ROCZNIKI POLSKIEGO TOWARZYSTWA MATEMATYCZNEGO
SERIA V: DYDAKTYKA MATEMATYKI 28 (2005)

## SETNA ROCZNICA URODZIN PROFESOR ANNY ZOFII KRYGOWSKIEJ

Marianna Ciosek
Akademia Pedagogiczna w Krakowie

# O wpływie Anny Zofii Krygowskiej na dydaktykę matematyki w świecie[1]

Ministerstwo Nauki i Szkolnictwa Wyższego

Anna Zofia Krygowska była niezwykle aktywnym uczestnikiem międzynarodowego ruchu na rzecz modernizacji nauczania matematyki oraz ekspertem w sprawach nauczania. W działalności naukowo-badawczej uznaje się Ją za współtwórcę współczesnej dydaktyki matematyki jako dyscypliny naukowej w ramach nauk matematycznych, co potwierdza wypowiedź matematyka, członka PAN — Profesora Jacka Szarskiego: „Prof. A. Z. Krygowska jest jednym z najwybitniejszych specjalistów w zakresie dydaktyki matematyki na świecie. Zajmuje ona poczesne miejsce wśród tych, dzięki którym dydaktyka matematyki stała się autonomiczną dyscypliną naukową, mającą dziś, w dobie ogólnoświatowej dyskusji na temat modernizacji nauczania matematyki, szczególne znaczenie nie tylko dla nauczania, lecz również dla rozwoju matematyki. Prof. Krygowska jest wytrawnym matematykiem, co nadaje szczególnej rangi jej autorytetowi dydaktyka matematyki. (...) Inicjatywie i autorytetowi prof. Krygowskiej zawdzięczamy ten niezwykle ważny dla dydaktyki, jak i samej matematyki fakt, że dziś na uczelniach polskich przeprowadzane są przewody doktorskie i habilitacyjne w zakresie dydaktyki matematyki" (z opinii o dorobku naukowym Z. Krygowskiej z dnia 2 maja 1977r. — Akta personalne...).

## Działania A. Z. Krygowskiej

Działając aktywnie na polu dydaktyki matematyki nie tylko w Polsce, A. Z. Krygowska wywierała niewątpliwie wpływ na matematyków i dydakty-

[1] Częściowo zagadnienie to zostało przedstawione w pracy (Ciosek, 1998).

Artykuł został przesłany do Redakcji. Nie był on wygłoszony ani odczytany na Sesji.

ków zagranicznych w kwestii poglądów na nauczanie matematyki i dydaktykę. Drogi tych wpływów były różnorodne. Są wśród nich:

1. Udział (z referatami) w Międzynarodowych Kongresach Matematyków oraz kongresach i konferencjach poświęconych nauczaniu matematyki.
2. Udział w pracach międzynarodowych komisji zajmujących się doskonaleniem nauczania matematyki.
3. Redagowanie wydawnictwa UNESCO poświęconego nauczaniu matematyki.
4. Wygłaszanie wykładów oraz prowadzenie seminariów naukowych w zagranicznych uniwersytetach oraz instytucjach zajmujących się kształceniem nauczycieli.
5. Członkostwo w naukowych komitetach redakcyjnych zagranicznych czasopism dydaktycznych.
6. Sprawowanie opieki naukowej nad stażystami zagranicznymi, kierowanymi imiennie do prof. Z. Krygowskiej.
7. Publikowanie prac w czasopismach zagranicznych poświęconych dydaktyce matematyki, w tym o zasięgu międzynarodowym.

## Udział w międzynarodowych kongresach i konferencjach

Pierwsza konferencja zagraniczna, w której uczestniczyła prof. Krygowska, miała szczególne znaczenie dla Jej przyszłej pracy. W roku 1956 wzięła udział — w charakterze eksperta w dziedzinie nauczania matematyki polskiego Ministerstwa Oświaty — w dorocznej konferencji ministrów oświecenia publicznego krajów — członków UNESCO. Zorganizowano ją w Genewie przy współudziale Międzynarodowego Biura Wychowania, kierowanego przez wybitnego psychologa J. Piageta. Merytorycznie konferencja poświęcona była zagadnieniom modernizacji nauczania matematyki[2]. A. Z. Krygowska wygłosiła w Genewie referat na temat stworzonej przez siebie koncepcji nauczania matematyki — tzw. czynnościowego nauczania matematyki. Referat[3] ten spotkał się z bardzo przychylnym przyjęciem ze strony Piageta, który gratulując Pani Profesor wystąpienia stwierdził, że Jej koncepcja jest całkowicie zgodna z jego teorią (chodzi o epistemologię genetyczną — powiązanie psychologii rozwojowej dziecka z teorią poznania i logiką). Uczestnictwo w tej konferencji było ważne dla prof. Krygowskiej z kilku powodów:

[2]Szersze informacje na ten temat można znaleźć w artykułach (Krygowska, 1957; Nowecki, 1990).

[3]Zob. artykuł (Siwek, 1997).

— uświadomiło Jej, że idee odnoszące się do zmian w nauczaniu matematyki, które nurtowały Ją już od czasów studiów na Uniwersytecie Jagiellońskim, są zbieżne z tendencjami światowymi,

— pozwoliło głębiej uzasadnić kierunek tych zmian, mianowicie nastawienie na aktywizację ucznia, wynikami badań psychologicznych, w szczególności teorią Piageta,

– otworzyło Jej drogę do rozległych i owocnych zagranicznych kontaktów z osobami i instytucjami zajmującymi się problematyką nauczania matematyki.

## Udział w Międzynarodowych Kongresach Matematyków

Zofia Krygowska uczestniczyła w trzech Międzynarodowych Kongresach Matematyków. Na każdym z nich wygłosiła około godzinne referaty:

**w Moskwie** (1966) — *Développement de l'activité mathématique des élèves et rôle des problèmes dans ce développement* — raport generalny dotyczący rozwijania aktywności matematycznej uczniów, przygotowany na zlecenie Międzynarodowej Komisji **ICMI** (International Commission on Mathematical Instruction) i opracowany na podstawie raportów narodowych z dziesięciu krajów (ośmiu europejskich, a także Stanów Zjednoczonych i Japonii), wygłoszony na posiedzeniu tej Komisji w ramach Kongresu;

**w Nicei** (1970) — *Problèmes de la formation moderne des professeurs de mathématiques* — wykład plenarny na temat nowoczesnego kształcenia nauczycieli matematyki, wygłoszony w Sekcji Kongresu: Historia i Nauczanie Matematyki (jeden z czterech wykładów przygotowanych przez matematyków polskich na zaproszenie organizatorów Kongresu);

**w Warszawie** (1983) — *Composants de l'activité mathématique qui devraient jouer un rôle significatif dans la mathématique pour tous* — referat wygłoszony w Sekcji Historii i Nauczania Matematyki.

## Udział w pracach ICMI[4]

Związek Z. Krygowskiej z ICMI nie ograniczał się bynajmniej do wygłoszenia wykładu w ramach Kongresu Matematyków w Moskwie. Była członkiem Polskiej Podkomisji ICMI, działającej przy Komitecie Nauk Matematycznych

[4]O pracy ICMI — Międzynarodowej Komisji do Spraw Nauczania Matematyki, przy Międzynarodowej Unii Matematycznej — można przeczytać w artykule: Howson, G.: 1985, 75 lat ICMI, *Wiadomości Matematyczne* **2**, 205-224.

PAN (przewodniczącym tej Podkomisji był wówczas prof. S. Straszewicz). Uczestniczyła w trzech kolejnych Kongresach **ICME**[5] (International Congress on Mathematical Education), organizowanych przez ICMI. Są to wielkie kongresy o zasięgu światowym; pierwszy z nich odbył się w 1969 r., drugi — w 1972 r., a następne regularnie co 4 lata.

Na kongresie w **w Lyonie** w 1969 r., gdzie uczestniczyło około 800 osób, A. Z. Krygowska wygłosiła wykład plenarny na temat tekstu matematycznego w nauczaniu. Brała też udział w dyskusji panelowej na temat nauczania geometrii, zakreślając problematykę dyskusji i jej plan. W swoim sprawozdaniu z omawianego wyjazdu do Lyonu (Sprawozdania...) zauważyła, że jeśli chodzi o nauczanie geometrii, to tendencje w Polsce są zgodne z tym, co się w tym zakresie dzieje w innych krajach (tendencje do szerokiego upowszechnienia wiedzy i metody matematycznej). Ponadto zanotowała, że przez długi czas otrzymywała listy z prośbą o udostępnienie kopii swojego referatu przed ukazaniem się go w druku.

W swoim wystąpieniu w ramach Kongresu ICME 2, który odbył się w 1972 r. **w Exeter**, Z. Krygowska prezentowała swoją koncepcję dydaktyki matematyki jako nauki. W sprawozdaniu pokongresowym (Howson, 1973) napisano, że A. Z. Krygowska upominała się o uznanie dydaktyki matematyki jako części matematyki, z takim samym statusem jak analiza czy topologia.

