 16 maja 2002.

było równoznaczne z rezygnacją ze stypendium ministerstwa, które mogła uzyskać na kierunku humanistycznym. Ale humanistką pozostała; te uzdolnienia i umiejętności były zresztą bardzo przydatne w pracy naukowej z dydaktyki matematyki. Wielki wpływ na jej myślenie o matematyce i o stosunku matematyki nauki do matematyki szkolnej wywarł na studiach prof. Witold Wilkosz. Z kolei z krótkiego okresu studiów na Uniwersytecie Warszawskim datuje się jej znajomość z prof. Stefanem Straszewiczem, z którym późniejsza współpraca zaowocowała wartościową książką o nauczaniu geometrii.

Po studiach nastąpił długi okres pracy w krakowskich szkołach, w charakterze nauczycielki matematyki. Doświadczenie tam zdobyte czyniły z niej mistrza w przewidywaniu trudności uczniów, w planowaniu ciekawych i głęboko uzasadnionych w matematyce i psychologii propozycji dydaktycznych, w dotarciu z wiedzą matematyczną do każdego ucznia. Nie przestała uczyć ukochanej przez siebie matematyki również w czasie okupacji. Była łącznikiem Delegatury Komisji Oświecenia Publicznego, brała udział w tajnym nauczaniu. Cieszyła się, że młodzi ludzie chcą się uczyć, ale przyznawała, że się bała wędrując po Podhalu, żeby prowadzić lekcje, hospitować szkoły, organizować egzaminy: *To był koszmar. To mi się śniło po nocach. Nie było jednak wyjścia.* (...) *Chodziło o kontakt z młodzieżą, z nauczycielami, o podnoszenie godności ludzkiej, kiedy była ona poniewierana*[3]. W pamiętniku ofiarowanym jej przez wychowanków z tajnych kompletów znajdziemy ważne przesłanie, które starała się im wpajać: *Niech miesiąc każdy, dzień każdy zostawi ślad na waszej wiedzy. Musicie ciągle iść naprzód.* O jej wybitnych osiągnięciach w pracy nauczyciela matematyki może świadczyć również fakt, że po wojnie została pracownikiem, a w latach 1948-51 kierownikiem Ośrodka Metodycznego Matematyki w Krakowie.

1.3 Praca w Wyższej Szkole Pedagogicznej w Krakowie, działalność w krajowych i międzynarodowych instytucjach i komisjach

Trzeci okres życia Profesor Krygowskiej obfituje w niezwykle ważne prace związane z reformami nauczania matematyki, koncepcjami kształcenia nauczycieli i rozwojem badań z dydaktyki matematyki. Zasygnalizujemy tutaj krótko w punktach główne formy jej działalności. Każda z nich nadaje się na oddzielne, szerokie opracowanie.

[3]Wywiad radiowy: Profesor Zofia Krygowska o sobie, *Matematyka* **6** 1988 (także *Dydaktyka Matematyki* **12**, 1990).

— 1958 powstaje Katedra Metodyki Nauczania Matematyki (później Katedra Dydaktyki Matematyki), której jest kierownikiem do 1974 r. — do przejścia na emeryturę;

— działalność na rzecz reformy nauczania matematyki w latach sześćdziesiątych; autor podręczników do geometrii;

— członek Komitetu Redakcyjnego „Matematyki", autor kilkudziesięciu artykułów;

— kierownik ogólnopolskiego seminarium z dydaktyki matematyki dla nauczycieli akademickich i nauczycieli matematyki oraz studiów doktoranckich (w wyniku trzech cykli takich studiów kilkanaście osób uzyskało stopnie naukowe doktora nauk matematycznych w zakresie dydaktyki matematyki); Promotorami obok prof. Krygowskiej byli również inni profesorowie i docenci.

— 1963-1972 działalność w Radzie Głównej Szkolnictwa Wyższego; 1967 — decyzja Ministra Oświaty i Szkolnictwa Wyższego o przewodach doktorskich i habilitacyjnych z dydaktyk przedmiotowych; 1970 — uprawnienia dla Wydziału Matematyczno-Fizyczno-Techiznego WSP w Krakowie do nadawania stopni doktora nauk matematycznych;

— wykłady telewizyjne dla nauczycieli szkół średnich, później podstawowych — w tym nauczania początkowego; interesowała się każdym etapem nauczania matematyki,

— prace w międzynarodowych instytucjach i komisjach zajmujących się modernizacją nauczania matematyki (ICMI, UNESCO, CIEAEM);

— promotor 22 doktorów nauk matematycznych w zakresie dydaktyki matematyki; opiekun naukowy i inspirator 5 habilitacji — 2 nauk matematycznych (S. Turnau, J. Konior) i 3 nauk humanistycznych (B. Nowecki, H. Siwek, G. Treliński).

— udział w konferencjach dydaktycznych i matematycznych (warto podkreślić, że w 1970 r. na Kongresie Matematyków w Nicei powierzono jej wykład plenarny, doceniając jej autorytet i rangę jaką nadała dydaktyce matematyki);

— inicjatorka i redaktor naczelny V serii Roczników PTM Dydaktyka Matematyki w latach 1982-88, wnioskowanych przez Komisję Popularyzacji Matematyki.

Za każdą z wymienionych sfer działalności stoi ogromna długoletnia praca, wymagająca głębokiej wiedzy i wszechstronnych kompetencji z matematyki,

pedagogiki, psychologii, filozofii, logiki, niezwykłych zdolności organizatorskich, wielkiej siły przekonywania i uporu w dążeniu do stawianych sobie celów. Każdy z tych obszarów wiąże się także z bogatą działalnością publikacyjną, dzięki której dydaktyka matematyki w wydaniu Z. Krygowskiej uzyskała wysoką rangę w środowiskach naukowych w kraju i za granicą.

2 Publikacje, stopnie i tytuły naukowe

Ze względu na ograniczone ramy artykułu, dorobek publikacyjny prof. Krygowskiej zostanie zasygnalizowany syntetycznie. Informacje tutaj zawarte pełnią nie tylko rolę noty historycznej o jej dokonaniach, ale również odpowiadają na współczesne pytania na temat charakteru prac naukowych z dydaktyki matematyki. Pierwszy okres przed doktoratem scharakteryzujemy dokładniej, aby czytelnik mógł porównać wymagania spełniane do doktoratu dawniej i obecnie.