Jeśli chodzi o trzeci Kongres ICME — **w Karlsruhe** w 1976 r., to Profesor Krygowska była członkiem Międzynarodowego Komitetu Programowego. Wygłosiła też referat — na zlecenie ICMI — dla jednej z trzynastu sekcji Kongresu, omawiającej zagadnienie nauczania matematyki dzieci i młodzieży w wieku 10-16 lat. Poza tym uczestniczyła w zebraniach organizacyjnych Komisji, w zebraniach Komitetu Wykonawczego (na zaproszenie H. Freudenthala, który wtedy pełnił funkcję przewodniczącego ICMI) oraz w dwudniowej naradzie w sprawie pokongresowego wydawnictwa UNESCO. H. Freudenthal napisał o wystąpieniu Z. Krygowskiej na tym Kongresie w następujący sposób:

> Na Kongresie w Karlsruhe Pani Krygowska była jednym z głównych referentów. Uważam, że jej referat był najlepszy.
> (z opinii o działalności Z. Krygowskiej kierowanej do ówczesnego rektora WSP w Krakowie, z dnia 21. II. 1977 r.– Akta personalne...).

Związek Z. Krygowskiej z ICMI to także Jej udział w międzynarodowych kolokwiach organizowanych przez tę Komisję:

— w Utrechcie w 1967 r. — na temat, jak uczyć matematyki użytecznej;

[5]Informacje o Kongresach ICME można znaleźć w: Rożek, B., Turnau, S.: 2004, Dziesiąty Kongres ICME, *Dydaktyka Matematyki* **27**, 253-255

— w Echternach w 1973 r. — na temat zastosowań matematyki w nauczaniu w szkole średniej.

Warto jeszcze wspomnieć o uczestnictwie Z. Krygowskiej w międzynarodowym kolokwium w sprawie koordynacji nauczania matematyki i fizyki, zorganizowanym w Lozannie przez czasopismo *Dialectica* (poświęcone zagadnieniom filozofii), pod protektoratem UNESCO. Udział Z. Krygowskiej w tej konferencji polegał na przygotowaniu materiałów (wypełnienie drobiazgowej ankiety na prośbę organizatorów) oraz uczestnictwie w pracach zespołu przygotowującego tekst wniosków. W swoich uwagach o tym kolokwium Pani Profesor napisała, że uderzył ją udział profesorów wyższych uczelni i wybitnych pracowników nauki w pracach poświęconych ulepszaniu programów i dydaktyki szkoły średniej (Sprawozdania...).

Z. Krygowska współpracowała z jeszcze jedną komisją o zasięgu międzynarodowym, zajmującą się nauczaniem matematyki. Ze względu na to, że ta współpraca trwała przez 30 lat, i to do końca życia Pani Profesor, wymaga dokładniejszego omówienia; zostanie ono przedstawione w przedostatnim paragrafie artykułu.

## Udział w zagranicznych konferencjach regionalnych

Do znaczących wyjazdów zagranicznych Z. Krygowskiej należy zaliczyć także Jej udział w konferencjach regionalnych.

Na uwagę zasługują Jej związki z dydaktykami belgijskimi. W listopadzie 1961 roku Z. Krygowska wygłosiła inauguracyjny wykład pod tytułem: *L'enseignement de la géométrie dans la mathématique unitaire d'aujourd'hui* na kongresie belgijskich nauczycieli matematyki w szkołach średnich (z udziałem 400 osób), poświęcony nauczaniu geometrii, zorganizowany przez Stowarzyszenie Nauczycieli Matematyki (jego prezesem był podówczas Willy Servais — znany ekspert UNESCO do spraw nauczania matematyki). W kongresie uczestniczyła duża grupa pracowników pedagogicznych oraz profesorów wyższych uczelni: z Holandii, Niemiec, Luksemburga i Francji, w tym m. in. J. Dieudonné, A. Revuz, H. Freudenthal. Poza tym A. Z. Krygowska brała udział w kongresach organizowanych przez ośrodek belgijski Centre Belge de la Pédagogie de la Mathématique (z siedzibą w Brukseli):

— w Arlon w 1968 r. — na temat roli rachunku w nauczaniu matematyki;

— w Knokke w 1970 r. i 1972 r. — kolejno na tematy: wprowadzenie w rozumowanie matematyczne, problemy nauczania matematyki ważne na każdym poziomie — od przedszkola do uniwersytetu.

Wykład wygłoszony przez Z. Krygowską w Arlon wzbudził duże zainteresowanie, co znalazło swój wyraz w dyskusji po nim i w upowszechnianiu jego tekstu przez organizatorów konferencji. Pisano o nim także w prasie codziennej. W dzienniku *L'avenir du Luxembury* z dnia 5 lipca 1968 r., w rubryce zatytułowanej Dni Matematyki, odnotowano:

> Głęboka reforma, która dokonuje się w nauczaniu matematyki na całym świecie, wydaje się być czymś więcej niż tylko prostą modyfikacją tradycyjnych programów. Animatorzy tej reformy są doskonale świadomi tego, że samo wprowadzenie współczesnych pojęć matematycznych nie zdoła poprawić skuteczności nauczania; konieczne jest odnowienie metod nauczania. Ten aspekt problemu został wspaniale zilustrowany przez polskiego pedagoga — prof. Zofię Krygowską przed 650 nauczycielami matematyki na Kongresie w Arlon. W swoim wykładzie, który wywarł na słuchaczach głębokie wrażenie, Pani Krygowska pokazała, że matematyka współczesna stanowi idealne ramy dla takiej odnowy. Przy pomocy zróżnicowanych przykładów prelegentka osiągnęła to, że słuchacze czuli się tak, jak gdyby uczestniczyli w Jej eksperymencie. Udało się Jej przekonać obecnych o możliwości rozbudzenia u młodzieży autentycznego myślenia matematycznego (Sprawozdania...).

Należy jeszcze wymienić wyjazdy Z. Krygowskiej na **Węgry**:

- do Budapesztu — dwukrotnie (1962 r., 1972 r.) — na konferencje dotyczące modernizacji nauczania początkowego, przygotowane przez Towarzystwo Matematyczne im. Jánosa Bolyai;
- do Wyszegradu — w 1974 r. — na seminarium poświęcone nauczaniu matematyki w szkole podstawowej, zorganizowane przez międzynarodową grupę dydaktyków i psychologów (International Study Group for Mathematics Learning), kierowaną przez Z. Dienesa — twórcę oryginalnych, znanych na całym świecie pomocy naukowych.

O udziale Z. Krygowskiej w konferencji 1962 r. w Budapeszcie, T. Varga, kierujący wówczas reformą nauczania matematyki na Węgrzech, powiedział:

> ... przyszedł sierpień 1962. Towarzystwo Matematyczne im. Jánosa Bolyai zorganizowało Międzynarodowe Sympozjum na temat Nauczania Matematyki. Wśród obecnych jedną z najważniejszych osób była pani Anna Zofia Krygowska. W czasie tych dwóch tygodni Sympozjum moje poglądy na uczenie się matematyki rozszerzyły się prawdopodobnie bardziej niż w czasie poprzednich lat czy nawet dziesięcioleci. Muszę przyznać, że w pewnym sensie stałem się nadmiernym entuzjastą i byłem podatny na wpływ niewyważonych idei. W tym jednak względzie pani Krygowska (...) jest ostatnią osobą, którą można by za to winić. W gruncie rzeczy raczej właśnie wbrew jej obecności i uspokajającemu wpływowi

niektórzy z nas okazywali skłonność do oderwania się od twardego gruntu rzeczywistości, zarówno szkolnej, jak i społecznej.

(Varga, 1987, s. 144)

Na drugiej konferencji w Budapeszcie Prof. Krygowska wystąpiła w charakterze eksperta. Przygotowała konspekt oraz analizę dydaktyczną lekcji, którą w ramach Sympozjum poprowadził węgierski nauczyciel i która to lekcja była następnie dyskutowana przez hospitujących ją uczestników tego Sympozjum.

W 1971 r. Z. Krygowska uczestniczyła w konferencji poświęconej problemom badań w zakresie dydaktyki matematyki — **w Niemczech**, w Bayreuth. Brała także udział w międzynarodowym seminarium poświęconym nauczaniu matematyki, które odbyło się w Bratysławie w 1977 roku.

Z innych wyjazdów zagranicznych warto jeszcze wymienić dwa do **Włoch**:

— na spotkanie zorganizowane przez Włoską Unię Matematyczną na wystawę prac uczniów szkoły średniej im. Tasso, prowadzonych przez E. Castelnuovo. Zadaniem Z. Krygowskiej była ocena zarówno wystawy, jak i całego eksperymentu dydaktycznego (Rzym 1971 r.);

— na Międzynarodowe Sympozjum na temat procesów poznawczych uczenia się matematyki na poziomie elementarnym, zorganizowane przez instytucję naukową przy Uniwersytecie w Trento (1980), o zasięgu ogólnowłoskim. Przedstawiła tam dwa referaty, kolejno o tytułach: *Zmienne w rozumowaniu dzieci w wieku 8 lat*, *Pewna koncepcja podręcznika matematyki dla dzieci w wieku 10 lat.*

Warto na zakończenie tego zestawienia wspomnieć o udziale Z. Krygowskiej (także S. Turnaua) w Zjeździe związanym z uroczystościami jubileuszowymi Prof. H. Freudenthala w Utrechcie — w sierpniu 1976 r. W spotkaniu wzięło udział kilkadziesiąt osób z całego świata. Zaproszenie Instytutu IOWO na tę uroczystość dwu osób z Polski Prof. Krygowska odebrała jako zaszczyt i wyróżnienie.

## Praca w zagranicznych organizacjach i instytucjach naukowych

W 1965 r. Prof. Krygowska pracowała przez dwa miesiące w UNESCO w Paryżu, jako główny redaktor pierwszego tomu *Tendances Nouvellés de l'Enseignement des Mathématiques* (ukazał się drukiem 1966 r.). Zamieszczone tam prace, opatrzone komentarzami redaktora, uwzględniają idee nowoczesnego nauczania matematyki, wypracowane w różnych ośrodkach na świecie. Włączone są tu także dwie prace Z. Krygowskiej. Jedna z nich dotyczy aksjomatyki i aksjomatyzacji w nauczaniu matematyki na poziomie szkoły średniej,

druga — dydaktyki matematyki jako przedmiotu nauczania w szkole wyższej (pozycje: 77. i 78. w spisie publikacji A. Z. Krygowskiej, zamieszczonym w tym numerze czasopisma). Prace te ukazały się w tłumaczeniu na języki: angielski, niemiecki i rumuński. Z. Krygowska uczestniczyła także w przygotowaniu dwóch dalszych tomów *Tendances* ... jako członek komitetu redakcyjnego. Jest współautorem artykułu o nauczaniu matematyki w klasach początkowych w tomie II (pozycja 120. w spisie publikacji A. Z. Krygowskiej) i autorem rozdziału traktującego o nauczaniu geometrii w tomie III (pozycja 207. w spisie publikacji A. Z. Krygowskiej). W tomie IV, opublikowanym w 1979 r. w czterech wersjach językowych: francuskiej, angielskiej, hiszpańskiej i japońskiej, zamieściła swoją pracę o nauczaniu matematyki uczniów w wieku 10-16 lat (pozycja 229. w spisie publikacji A. Z. Krygowskiej).

Przez 6 tygodni (w okresie: 15. IX.-31. X. 1970 r.) Pani Profesor przebywała we Francji, na zaproszenie **Uniwersytetu 7 w Paryżu**. Jako pracownik kontraktowy tej uczelni:

- prowadziła cotygodniowy wykład i seminarium na tematy związane z nauczaniem matematyki i jego reformą — dla pracowników IREM (Institut de Recherche sur l'Enseignement Mathématique) przy tym uniwersytecie;
- odbywała konsultacje dla pracowników i grup IREM w sprawie eksperymentów pedagogicznych oraz kształcenia nauczycieli (do czego, między innymi, powołano Instytuty IREM przy uniwersytetach francuskich);
- wygłosiła publiczny odczyt na temat reformy nauczania początkowego matematyki w Instytucie H. Poincaré — na prośbę Stowarzyszenia Nauczycieli Matematyki (według oświadczeń organizatorów wykład „dał" bardzo dużo nauczycielom francuskim);
- uczestniczyła w dyskusji zorganizowanej w Instytucie Psychologii na temat badań związanych z psychologicznymi podstawami nauczania matematyki;
- brała czynny udział w zebraniach grupy pracowników Uniwersytetu zajmujących się problemami nauczania przedmiotów ścisłych;
- uczestniczyła (w charakterze eksperta oceniającego wartość dydaktyczną) w pokazie filmów dydaktycznych, które można wykorzystać na lekcjach.

W ciągu dziesięciu dalszych dni pobytu we Francji Z. Krygowska odwiedziła kilka ośrodków IREM — przy uniwersytetach: w Strasbourgu, Lille, Clermont-Ferrand, wygłaszając tam odczyty dotyczące: reformy nauczania matematyki

w Polsce, problematyki dydaktyki matematyki i badań w tym zakresie, pedagogicznego kształcenia nauczycieli w uniwersytetach i innych szkołach kształcących nauczycieli. Wzięła też udział w międzyuniwersyteckiej konferencji IREM w Rennes.

Jak pisze Prof. Krygowska w swoim sprawozdaniu, była zaproszona do Francji na pół roku. Jednakże, ze względu na swoje zajęcia w Polsce, zgodziła się jedynie na pobyt trzymiesięczny (łącznie z udziałem w Kongresie Matematyków oraz poprzedzającym go Spotkaniu CIEAEM w Nicei). Nie mogła więc odwiedzić innych zapraszających ją ośrodków IREM, w tym w Montpellier i w Grenoble (Sprawozdania...).

Z pozostałych zagranicznych ośrodków naukowych, które odwiedziła Z. Krygowska, można wskazać:

— Wyższą Szkołę Pedagogiczną w Dreźnie, gdzie na zebraniu Zakładu Dydaktyki Matematyki mówiła o roli i pozycji dydaktyki matematyki w nauce, a na spotkaniu ze studentami — o reformie nauczania matematyki w Polsce (kwiecień 1971 r. — pobyt tygodniowy);

— Uniwersytet Québec w Montrealu (pobyt miesięczny jesienią 1973 r.); prowadziła tam seminarium z dydaktyki matematyki dla pracowników Sekcji Nauczania w tym uniwersytecie oraz konsultacje dla prowadzących badania naukowe w tej dziedzinie;

— Uniwersytet Karola w Pradze — na zaproszenie Sekcji Matematycznej Akademii Nauk Czechosłowacji (listopad 1978 r. — pobyt tygodniowy); wygłosiła odczyt na temat stanu rozwoju dydaktyki matamatyki na świecie, a także hospitowała lekcje w szkole eksperymentalnej i omawiała je z nauczycielami i pracownikami naukowym prowadzącymi eksperyment.

## Opieka nad gośćmi zagranicznymi — stażystami w WSP w Krakowie

Inną, obok już opisanych, drogą oddziaływania Profesor Krygowskiej na dydaktyków zagranicznych były Jej kontakty z gośćmi przyjeżdżającymi z różnych krajów i instytucji naukowych na staże naukowe do — stworzonego przez nią pierwszego w Polsce – Zakładu Dydaktyki Matematyki w WSP w Krakowie. Ich pobyt w tym Zakładzie trwał od około tygodnia do kilku miesięcy. Inne osoby przyjeżdżały tylko na kilka dni (nieraz na własny koszt), by odbyć konsultacje z Z. Krygowską. Pani Profesor zapraszała stażystów na prowadzone przez siebie zajęcia, dbała o to, by umożliwić im zapoznanie się z badaniami w zakresie dydaktyki prowadzonymi przez poszczególnych pracowników Zakładu oraz hospitowanie innych zajęć dydaktycznych w Uczelni i lekcji w szkołach

eksperymentalnych. Przede wszystkim jednak dużo czasu poświęcała im na konsultacje, które czasem odbywały się w Jej skromnym mieszkaniu przy ul. Oleandry 6 w Krakowie. Goście wygłaszali referaty na Ogólnopolskim Seminarium z Dydaktyki Matematyki prowadzonym przez Panią Profesor, która była najaktywniejszym słuchaczem tych referatów: komentowała wypowiedzi i zadawała prelegentowi wiele pytań; chciała dowiedzieć się jak najwięcej o przedmiocie jego wystąpienia, a także dodatkowo o systemie edukacji w danym kraju, pracach programowych w zakresie matematyki szkoły średniej, itp. Pani Profesor przyjmowała gości z instytucji zagranicznych także wtedy, gdy nie pełniła już funkcji kierownika Zakładu i przebywała na emeryturze. Przykładowo, w latach 1970-1981 wśród stażystów i korzystających z konsultacji z Panią Profesor znaleźli się:

— z Czechosłowacji — J. Melichar (Pedagogicka Fakulta Uniwersytetu w Usti nad Labem; staż półroczny w 1970 r.), J. Kouřim (Pedagogicka Fakulta w Pilźnie; pobyt dwutygodniowy w maju 1972 r.), M. Koman (Pedagogicka Fakulta Uniwersytetu Karola w Pradze; tygodniowy pobyt w październiku 1974 r.), S. Zahradnik (Pedagogicka Fakulta w Hradec Králowé; pobyt dwutygodniowy w marcu 1975 r.), O. Židek (Pedagogicka Fakulta w Trnawie; pobyt dwutygodniowy w maju 1975 r.), S. Malina (Kabinet Didaktiki Matematiki Uniwersytetu Komeńskiego w Bratysławie; kilkudniowy pobyt w grudniu 1976 r.);

— z Francji — J. Adda (Uniwersytet 7 w Paryżu; pobyt dwutygodniowy w styczniu 1975 r.), N. Balacheff (IREM Grenoble — pobyt tygodniowy 1978 r.);

— z Niemiec — K. Härtig (Uniwersytet Humboldta w Berlinie; pobyt kilkudniowy we wrześniu 1974 r.), L. Flade (Uniwersytet w Halle; pobyt dwutygodniowy w listopadzie 1974 r.);

— z Węgier — I. Nabradi (Wyższa Szkoła Pedagogiczna w Budapeszcie; dwa tygodnie w październiku 1975);

— z Portugalii — A. Mesquita (Instituto Superior Tecnico w Lizbonie; staż półroczny 1981 r.)