Pierwsze publikacje (przed doktoratem):

— Czarkowska Z.

1) *O pojęciu granicy w nauczaniu matematyki w szkole*, Matematyka i Szkoła, Warszawa 1936.
2) Matematyka dla I klasy gimnazjum, Książnica Atlas, 1937.

— Krygowska Z.

3) *Uwagi o zagadnieniu ścisłości w nauczaniu geometrii elementarnej*, Dodatek do Rocznika Polskiego Towarzystwa Matematycznego, Kraków 1948.
4) *O pojęciu przystawania figur płaskich w nowym programie nauczania matematyki*, Matematyka 3, 1949

Stopień doktora nauk matematyczno-przyrodniczych: w roku 1950, na Wydzydziale Filozoficzno-Przyrodniczym Uniwersytetu Jagiellonskiego, na podstawie rozprawy: *O granicach ścisłości w nauczaniu geometrii elementarnej*; promotor — prof. Tadeusz Ważewski.

Łączny dorobek Z. Krygowskiej liczy 267 publikacji[4], w tym około: 40 artykułów w *Matematyce*; 60 artykułów w czasopismach naukowych i metodycznych, sprawozdaniach z konferencji, opracowaniach syntetycznych w językach obcych: czeskim, francuskim, węgierskim, włoskim, rumuńskim, niemieckim, rosyjskim, hiszpańskim, angielskim, japońskim; 30 prac w *Wiadomościach*

[4]Ciosek, M.: 2003, *Anna Zofia Krygowska. Her life and work*, Płock.

Matematycznych, Rocznikach Naukowo-Dydaktycznych, Pracach z Dydaktyki Szkoły Wyższej; 30 opracowań w *Oświacie i Wychowaniu, Nowej Szkole, Życiu Szkoły, Wychowaniu w Przedszkolu*; 70 rozdziałów w książkach (pracach zbiorowych) dla nauczycieli matematyki różnych typów szkół, np. w *Wykładach telewizyjnych, Nauczaniu początkowym matematyki*; 10 artykułów w *Dydaktyce Matematyki.*

Do ważnych książek autorskich lub współautorskich należy zaliczyć: *Nauczanie geometrii w klasach licealnych szkoły ogólnokształcącej* (z S. Kulczyckim i S. Straszewiczem),1954; *Elementy logiki matematycznej* (z S. Gołąbem i J. Leśniakiem), 1955; *Konstrukcje geometryczne na płaszczyźnie*, 1958, *Geometria. Podstawowe własności płaszczyzny, cz. I i II*, 1965, 1967; ***Zarys dydaktyki matematyki cz. 1, 2, 3***, 1969-79: *Koncepcje powszechnego matematycznego kształcenia w reformach programów szkolnych z lat 1960-80*, Kraków 1984.

W wyniku osiągnięć naukowych A. Z. Krygowska uzyskała w 1963 roku tytuł profesora nadzwyczajnego, a w 1974 roku tytuł profesora zwyczajnego. Była pierwszym w Polsce profesorem-dydaktykiem matematyki, co stworzyło szanse na uzyskiwanie doktoratów z dydaktyki matematyki.

3 Modernizacja nauczania matematyki

Dyskusja nad zmianami w nauczaniu matematyki w latach powojennych, w której dużą rolę odegrały wypowiedzi i prace prof. Krygowskiej, odbywała się głównie na łamach czasopisma *Matematyka.* Znamienne jest, że w 1948 roku, w czasie powoływania czasopisma do życia, w jego komitecie redakcyjnym występowali sami matematycy teoretycy: Gołąb, Leśniak, Marczewski, Rusiecki, Straszewicz, Ważewski, Zarankiewicz. W pierwszych latach istnienia czasopisma wielu wybitnych matematyków wypowiadało się w nim na temat zmian w nauczaniu matematyki. Po dwóch latach działalności zaproszono do współpracy dwie wybitne nauczycielki: Zofią Krygowską i Melanię Daniłowicz-Chmielewską.

W latach 1949-1982 w licznych artykułach Z. Krygowska poruszała trzy główne zagadnienia, wykorzystując doświadczenia wyniesione z praktyki szkolnej, studia literatury i autentyczną współpracę z dydaktykami zagranicznymi:

1. tworzyła i analizowała propozycje dydaktyczne służące pogłębianiu rozumienia pojęć matematycznych z uwzględnieniem źródeł uczniowskich trudności i błędów;
2. współtworzyła i wyjaśniała założenia reform nauczania matematyki ukierunkowanych na dbałość o początki edukacji matematycznej oraz na

wprowadzanie geometrii dedukcyjnej opartej na przekształceniach i zbliżenie geometrii z algebrą na poziomie licealnym;

3. badała psychologiczno-metodologiczne podstawy matematyki szkolnej oraz koncepcję matematyki dla wszystkich.

Fascynacja nowymi kierunkami w dydaktyce matematyki, modernizacją nauczania matematyki, uczestnictwo w pracach komisji międzynarodowych, datuje się od jej udziału w konferencji ministrów oświecenia publicznego krajów — członków UNESCO, jako przedstawiciela Polski. Jej referat na temat czynnościowej metody nauczania matematyki był przyjęty z ogromnym zainteresowaniem, również przez organizatora, wybitnego psychologa J. Piageta. Szerokie sprawozdanie z tej konferencji zawarła w jednym z artykułów[5], w którym podała ustanowiony tam *Dekalog dydaktyczny*. Przesłania tego dekalogu są aktualne do dzisiaj i potwierdzają tezę, że teoria zazwyczaj bardzo wyprzedza praktykę. Omówmy je z punktu widzenia teraźniejszości. Współcześnie podkreśla się, że nauczyciel nie tylko ma uczyć i wychowywać, ale ma być badaczem, ma diagnozować możliwości uczniów. Wyraża to pierwszy z postulatów Dekalogu sprzed 50 lat, który mówi:

1) Nie stosować pedagogiki sztywnej, obserwować wnikliwie uczniów i dostosowywać metody nauczania do wyników tej obserwacji.

Zauważmy, że obecnie najbardziej lansowaną koncepcją jest realistyczne nauczanie matematyki, stworzone przez H. Freudenthala i rozwijane przez jego uczniów[6]. Próby wdrażania tej koncepcji widać również w naszych szkołach, w naszych programach i podręcznikach.
A to właśnie postulują następne trzy punkty:

2) Nie zapominać w nauczaniu o pochodzeniu matematyki z rzeczywistości materialnej i o zasadniczych liniach historii jej ewolucji;

3) Nie odrywać matematyki od praw przyrody i aktualnego życia społecznego;

4) Stopniować rozsądnie abstrakcję.

[5]Krygowska, Z.: 1957, Zagadnienie nauczania matematyki (w szkołach średnich) na Międzynarodowej Konferencji UNESCO w Genewie w lipcu 1956, *Matematyka* **2**, 32-44.

[6]a) Streefland, L.: 1991, *Realistic mathematics education in primary school*, Freudenthal Institute, Utrecht;

b) Turnau, S.: 1993, Co to jest realistyczne nauczanie matematyki, *Nauczyciele i Matematyka* **5**, 2-5;

c) Broekman, H.: 1995, *Zmieniający się obraz matematyki dla młodzieży szkolnej w wieku 10-16 lat*, CODN, Warszawa.

Następna zasada nowoczesnego kształcenia podkreśla twórcze nastawienie do matematyki, odkrywanie w subiektywnym sensie pojęć i twierdzeń; co zawierają kolejne punkty:

5) *Uczyć, kierując aktywnością twórczą i odkrywczą uczniów;*

6) *Rozwijać tę aktywność, budząc ciągle zainteresowania funkcjonalne przedmiotami obserwacji.*

Dużo się teraz mówi o autokontroli, przygotowaniu do samokształcenia i samokształtowania, do samodzielności w dostrzeganiu problemów i umiejętności formułowania zadań problemowych. Odczytujemy to też w punktach Dekalogu:

7) *Pobudzać i kształcić w możliwie najwyższym stopniu autokontrolę pracy ucznia;*

8) *Dążyć do wyrobienia samodzielności w rozwiązywaniu nowych problemów, nie do automatyzmów.*

Współczesne apele o właściwą komunikację, o wzajemne interakcje między uczniami oraz między nauczycielem i uczniami, o stosowanie podstawowych zasad inteligencji emocjonalnej, także odnajdujemy w Dekalogu, wyrażone trochę innym językiem:

9) *Czuwać nad tym, by mowa i sposób wyrażania się ucznia odpowiadał wiernie jego myśli;*

10) *Umożliwiać uczniowi powodzenie, które jest zasadniczym warunkiem zainteresowania usuwającego zniechęcenie i ułatwiającego wytrwałość w pracy.*

Równolegle powstające artykuły Z. Krygowskiej w językach obcych, z lat 1957-1973, również były związane z modernizacją nauczania matematyki. Powstały w gorącej atmosferze dyskusji, sporów, ścierania się różnych poglądów i przekonań. Dzięki nim zachowały się głosy matematyków, dydaktyków matematyki, nauczycieli matematyki, żywo zainteresowanych reformowaniem matematyki szkolnej, eksperymentami zbliżającymi matematykę szkolną do matematyki-nauki, wymianą doświadczeń w skali międzynarodowej.

Dziś niejednokrotnie nie zgadzamy się ze szczegółowymi rozwiązaniami proponowanymi w tamtym okresie. Ale dalej uznać trzeba za podstawowe zasadnicze idee stosowane w reformie nauczania matematyki, domagające się połączenia w jedność analizy treści matematycznych z punktu widzenia aktualnego rozwoju matematyki, wyboru metod i środków realizacji materiału

dyktowanego potrzebami szkoły oraz eksperymentalnej weryfikacji koncepcji teoretycznej. To równocześnie wytycza kierunki prac dydaktyka matematyki, zajmującego się nią profesjonalnie.

4 Kształcenie nauczycieli matematyki — tezy prof. Krygowskiej

Na temat kształcenia nauczycieli matematyki prof. Krygowska wypowiadała się wielokrotnie. To głównie jej zawdzięczamy powstanie takiej koncepcji, w której studium dyscypliny kierunkowej uwzględnia powiązanie matematyki nauki z matematyką szkolną, w której przedmioty psychologiczne, pedagogiczne stwarzają podbudowę dla poznawczych aspektów rozważanych w dydaktyce matematyki. W dalszym ciągu są aktualne tezy sformułowane przez nią w artykule zamieszczonym w Życiu Szkoły Wyższej w 1982 r. a dotyczące koncepcji kształcenia nauczycieli w szkołach wyższych[7].

— **Teza I.** Wyższe uczelnie ponoszą w dużej mierze odpowiedzialność za stan i rozwój oświaty w Polsce, między innymi przez to, że kształcą nauczycieli, których poziom intelektualny, wiedza, aktywność, otwartość na postęp w nauce, w teorii i praktyce kształcenia stanowią podstawowe czynniki decydujące o przeciętnej kulturze i przeciętnym wykształceniu społeczeństwa.

— **Teza II.** Zwrot „Kształcenie nauczycieli" ma jednoznaczny sens. Myśli się, używając tego zwrotu, o kształceniu ukierunkowanym na zdobycie przez studenta określonych kwalifikacji zawodowych. Działalność zaś nauczyciela specjalisty przedmiotowego różni się zasadniczo od działalności innych specjalistów w dyscyplinie stanowiącej podstawę danego przedmiotu nauczania w szkole. Konsekwencją tego oczywistego stwierdzenia jest uznanie, że pełne wykształcenie nauczyciela powinno go wyposażać we wszystkie te kwalifikacje specyficzne, które w jego działalności zawodowej są mu potrzebne jako sterującemu procesem uczenia się innych oraz wychowawcy młodzieży.