— z Anglii — A. Rogerson (związany z grupą School Mathematics Project; pobyt kilkudniowy w lipcu 1981 r.).

Oto, co o swoim pobycie w Krakowie powiedział jeden ze stażystów – obecnie profesor — J. Melichar z Republiki Czeskiej:[6]

[6]Jest to fragment Adresu nadesłanego przez prof. J. Melichara do organizatorów Sesji naukowo-wspomnieniowej poświeconej pamięci Profesor A. Z. Krygowskiej – w 10. rocznicę Jej śmierci; Sesja odbyła się 18 maja 1998 r. w WSP w Krakowie.

W roku 1970 spędziłem zimowy semestr jako stażysta u Pani Prof. A. Z. Krygowskiej. Pobyt ten był dla mnie wielkim życiowym doświadczeniem i naznaczył mnie, w dobrym tego słowa znaczeniu, na całe życie. Potem jeszcze kilkakrotnie odwiedzałem WSP w Krakowie i podziwiałem zawsze pedagogiczne mistrzostwo Pani Profesor. Doświadczenia, które zdobyłem, pomogły mi w moim zawodowym rozwoju. (...) Za wszystkie moje osiągnięcia jestem wdzięczny Prof. Krygowskiej, która swym osobistym przykładem pokazała pedagogiczną drogę w nauczaniu matematyki. Kiedy w 1977 r. wyszły 3 części *Zarysu Dydaktyki Matematyki* pilnie studiowałem tę publikację. Np. rozdział: Aksjomatyczna definicja rodzaju struktury inspirowała moją współpracę z lekarzami na temat fenotypu i genotypu.

Należy dodać, że w listopadzie 1984 r. Zakład Dydaktyki Matematyki WSP w Krakowie podejmował specjalnych gości. Była to grupa dydaktyków matematyki z zagranicy, którzy wzięli udział w sesji naukowej, zorganizowanej z okazji mijającej tegoż roku 80. rocznicy urodzin Prof. Z. Krygowskiej. W skład tej grupy wchodzili: E. Castelnuovo i D. Gori-Giorgi — z Włoch, J. Adda, G. Glaeser i C. Laborde — z Francji, H. Freudenthal z Holandii, I. Ganczew z Bułgarii, K. Härtig z Niemiec, T. Varga z Węgier, F. Kuřina z Czechosłowacji, A. I. Weinzweig z USA. Wszyscy goście wygłosili na sesji referaty[7]; niektórzy z nich pozostali w Krakowie przez kilka dni, odbywając rozmowy indywidualne z Jubilatką oraz przedstawiając referaty na zebraniach Zakładu.

## Członkostwo komitetów redakcyjnych czasopism zagranicznych

Z. Krygowska współpracowała z redakcjami następujących czasopism:

— *Educational Studies in Mathematics*:
W latach 1968-1978 była członkiem Komitetu Redakcyjnego tego międzynarodowego czasopisma, którego głównym redaktorem w tym okresie był H. Freudenthal. Opublikowała w tym czasopiśmie 7 artykułów;

— *Nico*:
Była członkiem Komitetu Redakcyjnego tego wychodzącego w Belgii periodyka, związanego z ośrodkiem Centre Belge de Pédagogie de la Mathématique, w latach 1969-1975;

— *Recherches en didactique des mathématiques*:
Była członkiem Komitetu Naukowego tego francuskiego czasopisma w latach 1980-1988.

[7]Ich teksty zostały zamieszczone w *Dydaktyce Matematyki* 7.

## Publikacje obcojęzyczne A. Z. Krygowskiej

A. Z. Krygowska opublikowała 55 prac w językach obcych: angielskim, czeskim, francuskim, hiszpańskim, japońskim, niemieckim, rosyjskim, rumuńskim, węgierskim i włoskim (zob. Publikacje A. Z. Krygowskiej w tym numerze *Dydaktyki Matematyki*).

## Współpraca A. Z. Krygowskiej z Międzynarodową Komisją CIEAEM[8]

W roku 1958 rozpoczął się okres ścisłej, trwającej do końca życia Z. Krygowskiej, współpracy z Międzynarodową Komisją do Spraw Studiowania i Ulepszania Nauczania Matematyki – CIEAEM (Commission Internationale pour l'Étude et l'Amélioration de l'Enseignement des Mathématiques). W tymże właśnie roku Pani Profesor po raz pierwszy wzięła udział w konferencji organizowanej przez tę Komisję, w Saint Andrews (Szkocja).

Komisja powstała w 1950 roku. Pierwszym jej przewodniczącym był matematyk Gustaw Choquet, wiceprzewodniczącym — psycholog Jean Piaget, a sekretarzem — pedagog Caleb Gattegno. Działalność tej Komisji krystalizowała się w czasie trwania spotkań; obecnie odbywają się one rokrocznie w różnych krajach (jak dotąd trzech różnych kontynentów). Komisja stawia sobie za cel ulepszanie nauczania matematyki przez organizowanie międzynarodowych konferencji, zwanych Spotkaniami, publikowanie materiałów z tych Spotkań, przez ułatwianie wymiany doświadczeń i rezultatów badań naukowych prowadzonych w różnych instytucjach. Specyfiką omawianych konferencji jest to, że spotykają się na nich jednocześnie: nauczyciele matematyki, pedagodzy, psychologowie, dydaktycy matematyki oraz matematycy. Na uwagę zasługuje też to, że atmosfera tych Spotkań jest wyjątkowo przyjazna — niektóre osoby są związane z Komisją od 20, 30, a nawet ponad 40 lat.

Podstawowymi formami zajęć na trwającym około tygodnia spotkaniu są wykłady plenarne oraz dyskusje w kilku (równoległych) grupach tematycznych, [illegible]owym, związanym z tematem [illegible]dziestominutowe wystąpienia, [illegible]uje się także zagadnienia poru- [illegible]oracy w grupie odpowiedzialny

Komisji oraz jej działalności można 985); Bernet, Jaquet (1998); 50 lat ch z poszczególych konferencji CIE- *atyki* (np.: Krygowska, 1960, 1961a, a, 1998; Legutko, 2001).

jest dwuosobowy zespół, tzw. animatorów, którzy prezentują raport z prac swojej grupy ogółowi uczestników pod koniec konferencji.

Anna Zofia Krygowska

— została członkiem tej Komisji w 1958 r. (lub 1957 r.)[9],

— w latach 1963-70 była jej wiceprzewodniczącą,

— w latach 1971-74 była jej przewodniczącą[10],

— a od roku 1975 — honorową przewodniczącą.

Warto dodać, że funkcję przewodniczącego CIEAEM pełnili także: G. Papy (Belgia), E. Castelnuovo (Włochy), H. Freudenthal (Holandia), C. Gaulin (Kanada), S. Turnau (Polska), I. Weinzweig (USA), Ch. Keitel (Niemcy). Od 2003 roku przewodniczącą Komisji jest J. Radnai-Szendrei (Węgry), a jednym z wiceprzewodniczących — M. Klakla (Polska). Członkami Komisji byli (lub są nadal) tacy znani dydaktycy, jak: V. Servais (Belgia), T. Varga (Węgry), J. Adda, G. Brousseau (Francja), matematyk węgierski J. Suranyi. Obecnie w ponad 50 osobowej grupie członków Komisji znajduje się pięcioro Polaków.

W okresie od 1958 r. do 1987 r., kiedy to Z. Krygowska uczestniczyła w Spotkaniu CIEAEM po raz ostatni, odbyło się 28 konferencji tej Komisji. Pani Profesor wzięła udział w poważnej ich większości. Wygłaszane przez Nią (niemal na każdej konferencji) wykłady plenarne cieszyły się niezwykłym zainteresowaniem. Wygłaszała także referaty w grupach tematycznych, brała udział w dyskusjach, nierzadko animowała pracę w grupie, uczestniczyła w zebraniach członków Komisji. Spotykała się także z nauczycielami i pracownikami związanymi z instytucją, która pełniła funkcję organizatora lokalnego danej konferencji. Dużo czasu poświęcała też na indywidualne rozmowy z uczestnikami. Z wieloma z nich łączyły Ją więzy prawdziwej przyjaźni.

Z. Krygowska zorganizowała dwie konferencje Komisji CIEAEM w Polsce[11]: w 1960 i 1971 roku — w Krakowie. Pierwsza z tych konferencji poświęcona była zagadnieniu „matematyki podstaw". Prof. Krygowska, poza przedstawieniem referatu teoretycznego, poprowadziła z uczniami lekcję na temat

[9]A. Z. Krygowska napisała (Sprawozdania...), że jest członkiem CIEAEM od 1958 r., natomiast w opracowaniu (Bernet, T., Jaquet, F., 1998) jej nazwisko figuruje na — przygotowanej przez C. Gattegno w 1957 r. — liście „aktywnych" członków CIEAEM.

[10]W zasadzie Profesor Krygowska przyjęła funkcję przewodniczącego Komisji już w 1970 r., kiedy to G. Papy postulował rozwiązanie Komisji i zrzekł się jej przewodniczenia.

[11]W naszym kraju odbyły się jeszcze dwa spotkania CIEAEM: w 1990 w Szczyrku, na temat: „Nauczyciel matematyki w zmieniającym się świecie", oraz w 2003 w Płocku, na temat: „Wykorzystanie materiałów dydaktycznych do rozwijania aktywności matematycznej uczniów".

figur wypukłych. Dogłębna analiza tej lekcji, zamieszczona w czasopismie *Matematyka* (nr 1, 1961, s. 53-64) jest do dziś wykorzystywana na zajęciach z dydaktyki matematyki na studiach matematycznych, jako wzór analizowania lekcji. Konferencja CIEAEM w 1971 roku dotyczyła logiki w nauczaniu matematyki; Z. Krygowska przewodniczyła dyskusjom w jednej z grup tematycznych.



Konferencja CIEAEM 14, Kraków 1960 r.
Lekcja na temat zbioru wypukłego — prowadzi prof. A. Z. Krygowska

W. Servais — długoletni sekretarz Komisji — w wywiadzie do „Gazety Krakowskiej" (8.09.1971r.), zapytany o to, dlaczego CIEAEM wybrała Polskę na miejsce swojego Spotkania w 1971 roku, odpowiedział:

> Zasadniczym tematem dyskutowanym na obecnym spotkaniu były problemy nauczania logiki w matematyce. W tej dziedzinie Polska należy do ścisłej czołówki światowej; ma ogromne osiągnięcia, znakomitą szkołę logików (...) A poza tym, „magnesem" jest jeszcze osoba, działalność, wybitny autorytet pani profesor Zofii Krygowskiej. Mamy wysokie uznanie dla Jej wartości matematycznych i pedagogicznych, ale nie tylko te walory zyskują Jej ogromny szacunek i sympatię kolegów. Znamy ją i cenimy za Jej wielkie zainteresowanie sprawami dobra oświaty. Przywiązanie i przyjaźń okazywaną młodzieży szkolnej, za Jej miłość i dumę ze swojego kraju. To co powiedziałem tu na Jej temat brzmi jak... wyznanie, ale wyrażam jedynie obiektywne zdanie wszystkich członków Komisji i trudno wyobrazić sobie, by Jej rolę na tym forum miał pełnić kto inny.



Konferencja CIEAEM 23, Kraków 1971 r.

Dekada 1970-80 zaznaczyła się silnym wpływem Prof. Krygowskiej na prace Komisji. Włoski dydaktyk — E. Castelnuovo (związana z CIEAEM do dziś) pisze o tym w następujący sposób:

> Jako Przewodnicząca w latach 1971-75, A. Z. Krygowska, z pewnością dzięki silnej, równocześnie jednak otwartej i obdarzonej intuicją osobowości, inspirowała nowy kierunek kompleksowego ujmowania nauczania matematyki. Spotkanie w Krakowie — z udziałem 220 uczestników – stanowi początek tych dociekań. Jej gruntowne wykształcenie, wzbogacone w długotrwałej ofiarnej pracy dla nauczycieli i studentów w Polsce, zaowocowało stopniowo bardziej problemowym ujmowaniem przedmiotu i metod nauczania. Wzbogaciło to problematykę dyskusji zjazdowych.
>
> (Castelnuovo, 1984, s. 209)

Po raz ostatni Prof. Krygowska wzięła udział w Spotkaniu CIEAEM w 1987 roku — w Sherbrooke, gdzie była obecna pisząca te słowa. Pani Profesor wygłosiła tam wykład plenarny pod znamiennym tytułem „Zrozumieć błąd w matematyce". Przedstawiła w nim wszechstronną analizę teoretyczną zjawiska błędu w uczeniu się matematyki. Przeprowadzenie takiej analizy było możliwe dzięki kompetencji Prof. Krygowskiej w zakresie samej matematyki i jej metodologii, znajomości wyników badań dydaktycznych i psychologicznych — z jednej strony oraz postawy nastawienia na głębokie zrozumienie procesu uczenia się-nauczania matematyki — z drugiej strony. Połączenie tych dwóch elementów w badaniu dydaktycznym to cecha Jej twórczości naukowej. Podobnie głęboko naświetliła Z. Krygowska — na wspomnianej konferencji – problem

błędów w zakresie algebry szkolnej w referacie przedstawionym w grupie roboczej poświęconej temu zagadnieniu. Okazało się, że istnienie i sposób wyjaśnienia zjawiska tzw. **formalizmu zdegenerowanego** (termin wprowadzony przez Z. Krygowska), opisanego w dwu artykułach z lat 50-tych, tłumaczonego na kilka języków obcych, potwierdziły badania dydaktyczne prowadzone w różnych krajach w latach 80-tych.




Konferencja CIEAEM 37, Leiden 1985 r.

Wolno przypuszczać, że zarysowana powyżej cecha twórczości naukowo-badawczej Z. Krygowskiej wpływała na uznanie i szacunek, jakim darzyli ją uczestnicy spotkań CIEAEM. Oto wypowiedzi kilku z nich, przedstawione na specjalnej sesji poświęconej pamięci Pani Profesor Krygowskiej na trzecim Spotkaniu Komisji CIEAEM w Polsce, w Szczyrku w 1990 roku.

A. Warbecq (belgijski kurator oświaty, związany z Komisją od przeszło 40-tu lat):

> Najbardziej wspominam nasze pierwsze spotkanie na brzegu jeziora Leman w Szwajcarii, w 1961 roku. Było to moje pierwsze uczestnictwo w Spotkaniu CIEAEM. Byłem zauroczony tą wielką damą o obcym akcencie, która posiadała zaskakujące bogactwo słownictwa francuskiego i która wyrażała swoje idee z zadziwiającą jasnością. Chciałbym podkreślić, ile jej obecność wnosiła do każdego spotkania — powagę, z jaką traktowała każdą wykonywaną tu pracę, pogodę wewnętrzną, troskę o to, by nie urazić nikogo mimo stanowczości, z jaką broniła swoich przekonań. Wszystko to w dużej mierze ułatwiało wymianę poglądów, myśli, idei. Gdy jakieś wystąpienie wydawało się jej zbyt hermetyczne, umiała dyskusję na jego temat sprowadzić do poziomu dostępnego dla wszystkich.