Komentując tę tezę, pisze:

> Pomijając tu skrajny pogląd, że szkołę wyższą interesuje tylko zdobycie przez przyszłego nauczyciela wiedzy w zakresie dyscypliny podstawowej

[7] Krygowska, Z.: 1982, Wprowadzenie w problematykę sesji naukowej nt. koncepcji kształcenia nauczycieli w szkołach wyższych, *Życie Szkoły Wyższej*, **3-4**.

dla jego specjalizacji oraz pogląd, że to już jest wystarczające przygotowanie zawodowe nauczyciela (slogan: "wystarczy być dobrym matematykiem — aby być dobrym nauczycielem matematyki"), można wyróżnić dwie przeciwne koncepcje kształcenia nauczyciela specjalisty w danej dziedzinie nauki.

W pierwszej koncepcji oddziela się kształcenie w zakresie dyscypliny podstawowej od kształcenia w dziedzinach takich jak: pedagogika, psychologia, dydaktyka przedmiotu specjalizacji, filozofia itp. To kształcenie przejmuje Studium Pedagogiczne, które jest formą stosowaną na niektórych uniwersytetach.

W koncepcji drugiej równolegle rozwija się i integruje różne nurty kształcenia, w tym „nachylenia" studiów w zakresie dyscypliny podstawowej do potrzeb zawodu oraz uwzględnianie specyfiki tej dyscypliny także w przygotowaniu pedagogiczno-psychologicznym i filozoficznym nauczyciela. Tę koncepcję stosuje się na AP w Krakowie i uczelniach z nią współpracujących w zakresie ustalania programów z dydaktyki matematyki.

— **Teza III.** Koncepcji kształcenia nauczycieli nie możemy odizolować od koncepcji szkoły, od koncepcji kształcenia mas młodzieży w szkole podstawowej i w szkole średniej. Wiąże się z tym pewien dylemat, pewna antynomia. Istniejące struktury szkolne, programy, metody nauczania, organizacje mogą nie odpowiadać naszym koncepcjom. I tak jest w rzeczywistości. Musimy ciągle praktycznie rozwiązywać problem niezwykle trudny. Absolwent naszej uczelni startuje jako nauczyciel w szkole istniejącej, w takiej jaka jest w momencie, gdy przechodzi on ze studiów do zawodu. (...) Chcemy równocześnie, aby nasz absolwent był krytyczny w stosunku do rzeczywistości, by zmieniał ją w toku swojej pracy zawodowej, by chciał ją zmieniać. Chcemy go przygotować do walki o jej stałe unowocześnianie.

— **Teza IV.** Upowszechnienie kształcenia na poziomie średnim pociąga za sobą konieczność kształcenia szerokich mas nauczycieli. Wiadomo, że tych szerokich mas nauczycieli nie można rekrutować wśród elity absolwentów szkoły średniej. To są realia i nie ma co mówić o selekcji, o tym, że dobrze by było, gdyby była lepsza. Musimy sobie powiedzieć, że pracujemy i będziemy pracować ze studentami w dużej mierze przeciętnymi, nie rezygnując z naszych idei kształcenia nauczyciela. Stale więc musimy szukać metod, które ich trudności mogą przezwyciężyć, stale te metody ulepszać.

Aby wszechstronne kształcenie było możliwe, nauczyciele akademiccy powinni w jakimś zakresie znać problemy szkolnej matematyki. Współcześnie dużo mówi się o integracji kształcenia i nie jest to tylko slogan, ale konieczność. Dawni profesorowie uniwersyteccy uczyli w szkole i swoje obserwacje

przekazywali studentom. Tak na ten temat pisała na podstawie własnych obserwacji Z. Krygowska[8]:

> Wychowankowie Uniwersytetu Jagiellońskiego lat 1920-1939 nie zapomną pełnej inwencji działalności profesora Wilkosza, który dawał konkretne przykłady takiego przetworzenia abstrakcyjnych struktur matematycznych, aby zachowując istotę rzeczy i zupełną poprawność logiczną, otrzymać pojęcia mieszczące się w sposób naturalny w systemie matematyki elementarnej. Pokazywał on również swym uczniom, przyszłym nauczycielom, jak wiele podstawowych błędów zawierają tradycyjne podręczniki szkolne, błędów wynikających z oderwania nauczania od nauki; wzywał do rewizji treści i metod nauczania z punktu widzenia zbliżenia nauczania do nauki.

Potwierdzenie jej idei znalazłam w życiorysach sławnych matematyków[9], z których wynika, że wszyscy oni mieli doświadczenie w nauczaniu matematyki: Banach — udzielał korepetycji, był autorem podręczników (wspólnie z Sierpińskim i Brożkiem), Borsuk — pracował przez 3 lata w gimnazjum, Chwistek — uczył w gimnazjum, Dickstein — uczył matematyki w szkole handlowej i gimnazjach do 1882, potem w prywatnej swojej szkole realnej przez 10 lat, pisał podręczniki, Gosiewski — uczył matematyki w szkołach realnych, Hoborski — w gimnazjum, Jeśmanowicz — w gimnazjum, Kulczycki — uczył matematyki w szkole, pisał podręczniki dla gimnazjum i szkoły podstawowej (wspólnie ze Straszewiczem), Leja — udzielał korepetycji, uczył w gimnazjum, Leśniewski — w gimnazjum, Łomnicki — w gimnazjum, autor podręczników do gimnazjum, Marczewski — w gimnazjum, Orlicz — w szkołach średnich, Pogorzelski — w szkołach średnich, Puzyna — w gimnazjum, Sierpiński — w gimnazjum i seminarium nauczycielskim, Steinhaus — tajne nauczanie, Straszewicz — w szkołach średnich, autor podręczników, Ślebodziński — był 4 lata nauczycielem, Ważewski — w gimnazjum, Wilkosz — w gimnazjum, Zaremba — w liceach francuskich.

Jakże inaczej jest teraz! Obecnie absolwent studiów matematycznych kieruje się na studium doktoranckie, a po doktoracie zostaje nauczycielem akademickim. Jeśli nie ma żadnego przygotowania z dydaktyki matematyki, nie odbył przynajmniej rocznej praktyki szkolnej, nie posiada żadnej wiedzy o procesie nauczania-uczenia się, wątpliwe jest czy może uczyć przyszłych nauczycieli. Wiedza matematyczna powinna być analizowana przez nauczyciela nauczycieli z wielu punktów widzenia: potrzeb, warunków, możliwości nauczania,

[8]Krygowska, Z.: 1965, *Prace z Dydaktyki Szkoły Wyższej*, WSP w Krakowie.