> Nauczyłem się od niej wiele. To ona była jedną ze znaczących przyczyn mojego głębszego zainteresowania się problemem kształcenia nauczycieli. Zachowałem wspomnienie szczególnie wzruszające ze spotkania z nią w czasie jej ostatniego pobytu w Belgii. Pytała mnie o szczerą ocenę nauczania matematyki w moim kraju. Pracowaliśmy cały dzień, tak ogromny był jej głód wiedzy, chęć wymiany poglądów. Ci, którzy ją znali, łatwo sobie wyobrażą, że nasza rozmowa przechodziła od problemów pedagogicznych do filozoficznych, politycznych i społecznych. Zofia Krygowska, doskonała w sprawach nauczania, była człowiekiem o wielkim sercu, wrażliwym na wszystkie problemy ludzkie. Chciałbym, aby ta wypowiedź była odebrana jako skromny wyraz przyjaźni i szacunku, jaki żywiłem w stosunku do Pani Krygowskiej. Należy ona do tych osób, których nie można zapomnieć.
>
> (Addresses, 539-540)

J. Adda (dydaktyk matematyki — profesor Uniwersytetu 7 w Paryżu i Uniwersytetu w Lyonie):

> Pani Krygowska była jednocześnie człowiekiem o wielkiej inteligencji i wielkim sercu. Zawsze starała się zrozumieć swoich rozmówców. Umiała cudownie słuchać, nawet pomysłów najmniej znaczących. Do końca swojego życia zachowała młodość umysłu, która ją podtrzymywała w stanie ciągłej aktywności w uczeniu się od wszystkich, od każdego i wszystkiego. I odwrotnie: czuła, że to co ona wiedziała, co rozumiała nie ma prawa zachowywać egoistycznie tylko dla siebie. Starała się przekazać to innym. Najbardziej w niej podziwiam to, że w przeciwieństwie do wielu fanatyków, których spotyka się wśród uczonych, ona umiała wątpić. Nauczanie było jej pasją; miała zdolność do przekazywania tej pasji innym. (...) Chciałabym przywołać dyskusję, którą zapoczątkowała w Leiden w 1985 roku, w grupie poświęconej kształceniu nauczycieli. Nalegała tam na konieczność takiego przygotowania nauczyciela matematyki, by mając świadomość ogromnej odpowiedzialności za uczniów, miał „postawę ewolucyjną" wobec zmian oraz był „wolny i otwarty". (...) Niech młodzi ludzie z Polski i innych krajów ośmielą się podjąć wyzwanie tej wielkiej Honorowej Przewodniczącej, która była i pozostanie bardzo wielkim zaszczytem naszej międzynarodowej Komisji; Jej wpływ przekroczył już granice i mury.
>
> (From the letters..., 1991, 544-545)

H. Warmus (profesor logiki na Uniwersytecie w Genewie — współpracownik J. Piageta):

> Z. Krygowska pozostaje przykładem nie tylko wielkiego pedagoga, ale również osobowości wyposażonej w autentyczny humanizm. Sądzę, że nauczanie matematyki traktowała również jako kształtowanie prawdziwej kultury humanistycznej (...).
>
> (From the letters..., 1991, s. 546)

## Wypowiedzi dydaktyków zagranicznych o A. Z. Krygowskiej — przykłady

Tytuł artykułu sugeruje, że zakłada się iż A. Z. Krygowska wywierała wpływ na dydaktyków zagranicznych. Takie założenie jest dość oczywiste w świetle faktów świadczących o ogromnej aktywności Pani Profesor na polu dydaktyki matematyki za granicą. Jednak na pytanie, jak bliżej ten wpływ określić, czym go mierzyć, nie jest łatwo odpowiedzieć — ani osobie analizującej zjawisko oddziaływania jednostki na innych, ani nawet temu, kto temu wpływowi podlegał.

Jako świadectwo tego, że omawiane oddziaływanie miało rzeczywiście miejsce można uznać publikowane wypowiedzi dydaktyków zagranicznych, którzy zetknęli się z A. Z. Krygowską i którzy jej wpływ na swoja pracę stwierdzają *explicite*. W niektórych wypowiedziach dydaktycy mówili o tym ogólnie, nie precyzując pola oddziaływania. Na przykład J. Adda pisała:

> ... miałam szansę spotkania dwóch osobowości, które mnie podtrzymywały i mobilizowały (do badań w dydaktyce matematyki — przyp. autora) i bez których nigdy nie ośmieliłabym się spróbować tej przygody. Chodzi o Daniela Lacomba i Zofię Krygowską. Spotykałam Panią Krygowską od 1970 roku na konferencjach międzynarodowych. To jej entuzjazm, jej wiara w to, co nazywamy „naszą sprawą" towarzyszyły mi i zachęcały do podjęcia tej drogi.
>
> (Adda, 1975a, s. 13)

H. Freudenthal w przedmowie do swojej książki *Mathematics as an Educational Task* napisał:

> Jestem wdzięczny za wszystko, czego nauczyłem się na międzynarodowych spotkaniach, a w szczególności moje podziękowania kieruję do Emmy Castelnuovo, Zofii Krygowskiej, W. Servais i A. Revuza.
>
> (Freudenthal, 1983, s. IX)

W przytoczonych wcześniej wypowiedziach: T. Varga mówił o wpływie A. Z. Krygowskiej na swoją osobę, jako organizatora reformy nauczania matematyki, a J. Melichar wyrażał wdzięczność A. Z. Krygowskiej za *pokazanie pedagogicznej drogi w nauczaniu matematyki.*

Inni dydaktycy określali nieco dokładniej, na czym omawiany wpływ polegał i ewentualnie wskazywali, co było jego wynikiem.

Na przykład A. Warbecq, w przedstawionej już wypowiedzi, zwrócił uwagę na to, że między innymi A. Z. Krygowska przyczyniła się do jego *głębszego zainteresowania się problemem kształcenia nauczycieli.*

E. Castelnuovo (1991, s. 16) także pisała o tym, że wywierały na niej wrażenie poglądy A. Z. Krygowskiej na temat kształcenia nauczycieli:

> Podczas długich rozmów z Anną Zofią Krygowską zawsze poruszona byłam tym, co ona mówiła o społecznej i naukowej roli nauczyciela; roli, której syntezę ujęła w kilku zdaniach napisanych w 1966 roku: „Nauczyciel matematyki powinien mieć umysł otwarty na problemy nauczania — te, z którymi spotyka się dziś, ale także te, które pojawią się jutro. Powinien być świadomy tego, że jego zawód daje mu możliwość bycia twórczym w zakresie dydaktyki matematyki, tak, jak w zakresie matematyki czystej".

W innej swojej pracy E. Castelnuovo (1987, s. 25) wyznaje, że dwie idee, które nazwała „postulatami" A. Z. Krygowskiej, *przyswoiła sobie jako coś własnego.* Wyrażają je następujące zdania:

— „Należy uczynić z matematyki elementarnej narzędzie szeroko wykorzystywane — czy to w nauce, czy to w działaniu praktycznym";

— „Należy zawsze uwydatniać w nauce matematyki aspekty ludzkie oraz aspekty pracy twórczej, mianowicie piękno tworzenia i emocje poszukiwania".

Włoska nauczycielka, członek CIEAEM, D. Gori-Gorgi (1987, s. 71) odwołuje się do słów A. Z. Krygowskiej z referatu wygłoszonego na konferencji w Louvain-la-Neuve (Belgia, 1976): „Kształcenie matematyczne to nic innego, jak rozwijanie aktywności matematycznej ucznia... Trudniejsze i ważniejsze jest znajdowanie metod sprzyjających matematycznemu uaktywnianiu przeważającej liczby uczniów średnich lub słabych, uczących się w przeciętnych warunkach".
D. Gori-Gorgi uważa, że między innymi powyższe stwierdzenie Pani Profesor skłoniło ją do pozostania na stanowisku nauczycielki w małym liceum na przedmieściach Rzymu, a także stało się dla niej motywacją do poszukiwania metod nauczania, które wyzwalałyby zainteresowania jej uczniów.

Być może bardziej obiektywnym świadectwem wpływu, o jakim tu mowa, są odwołania się w publikacjach dydaktyków zagranicznych do prac A. Z. Krygowskiej. Oto przykłady.

T. Varga — w pracy (1971, s. 17) — zwraca uwagę na ideę A. Z. Krygowskiej, zamieszczoną w jednej z jej prac (pozycja 58. w spisie publikacji A. Z. Krygowskiej), wyrażającą potrzebę wprowadzenia ogólnych definicji własności figur geometrycznych zamiast definiowania tej własności w odniesieniu do poszczególnych rodzajów figur. Chodzi tu na przykład o definicję ogólnego pojęcia figury wypukłej, a nie definiowanie oddzielnie kąta wypukłego, wielokąta wypukłego, itd.

Yu. M. Kolyagin, G. L. Lukankin zamieszczają w bibliografii do rozdziału „Matematyczne struktury i metoda aksjomatyczna" swojej książki (1974, s. 169) pracę Z. Krygowskiej *Geometria. Podstawowe własności płaszczyzny* (pozycja 128. w spisie publikacji A. Z. Krygowskiej).

H. Freudenthal polemizuje z A. Z. Krygowską (pozycja 192. w spisie publikacji A. Z. Krygowskiej) na temat wprowadzania w szkole języka zbiorów, w szczególności zaś wykorzystywania schematów Venna.

J. Adda (1975a, s. 118) analizuje od strony logicznej pewne pytanie odnoszące się do wielokąta wpisanego w okrąg i odpowiedzi ucznia na to pytanie, zaczerpnięte z pracy A. Z. Krygowskiej (pozycja 75. w spisie publikacji). W innej swojej pracy (Adda, 1975b) autorka analizuje błąd ucznia, zaobserwowany przez A. Z. Krygowską i przedstawiony w jednej z jej prac (pozycja 32. w spisie publikacji). J. Austin, A. G. Howson w bibliografii do swojej publikacji (1979, s. 191) wymieniają pracę A. Z. Krygowskiej (pozycja 103. w spisie publikacji A. Z. Krygowskiej), związaną z *modern mathematics*, a zawierającą analizę błędów odnoszących się do prezentacji matematyki w wielu podręcznikach szkolnych z lat 1960-tych.