[9]Siwek, H.: Biogramy wybitnych matematyków, fizyków i techników, w: *Słownik sławnych i zasłużonych Polaków*, (red. F. Kiryk), Ossolineum (w druku).

form modyfikacji i dostosowania do poziomu uczniów, tworzenia propozycji dydaktycznych przydatnych do pracy w szkole. Treści programu dydaktyki matematyki i jej metod powinien więc znać każdy nauczyciel akademicki, także nauczyciel nauczycieli matematyki.

5 Dydaktyka matematyki jako nauka — przykłady badań zainicjowanych przez Profesor Krygowską

Prof. Z. Krygowska stworzyła oryginalną teorię nauczania matematyki, przekonała swoją działalnością szeroki krąg matematyków, pedagogów, psychologów i nauczycieli o wadze problemów z dydaktyki matematyki. Za pośrednictwem swych prac wykazała, że dydaktyka matematyki jest ważną dyscypliną naukową, określiła dla niej przedmiot badań, metody badawcze i naukowy język.

Oczywiście nie są to problemy zamknięte i do końca rozwiązane, wprost przeciwnie — dydaktyka matematyki, jako młoda nauka, jest w dalszym ciągu w stanie tworzenia (in statu nascendi). Dzięki pracom Z. Krygowskiej, krakowskiej szkoły dydaktyki matematyki stworzonej przez nią w WSP w Krakowie, zespołom dydaktyków matematyki z różnych ośrodków naukowych w kraju, badania w tej dziedzinie osiągnęły w Polsce poziom światowy, plasując równocześnie dydaktykę matematyki wśród najlepiej rozwiniętych dydaktyk przedmiotowych.

Charakteryzując tę młodą naukę w numerze otwierającym V serię PTM[10] prof. Krygowska pisała:

> **Dydaktyka matematyki jest nauką, której problematyka obejmuje wszelkie zagadnienia związane z uczeniem się i nauczaniem matematyki.** Rozwija się ona dziś jako nauka autonomiczna, choć badania prowadzone w tej dziedzinie mają w dużej mierze charakter interdyscyplinarny. Jakkolwiek specyfika problemów uczenia się i nauczania matematyki nie pozwala na całkowite ich włączenie do żadnej z innych rozwiniętych już dyscyplin, to te problemy pojawiają się i są rozważane najczęściej na granicach tak różnych przedmiotowo i metodologicznie nauk, jak matematyka, jej metodologia i historia, psychologia, informatyka, cybernetyka, lingwistyka. Rozwiązywanie takich zagadnień granicznych wymaga integrowania różnych metod badawczych od analiz teoretycznych począwszy do metod empirycznych rozmaitych typów. Rozwój matematyki, rozszerzanie się jej zastosowań, istotne wyniki badań nad jej podstawami uzyskane w ostatnich dziesiątkach lat, rozwój techniki, informatyki

[10]Krygowska, Z.: 1982, Główne problemy i kierunki badań współczesnej dydaktyki matematyki, *Dydaktyka Matematyki* **1**, 7-60.

i komputeryzacja działalności człowieka, rozwój społeczeństwa i demokratyzacja wykształcenia ogólnego powodują konieczność podejmowania badań podstawowych, dotyczących celów matematycznego powszechnego kształcenia, pojęcia matematyki elementarnej jako przedmiotu nauczania na poziomie szkolnym, treści i struktury tego przedmiotu i procesu nauczania matematyki.

Jakie problemy badawcze rozwiązywano w grupach osób zajmujących się profesjonalnie dydaktyką matematyki? Odpowiedzią może być tutaj działalność prof. Krygowskiej, ale dla pełniejszego obrazu przedstawmy jeszcze problematykę badawczą podejmowaną przez jej doktorów[11]. W tej problematyce można wyróżnić dwa główne kierunki:

I. Psycho-matematyczne problemy dotyczące uczenia się matematyki (trudności uczniów i analiza ich przyczyn, strategie rozwiązywania matematycznych problemów, rola intuicji i formalizmu, uzdolnienia matematyczne i ich ocena itp.).

II. Metodyka uczenia się i nauczania matematyki (propozycje dydaktyczne realizacji pewnych działów matematyki szkolnej, nowoczesne środki i metody uczenia się i nauczania matematyki, zastosowanie tekstu matematycznego w nauczaniu, problem indywidualizacji nauczania, problem oceny i kontroli wyników nauczania itp.).

Dla ilustracji podajemy pięć pierwszych tytułów prac mieszczących się w pierwszej grupie:

1. Stefan Turnau, Rysunek i znak graficzny w nauczaniu matematyki (1968).
2. Bogdan Nowecki, Pojęcie dowodu i dowodzenia w nauczaniu szkolnym (1969).
3. Zygfryd Dyrszlag, Sposoby kontroli rozumienia pojęć matematycznych w procesie dydaktycznym (1972).
4. Helena Siwek, Naturalne i formalne rozumienie przez uczniów funktorów zdaniotwórczych i kwantyfikatorów w nauczaniu matematyki (1973).
5. Marianna Ciosek, Dydaktyczne problemy związane ze strategiami stosowanymi w rozwiązywaniu zadań matematycznych (1976).

[11] Siwek, H., Sznajder, M., Treliński, G.: 1984, *Doktoranci prof. dr A. Z. Krygowskiej, których przewody doktorskie zostały ukończone*, maszynopis opracowania z okazji 80. Urodzin A. Z. Krygowskiej, Kraków.

W pracach doktorskich i habilitacyjnych wykonanych pod kierunkiem prof. Krygowskiej precyzowała się problematyka badań, modyfikowano i przystosowywano metodologię badań pedagogicznych do specyfiki nauczania matematyki, tworzono oryginalne narzędzia badawcze, konstruowano pomysłowe scenariusze analizy ilościowej i jakościowej wyników. W ten sposób badania empiryczne weryfikowały teorię i równocześnie wyniki tych badań stanowiły podstawę uogólnień, podstawę nowych idei teoretycznych. W dalszym ciągu jednak prof. Krygowska skromnie oceniała osiągnięcia, co wyraziła w cytowanym wyżej artykule następująco (Krygowska, 1982):

> Dydaktyka matematyki jako nauka znajduje się w początkach swojego rozwoju i dorabia się powoli i stopniowo własnej metodologii i własnego języka. Mimo bardzo wielu publikacji, prezentujących rezultaty badań teoretycznych i empirycznych w tej dziedzinie, dalecy jesteśmy od naukowo ugruntowanych uogólnień, od szerszych i głębszych teoretycznych ujęć, nie przekroczyliśmy bowiem jeszcze fazy tylko lokalnego systematyzowania wiedzy o procesach uczenia się matematyki i jej nauczania.

Ogólna zasada „nie ma ludzi niezastąpionych" zdecydowanie nie jest prawdziwa w odniesieniu do Profesor Krygowskiej. Nie ma teraz ludzi jej pokroju, tak fenomenalnie mądrych i wnikliwych, tak łączących pracowników z różnych uczelni, ośrodków metodycznych, szkół, władz oświatowych, towarzystw naukowych, wydawnictw edukacyjnych, w dążeniu do jednego celu — aby nauczanie matematyki służyło wszechstronnemu rozwojowi ucznia. Teraz bardzo dużo mówi się o integracji, komunikacji, interakcjach, ale niestety za teorią nie nadąża praktyka, albo nawet gorzej — praktyka często przeczy teorii, rozmija się z nią, nie bardzo w nią wierzy, szuka łatwych rozwiązań.

Zakończenie

Analiza głównych obszarów działalności Profesor Zofii Krygowskiej, syntetycznie przedstawiona w tym artykule, została jeszcze bardziej zwięźle ujęta w postaci czterech plakatów ujmujących jej dokonania. Stanowią one mój osobisty prezent dla Pani Profesor na stulecie Urodzin. Tytuły i tematy kolejnych plansz to:

1. Główne fakty z życiorysu — dzieciństwo i lata szkolne, studia i praca nauczycielska, praca na WSP w Krakowie, działalność w kraju i międzynarodowych komisjach.

2. Publikacje, stopnie, tytuły naukowe — pierwsze publikacje przed doktoratem, doktorat (1950 r.), liczba wszystkich publikacji, dane o najważniejszych książkach, tytuł profesora nadzwyczajnego (1960 r.), tytuł profesora zwyczajnego (1974 r.).
3. Twórca koncepcji: reformy nauczania z lat 1960-1980, kształcenia nauczycieli matematyki, nowoczesnej dydaktyki matematyki — nauki.
4. Krakowska Szkoła Dydaktyki Matematyki — drzewo genealogiczne ukazujące Profesor Krygowską jako promotora 22 doktorów, kierownika studiów doktoranckich w WSP w Krakowie oraz patrona Ogólnopolskiego Konkursu na najlepszą pracę studencką (licencjacką lub magisterską) z dydaktyki matematyki.

Syntetyczne ujęcie, podyktowane formą plakatu, pozwoliło na plastyczne i wyraziste ukazanie ogromu prac, które wykonała Profesor Krygowska. Nawet po pobieżnej analizie głównych wątków działalności trudno uwierzyć, że tak wiele mogła zrobić jedna osoba. Było to możliwe dzięki niezwykłym uzdolnieniom Jubilatki, wielkiej sile przekonywania, ogromnej erudycji, tytanicznej wręcz pracy, a także rodzinnej atmosferze, jaka panowała w kierowanej przez Nią Katedrze Dydaktyki Matematyki.

Plakaty, pięknie wykonane pod względem graficznym, są dziełem artysty plastyka mgr Tomasza Bereźnickiego. Kieruję do niego przy tej okazji wyrazy uznania i serdeczne podziękowania nie tylko za projekt graficzny, ale za wszystkie prace związane z ich drukiem, oprawą, a nawet ich umocowaniem na ścianie w sali, w której kiedyś prowadziła seminaria Profesor Krygowska. W pracach nad ich przygotowaniem uczestniczyła także moja córka Małgosia, która dokonała adiustacji tekstów i przeprowadzała korekty, za co jej również serdecznie dziękuję.

Plakaty zostały umieszczone, w przeddzień Sesji Jubileuszowej, w Pracowni Dydaktyki Matematyki im. A. Z. Krygowskiej, w sali 118, w Instytucie Matematyki AP w Krakowie. Jest to więc w rzeczywistości prezent dla Jubilatki do sali jej imienia, który ma przybliżyć dzieło tej wybitnej uczonej młodzieży studenckiej, pragnącej w przyszłości uczyć ukochanej przez Nią matematyki. Wygląd plakatów ilustrują poniżej załączone kopie w pomniejszeniu.

Drugim moim prezentem na Jubileusz jest książka: *Kształcenie zintegrowane na etapie wczesnoszkolnym. Rola edukacji matematycznej*, (WN AP, Kraków 2004), dedykowana Pani Profesor — Mojemu Mistrzowi. Kiedyś powierzyła mi prowadzenie zajęć dydaktycznych a także wykładów telewizyjnych z nauczania początkowego matematyki. Była to okazja do bliższej współpracy, bo wówczas zagadnienia te były w kręgu jej żywych zainteresowań. Mimo, że wtedy zajmowałam się problemami dydaktycznymi związanymi ze szkołą śred-

nią, przy jakiejś okazji usłyszałam niezobowiązująco: *Pani Heleno, powinna się Pani zająć nauczaniem początkowym.* Te słowa okazały się prorocze, rzeczywiście ta problematyka stała się jednym z czterech głównych obszarów moich badań, w których rozwijam idee przejęte od prof. Krygowskiej. Dlatego dedykacja na książce wyraża wdzięczność za tę sugestię i brzmi: *Pamięci Profesor Anny Zofii Krygowskiej w setną rocznicę Urodzin z podziękowaniem za wskazanie drogi — Autorka.*





Anna Zofia Krygowska

19.09.19(

W moim życiu, w dzieciństwie i młodości, ważną rolę odegrały dwie pasje, które miałam (...) - jedną moją pasją była szkoła, a drugą były góry.