A. Af Ekenstam, K. Greger (1983) oraz O. Skovsmose (1985, s. 337) odwołują się do artykułu dotyczącego kształcenia matematycznego na poziomie 1. klasy ponadpoczątkowej (pozycja 120. w spisie publikacji A. Z. Krygowskiej).

G. Audibert (1983, s. 179) oraz M. Callejo (1994, 1-2) ujawniają, że w swoich badaniach stosują metodę, postulowaną przez Z. Krygowską (pozycja 163. w spisie publikacji A. Z. Krygowskiej), jako metodę pozwalającą na wgląd w rzeczywisty proces myślenia uczniów.

O. Skovsmose (1985, s. 337), F. Kuřina (1987, s. 96), E. Wittmann (1995), H. Ivasaki (1997, s. 113) — odwołują się do stanowiska A. Z. Krygowskiej na temat dydaktyki matematyki jako dyscypliny naukowej (pozycje: 153., 235. w spisie publikacji A. Z. Krygowskiej).

H. Ivasaki stwierdza, że w dobie ożywionej dyskusji na temat kształtu dydaktyki matematyki należy wziąć pod uwagę trzy zasady postulowane przez Z. Krygowską, w odniesieniu do dydaktyki matematyki jako dziedziny badań:

— „Dydaktyka matematyki, jako dziedzina interdyscyplinarna nie powinna być wolna od naukowej nieufności i ostrożności w stosunku do tradycyjnie ugruntowanych dyscyplin";

— „Skuteczność metod nauczania powinna być oceniana w wyniku badań. Wyniki tych badań powinniśmy traktować jako wzmocnione hipotezy";

— „Dydaktyka matematyki powinna być stosunkowo niezależna od dogmatycznych zastosowań matematyki, pedagogiki i psychologii. Podstawą dydaktyki matematyki powinna być matematyczna aktywność dzieci".

M. Pellerey (1986, s. 120) stwierdza, że zgadza się z opinią A. Z. Krygowskiej, wyrażoną w *Zarysie dydaktyki matematyki* (pozycja 226. w spisie publikacji A. Z. Krygowskiej), na temat operatywnego i konstrukcyjnego sposobu definiowania pojęć w nauczaniu matematyki. Autor ten, jednakże, krytycznie odnosi się do ujęcia przez Z. Krygowską geometrii w szkole średniej, w którym pojęcia definiuje się w terminach proceduralnych i od samego początku traktuje się figury geometryczne jako zbiory punktów.

K. Härtig w jednym ze swoich artykułów (1987, s. 81) wykorzystuje ideę A. Z. Krygowskiej (pozycja 247. w spisie publikacji A. Z. Krygowskiej) wprowadzania już na niskim poziomie nauczania *niezmiernie płodnej zasady* „uzmienniania stałych".

J. de Lange w swojej monografii (1987, s. 42) powołuje się na pracę A. Z. Krygowskiej (pozycja 92. w spisie publikacji A. Z. Krygowskiej), w której autorka wyjaśnia, na czym polega proces matematyzacji.

J. Adda (1988, s. 334) oraz B. Héraud (1991, s. 76), analizując wyniki przeprowadzonych przez siebie badań, odwołują się do terminu „formalizmu zdegenerowanego", wprowadzonego przez A. Z. Krygowską (pozycja 258. w spisie publikacji).

V. A. Gusev zamieszcza w swojej książce (2002, 93-95) przykład odległości określonej na powierzchni sześcianu, zaczerpnięty z podręcznika A. Z. Krygowskiej (pozycja 128. w spisie publikacji A. Z. Krygowskiej), do którego się odwołuje. W innej swojej książce (Gusev, 2004, s. 64) autor ten, analizując różne ujęcia geometrii, wymienia wspomniany podręcznik A. Z. Krygowskiej, jako oparty na idei przekształceń geometrycznych.

O wpływie, jaki wywarła na nich A. Z. Krygowska, piszą także J. Adda i F. Kuřina w artkułach zamieszczonych w tym numerze czasopisma. Szerzej o Annie Zofii Krygowskiej wypowiadają się też, poświęcając Jej życiu i dziełu swoje artykuły w całości, następujący dydaktycy: Adda (1988, 2005); Bloch, Cherkasov (1989); Horálek (1977); Kuřina (1966, 1979, 1985, 1989b); Pravanović (1965).

Na zakończenie przytoczę wypowiedź dydaktyka z Francji — Madeleine Mott — wskazującą, że rozmowy z A. Z. Krygowską pozwoliły jej i — w jej opinii — wielu innym dydaktykom lepiej zrozumieć zjawiska procesu uczenia się-nauczania matematyki. Oto ta wypowiedź[12]:

> Jest nas wielu po trosze Pani uczniów, choć nie przeszliśmy przez Wyższą Szkołę Pedagogiczną w Krakowie. Wiemy, co Pani zawdzięczamy. Czy jednak wiemy to zawsze dobrze? Łatwo jest uwierzyć, że się samemu dokonało jakiegoś wyłomu w murze dzielącym nas od prawdy, podczas

[12]Jest to fragment listu nadesłanego na ręce A. Z. Krygowskiej z okazji jubileuszu 50-lecia pracy, zamieszczony w artykule: Turnau, 1979.

gdy pozostałoby to prawdopodobnie czymś w rodzaju nieuświadomionego odkrycia bez tych rozświetlających rozmów, pełnych tak frapujących, doskonale dobranych i żywych przykładów.

## Literatura

### Materiały archiwalne:

A k t a p e r s o n a l n e Z. Krygowskiej (archiwum AP w Krakowie.)
S p r a w o z d a n i a z wyjazdów zagranicznych pisane przez A. Z. Krygowską dla Biblioteki Głównej WSP w Krakowie (maszynopisy w Dziale Informacji Naukowej AP w Krakowie.)

### Materiały publikowane

(sprawozdania z konferencji zagranicznych pióra Z. Krygowskiej, publikowane w czasopismach: *Matematyka*, *Wiadomości Matematyczne*, *Dydaktyka Matematyki*, *Educational Studies in Mathematics* oraz wydawnictwach pokonferencyjnych, a także prace innych autorów związane z życiem i twórczością A. Z. Krygowskiej:

A d d a, J.: 1975a, *Initiation au langage mathématique – analyse d'une expérience d'enseignement*, Regional parisienne de l'APMEP, Décembre.
A d d a, J.: 1975b, L'importance des quantificateurs dans la compréhension des mathématiques, *NICO* **19**, 107-125.
A d d a, J.: 1975c, L'incompréhension en mathématiques et des malentendus, *Educational Studies in Mathematics* **3**, 311-326.
A d d a, J.: 1987, Erreurs provoquées par les représentations, w: *Rôle de l'erreur dans l'apprentisage et l'enseignement de la mathématique. Comte rendu de la 39$^{e}$ rencontre internationale de la CIEAEM*, Les éditions de l'Universite de Sherbrooke, 329-335.
A d d a, J.: 1988, Anna Zofia Krygowska (1904-1988), *Bulletin de l'APMEP* **366**, 557-562.
A d d a, J.: 2005, Contribution à l'hommage à Anna Zofia Krygowska, w: *Comté rendu de la 55$^{e}$ rencontre internationale de la CIEAEM*, Płock-2003, (w druku).
A d d r e s s e s: 1991, w: M. Ciosek (red.), *The teacher of mathematics in the changing world. Proceedings of the 42$^{nd}$ CIEAEM Meeting, 1990 Szczyrk*, Pedagogical University in Cracow, 538-543.
F r o m the letters to the Commission: 1991, w: ibidem, 544-546.
A u d i b e r t, G.: 1983, Processus de recherche d'un problème de géométrie chez l'élève de l'enseignement secondaire, *Eucational Studies in Mathematics* **14.2**, 155-181.

B e r n e t, T., J a q u e t, F.: 1998, *La CIEAEM. Au travers de ses 50 premières rencontres*, Neuchatêl.

B l o c h, A. J., C h e r k a s o v, P. S.: 1989, O sovremennych terndencijach v metodike prepodavanija matematiki, *Matematika v shole* **5**, 133-142.

C a l l e j o, M. L.: 1994, Les représentations graphiques dans la résolution de problèmes: Une expèrience d'entrainement d'étudiants dans un club mathematique, *Eucational Studies in Mathematics* **27.1**, 1-33.

C a s t e l n u o v o, E.: 1984, Zarys historii CIEAEM, *Dydaktyka Matematyki* **3**, 201-211.