GŁÓWNE FAKTY Z ŻYCIORYSU

Dzieciństwo i lata szkolne

- urodziła się 19. IX 1904 r. we Lwowie;
- uczęszczała do szkoły powszechnej i średniej w Zakopanem.

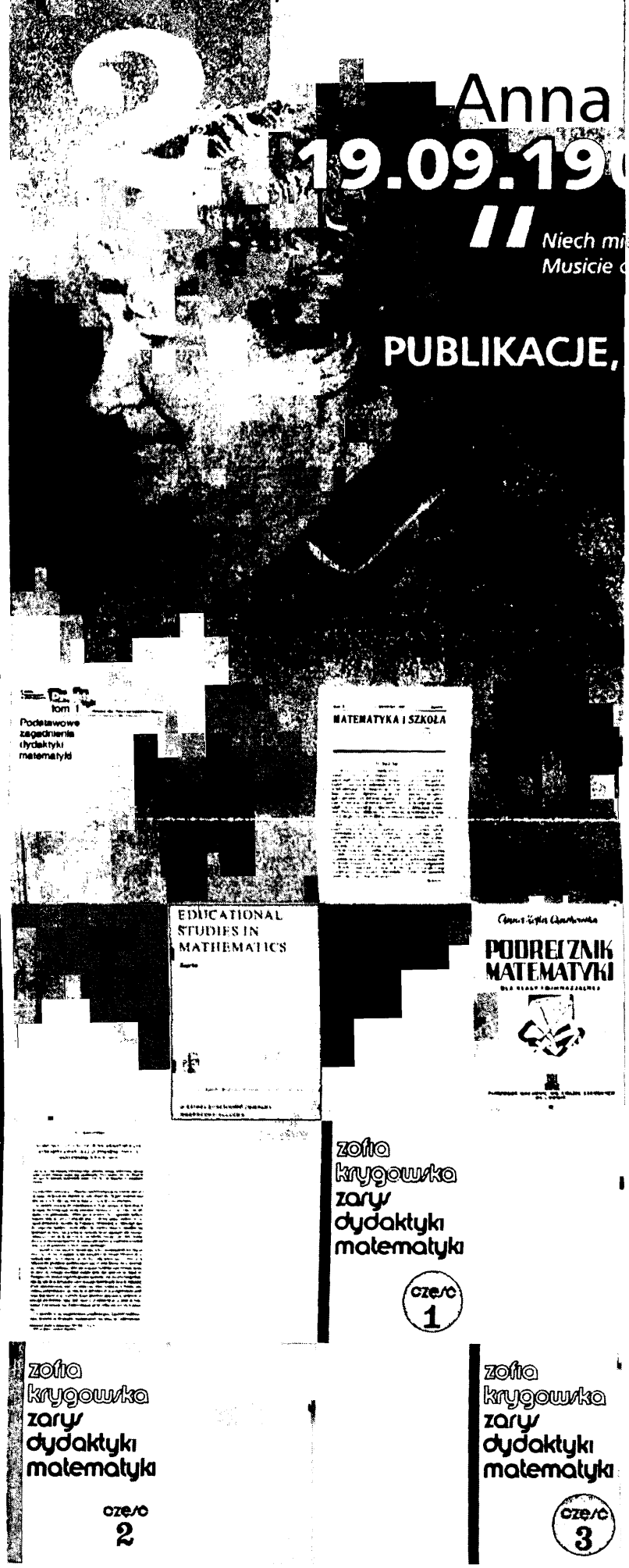
Była żywym i wesołym dzieckiem, ale przy tym wyjątkowo samodzielnym i odpowiedzialnym. Dlatego pozwalano jej siedzieć przy stole z dorosłymi, podczas gdy jej dwie młodsze siostry i brat zajmowali miejsca przy ławie dla dzieci. W domu nie przelewało się: często brakowało jedzenia, nie starczało też na ubranie, przykładowo Zosia chodziła w butach uszytych z koca. Pomagała utrzymywać rodzinę udzielając korepetycji z matematyki. Codziennie przez cztery godziny uczyła innych, a przez następne cztery, nierzadko w nocy, sama się uczyła. Oprócz tego wręcz „połykała" książki. Dzięki doskonale prowadzonym w szkole lekcjom łaciny, francuskiego i niemieckiego część lektur mogła czytać, i chętnie czytała, w oryginale.
(Małgorzata Siwek, *Ciągle iść naprzód*, Gazeta Wyborcza, Kraków, 16 V 2002.)

Studia i praca w charakterze nauczycielki matematyki

- 1923-27: studia matematyczne na UJ, prof. Witold Wilkosz; przez pewien okres na Uniwersytecie Warszawskim, prof. Stefan Straszewicz;
- 1927-1950: nauczycielka matematyki w szkołach krakowskich; udział w tajnym nauczaniu; łącznik Delegatury Komisji Oświecenia Publicznego; pracownik (a w latach 1948-51 kierownik) Ośrodka Metodycznego Matematyki w Krakowie.

Praca w Wyższej Szkole Pedagogicznej w Krakowie, działalność w krajowych i międzynarodowych instytucjach i komisjach