C a s t e l n u o v o, E.: 1987, Umiejętność widzenia w matematyce. Kilka uwag dydaktycznych o intuicji i rozumowaniu dedukcyjnym, *Dydaktyka Matematyki* **7**, 15-25.

C a s t e l n u o v o, E.: 1991, L'enseignement des mathématiques: Ce qui est invariant dans un monde qui change, w: M. Ciosek (red.), *The teacher of mathematics in the changing world. Proceedings of the 42nd CIEAEM Meeting, 1990 Szczyrk*, Pedagogical University in Cracow, 5-17.

C i o s e k, M.: 1998, O wpływach Anny Zofii Krygowskiej na matematyków i dydaktyków zagranicznych, w: XII Szkoła Historii Matematyki — Krynica'98, Wydawnictwo Wydziału Matematyki Stosowanej AGH.

C i o s e k, M., K l a k l a, M.: 1998, CIEAEM 50, *Dydaktyka Matematyki* **20**, 121-127.

D e L a n g e, J.: 1987, *Mathematics, Insight and Meaning*, OW&OC, Rijksuniversiteit Utrecht.

E k e n s t a m, A., G r e g e r, K.: 1983, Some aspects of children's ability to solve mathematical problems, *Educational Studies in Mathematics* **14.4**, 369-384.

F r e u d e n t h a l, H.: 1983, *Mathematics as an educational task*, Reidel, Dordrecht, Holland.

G o r i-G i o r g i, D.: 1987, Przekształcenia afiniczne, sinusoidalne, akustyczne, *Dydaktyka Matematyki* **7**, 69-75.

G u s e v, V. A.: 2002, *Geometrija, 5-6 klassy*, „Russkoe slovo", Moskva.

G u s e v, V. A. (red.): 2004, *Metodika obushenija geometrii*, Akadema, Moskva.

H ä r t i g, K.: 1987, O dowodach i dowodzeniu w nauczaniu matematyki. Kilka tez i przykładów, *Dydaktyka Matematyki* 7, 77-94.

H é r a u d, B.: 1991, Peut-on developper une expertise didactique chez les futures enseignants a partir de leurs propres difficultes?, w: M. Ciosek (red.), *The teacher of mathematics in the changing world. Proceedings of the 42nd CIEAEM Meeting, 1990 Szczyrk*, Pedagogical University in Cracow, 68-79.

H o r á l e k, J.: 1977, K významnému jubileu prof. dr. Anny Žofie Krygowské, *Matematika a fyzika ve škole* **10**.

H o w s o n, A. G.: 1973, The professional training of mathematics teacher, w: A. G. Howson (red.) *Developments in Mathematical Education*, Cambridge University Press.

I w a s a k i, H.: 1997, The perspective of construction and innovation of didactics of mathematics as a scientific discipline: the case of Japan, w: N. A. Malara (red.) *An International View on Didactics of Mathematics as a Scientific Discipline. Proceedings of Working Group 25 — ICME 8, 1996 Sevilla*, Modena, 108-113.

K l a k l a, M.: 2003, Co to jest CIEAEM?, *Konspekt* **16/17**, Pismo Akademii Pedagogicznej w Krakowie, 46-48.

K o l y a g i n, Yu. M., L u k a n k i n, G. L.: 1974, *Osnovnye ponjatija sovremennogo shkoljnogo kursa matematiki*, „Prosveshchenie", Moskva.

K r y g o w s k a, Z.: 1957, Zagadnienie nauczania matematyki (w szkołach średnich) na Międzynarodowej Konferencji UNESCO w Genewie w lipcu 1956, *Matematyka* **2**, 32-44.

K r y g o w s k a, Z.: 1960, O nauczaniu matematyki nie tylko dla matematyków (wykład wygłoszony na XII Konferencji CIEAEM), *Nowa Szkoła* **2**, 12-17.

K r y g o w s k a, Z.: 1961a, Międzynarodowa konferencja w sprawach nauczania matematyki w Krakowie od 3-11 sierpnia 1960, *Wiadomości Matematyczne* **3**, 289-293.

K r y g o w s k a, Z.: 1961b, Lekcja na temat pojęcia zbioru wypukłego, *Matematyka* **1**, 53-64.

K r y g o w s k a, Z.: 1962, Języki matematyki w nauczaniu (wykład wygłoszony na Konferencji CIEAEM w Founex), *Matematyka* **3**, 161-170.

K r y g o w s k a, Z.: 1967, Problemy nauczania matematyki na Kongresie Matematyków w sierpniu 1966 w Moskiwe, *Wiadomości Matematyczne* **1**, 49-91.

K r y g o w s k a, Z.: 1968, „Traktat z Echternach" o nauczaniu geometrii, *Wiadomości Matematyczne* **1**, 217-221.

K r y g o w s k a, Z.: 1972, Rencontre Internationale de la CIEAEM, Cracovie 1971. Problèmes de la pensée logique dans l'enseignement des mathématiques, *Educational Studies in Mathematics* **4**, 491-500.

K r y g o w s k a, Z.: 1984, XXIII Spotkanie CIEAEM, *Dydaktyka Matematyki* **3**, 211-216.

K r y g o w s k a, Z.: 1985, Matematyka współczesna i nauczanie w świetle dyskusji na zachodzie Europy, w: G. Treliński, H. Siwek (red.) *Modernizacja kształcenia matematycznego i jej wpływ na rozwój dydaktyki matematyki (wy-*

*bór artykułów Anny Zofii Krygowskiej z lat 1958-1972)*, WN WSP Kraków, 7-24.
K r y g o w s k a, Z.: 1989, CIEAEM 39, *Dydaktyka Matematyki* **10**, 149-160.
K u ř i n a, F.: 1966, Netradiční cesta k euklidovské geometrii (O knize Zofie Krygowské: Geometria — podstawowe własności płaszczyzny), *Pokroky matematiky, fyziky a astronomie*, **XI**, 229-239.
K u ř i n a, F.: 1979, Didaktika matematiky Zofie Krygowské, *Matematika a fyzika ve škole* **2**, 84-90, č. 3, 163-169, č. 4, 250-263.
K u ř i n a, F.: 1985, Krakovská škola didaktiky matematiky a profesorka Zofie Krygowská, *Matematika a fyzika ve škole* **2**, 78-85.
K u ř i n a, F.: 1987, Dydaktyka matematyki a praktyka nauczania, *Dydaktyka Matematyki* **7**, 95-106.
K u ř i n a, F.: 1989a, *Uměnıı vidět v matematice*, SPN, Praha.
K u ř i n a, F.: 1989b, Zemřela Profesorka A. Z. Krygowská čestná členka JČSMF, *Pokroky matematiky, fyziky a astronomie*, č. 2, 117-118.
L e g u t k o, M.: 2001, CIEAEM 51, *Dydaktyka Matematyki* **23**, 165-171.
N o w e c k i, B. J.: 1979, (Jubileusz Profesor Zofii Krygowskiej) Działalność naukowa Profesor Zofii Krygowskiej, *Wiadomości Matematyczne* **2**, 171-180.
N o w e c k i, B. J.: 1984, *Krakowska szkoła dydaktyki matematyki*, WN WSP Kraków.
N o w e c k i, B. J.: 1990, Anna Zofia Krygowska, *Dydaktyka Matematyki* **12**, 7-23.
P r a v a n o v i ć, S.: 1965, Prvi moderni udzhbnik geometrije (Zofia Krygowska, Podstawowe własności płaszczyzny), *Nastava i vaspitanje* **7-8**, Pedagoshko Drushtvo SR, Srbija, Beograd.
S i e r p i ń s k a, A.: 1988, 38. CIEAEM, *Dydaktyka Matematyki* **9**, 195-205.
S i w e k, H.: 1997, Projektowanie dydaktyczne w nauczaniu dydaktyki, *Matematyka* **4**, 217-224.
S k o v s m o s e, O.: 1985, Mathematical education *versus* critical education, *Educational Studies in Mathematics* **16.4**, 337-354.
T u r n a u, S.: 1979, (Jubileusz Profesor Zofii Krygowskiej) Opis uroczystości, *Wiadomości Matematyczne* **2**, 169-171.
V a r g a, T.: 1971, General introduction, w: W. Servais and T. Varga (red.) *Teaching school mathematics*, Penguin Books-Unesco, Compton Printing Ltd., Aylesbury, Great Britain, 11-33.
V a r g a, T.: 1987, Nauczanie matematyki na Węgrzech — dzisiaj, *Dydaktyka Matematyki* **7**, 153-158.
W i t t m a n, E.: 1993, Dydaktyka matematyki jako „design science", *Dydaktyka Matematyki* **15**, 103-116.

5 0 l a t CIEAEM: Gdzie jesteśmy i dokąd zdążamy – Manifest 2000 na Rok Matematyki: 2000, (Praca zespołowa pod kierunkiem Ch. Keitel), *Dydaktyka Matematyki* **22**, 208-223.