- 1949-1988: praca w Wyższej Szkole Pedagogicznej w Krakowie i przez pewien czas równolegle wykłady na UJ;
- 1958: powstaje Katedra Metodyki Nauczania Matematyki (później Katedra Dydaktyki Matematyki), której jest kierownikiem do przejścia na emeryturę w 1974 r.; katedra ta od początku jest jedną z katedr Wydz. Mat.-Fiz.;
- działalność na rzecz reformy nauczania matematyki w latach sześćdziesiątych; autorka podręczników do geometrii;
- członek Komitetu Redakcyjnego „Matematyki", autorka 39 artykułów;
- kierownik ogólnopolskiego seminarium z dydaktyki matematyki dla nauczycieli akademickich i nauczycieli matematyki oraz studiów doktoranckich (w wyniku trzech cykli takich studiów kilkanaście osób uzyskało stopnie naukowe dr nauk matematycznych w zakresie dyd. mat.);
- 1963-1972: działalność w Radzie Głównej Szkolnictwa Wyższego; 1967- decyzja Ministra Oświaty i Szkolnictwa Wyższego o przewodach dr i hab. z dydaktyk przedmiotowych; 1970 - uprawnienia dla Wydz. Mat.-Fiz.-Tech. WSP w Krakowie do nadawania stopni doktora nauk mat.;
- wykłady telewizyjne dla nauczycieli szkół średnich, później podstawowych, w tym nauczania początkowego;
- prace w międzynarodowych instytucjach i komisjach zajmujących się modernizacją nauczania matematyki (ICMI, UNESCO, CIEAEM);
- promotor 22 doktorów nauk matematycznych w zakresie dydaktyki matematyki; opiekun naukowy 4 habilitacji (S. Turnau, J. Konior, B. Nowecki, H. Siwek);
- udział w konferencjach dydaktycznych i matematycznych (1970 r. na Kongresie Matematyków w Nicei powierzono jej wykład plenarny);
- inicjatorka i redaktor naczelny V serii Roczników PTM „Dydaktyka Matematyki" w latach 1982-88.



Anna Zofia Krygowska

PUBLIKACJE, STOPNIE, TYTUŁY NAUKOWE

Pierwsze publikacje przed doktoratem

Czarkowska Z.:
- *O pojęciu granicy w nauczaniu matematyki w szkole*, 1936,
- *Matematyka dla I klasy gimnazjum*, 1937.

Krygowska Z.:
- *Uwagi o zagadnieniu ścisłości w nauczaniu geometrii elementarnej*, 1948,
- *O pojęciu przystawania figur płaskich w nowym programie nauczania matematyki*, 1949

1950 - doktorat

stopień doktora nauk matematyczno-przyrodniczych na Wydz. Filoz -Przyr. UJ za pracę. *O granicach ścisłości w nauczaniu geometrii elementarnej*; promotor prof. Tadeusz Ważewski.

Łącznie 267 publikacji, w tym około

- 40 artykułów w „Matematyce";
- 60 artykułów w czasopismach naukowych i metodycznych, sprawozdaniach z konferencji, opracowaniach syntetycznych w językach obcych: czeskim, francuskim, węgierskim, włoskim, rumuńskim, niemieckim, rosyjskim, hiszpańskim, angielskim, japońskim;
- 30 prac w „Wiadomościach Matematycznych", Rocznikach Naukowo-Dydaktycznych, Pracach z Dydaktyki Szkoły Wyższej;
- 30 opracowań w „Oświacie i Wychowaniu", „Nowej Szkole", „Życiu Szkoły", „Wychowaniu w Przedszkolu";
- 70 rozdziałów w książkach (pracach zbiorowych) dla nauczycieli matematyki różnych typów szkół, np. w *Wykładach telewizyjnych*, *Nauczaniu początkowym matematyki*;
- 10 artykułów w „Dydaktyce Matematyki".

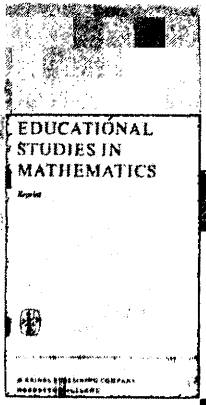
(Na podstawie Marianna Czapek, *Anna Zofia Krygowska. Her life and work*, Płock 2003)

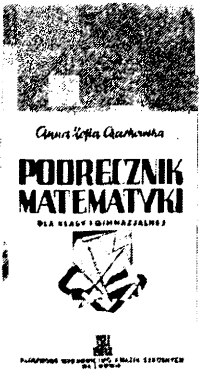
Ważne książki

- *Nauczanie geometrii w klasach licealnych szkoły ogólnokształcącej* (z S. Kulczyckim i S. Straszewiczem),1954;
- *Elementy logiki matematycznej* (z S. Gołąbem i J. Leśniakiem), 1955;
- *Konstrukcje geometryczne na płaszczyźnie*, 1958;
- *Geometria. Podstawowe własności płaszczyzny*, cz. I i II, 1965, 1967;
- *Zarys dydaktyki matematyki cz. 1, 2, 3*, 1969-79;
- *Koncepcje powszechnego matematycznego kształcenia w reformach programów szkolnych z lat 1960-80*, Kraków 1984.

1963 tytuł profesora nadzwyczajnego

1974 tytuł profesora zwyczajnego







zofia
krygowska
zarys
dydaktyki
matematyki
część
1

zofia
krygowska
zarys
dydaktyki
matematyki
część
2

zofia
krygowska
zarys
dydaktyki
matematyki
część
3



francuskim, węgierskim, włoskim, rumuńskim, niemieckim, rosyjskim, hiszpańskim, angielskim, japońskim;
- 30 prac w „Wiadomościach Matematycznych", Rocznikach Naukowo-Dydaktycznych, Pracach z Dydaktyki Szkoły Wyższej;
- 30 opracowań w „Oświacie i Wychowaniu", „Nowej Szkole", „Życiu Szkoły", „Wychowaniu w Przedszkolu";
- 70 rozdziałów w książkach (pracach zbiorowych) dla nauczycieli matematyki różnych typów szkół, np. w *Wykładach telewizyjnych*, *Nauczaniu początkowym matematyki*;
- 10 artykułów w „Dydaktyce Matematyki".

(Na podstawie Marianna Ciosek, Anna Zofia Krygowska. Her life and work, Płock 2003)

Ważne książki

- *Nauczanie geometrii w klasach licealnych szkoły ogólnokształcącej* (z S. Kulczyckim i S. Straszewiczem),1954;
- *Elementy logiki matematycznej* (z S. Gołąbem i J. Leśniakiem), 1955;
- *Konstrukcje geometryczne na płaszczyźnie*, 1958;
- *Geometria. Podstawowe własności płaszczyzny*, cz. I i II, 1965, 1967;
- *Zarys dydaktyki matematyki cz. 1, 2, 3*, 1969-79;
- *Koncepcje powszechnego matematycznego kształcenia w reformach programów szkolnych z lat 1960-80*, Kraków 1984.

1963 tytuł profesora nadzwyczajnego

1974 tytuł profesora zwyczajnego