ROCZNIKI POLSKIEGO TOWARZYSTWA MATEMATYCZNEGO
SERIA V: DYDAKTYKA MATEMATYKI 28 (2005)

POLEMIKI

Irena Trzcieniecka-Schneider
Akademia Pedagogiczna, Kraków

Wątpliwości dotyczące idei głębokich

Uwagi zamieszczone niżej odnoszą się do dwóch prac Zbigniewa Semadeniego: „Idee głębokie struktur matematycznych określonych aksjomatycznie" oraz „Koncepcja sieci wzajemnych powiązań idei głębokich i powiązań ich modeli formalnych". Obie prace stawiają czytelnikowi, chcącemu dogłębnie zrozumieć przedstawiane w nich koncepcje, wysokie wymagania. Nasuwa się przypuszczenie, że Autor zapomniał, iż czytelnik na ogół nie dysponuje równą mu wiedzą i cały szereg kwestii pozostawia domysłowi. Dzieje się tak zwłaszcza w przypadku dwóch typów zagadnień — filozoficznych oraz psychologicznych. Po pierwsze Autor nie ujawnia lub wręcz neguje, często bardzo mocne, założenia filozoficzne, które przyjmuje. W par. 6.2 pierwszej pracy pisze np. o platonizmie: „Nie zakładamy, że idee głębokie epistemiczne mogą być utożsamiane z bytami istniejącymi w jakimś idealnym i bezczasowym sensie, ale też nie negujemy tego". W tym wypadku sformułowanie typu „nie potwierdzam, ale i nie zaprzeczam" nie prowadzi do nieporozumień, zwłaszcza, że dalej następują uwagi rzucające pewne światło na status ontologiczny idei głębokich, ale w przypadku innych kwestii filozoficznych czytelnik pozostaje pełen wątpliwości. Po drugie, Autor unika równie starannie opowiedzenia się za którąkolwiek ze współczesnych koncepcji psychologiczno-lingwistycznych (kognitywizm, tradycja postpiagetowska, funkcjonalizm, teoria stereotypów Eleanor Rosch itp.). Tymczasem, poznając stopniowo teorię idei głębokich, czytelnik ma nieodparte wrażenie wpisywania się tej teorii w kolejne, co jakiś czas inne, koncepcje psychologiczne. Powstaje w ten sposób wrażenie niespójności całej teorii, a nawet może budzić się wątpliwość co do jej wewnętrznej niesprzeczności. Poniższe uwagi stanowią próbę rekonstrukcji myśli Autora tak, jak jawi się ona czytelnikowi, który z koncepcją idei głębokich styka się po raz pierwszy.

Niewątpliwie, niektóre luki i przykłady wieloznaczności zostały tu podkreślone w sposób nadmierny, nie można jednak wykluczyć, że konsekwencje błędnego rozumienia tych fragmentów, zwłaszcza dydaktyczne, okazałyby się poważne.

Wątpliwości budzi podawany stopniowo opis idei głębokiej. W par. 2.1 Autor sugeruje, że idea głęboka jest to pełne (całkowite) znaczenie terminu matematycznego w sensie zbliżonym do podanego przez Ajdukiewicza. Przypomnijmy, że pojęcie znaczenia u Ajdukiewicza obejmuje nie tylko myśl odpowiadającą danemu terminowi, ale wiele innych aspektów rozumienia tego terminu, m.in. metodę rozstrzygania o tym, kiedy dany termin można zastosować (Ajdukiewicz, 1965, s. 20 i nast.). Idea głęboka jako „dojrzała synteza umysłowa, elastyczna, odporna na konflikty poznawcze" wydaje się być traktowana jako cel procesu poznania obiektów matematycznych bez względu na stopień ich komplikacji. Nie wiadomo jednak, czy idea ta ma obejmować wszystkie powiązania z innymi ideami i obiektami rzeczywistymi, czy też jedynie niektóre. W pierwszym przypadku idee głębokie byłyby osiągalne jedynie asymptotycznie, jako pewien wzorzec, ewentualnie, w skrajnej wersji którejś z odmian platonizmu, przez iluminację. W drugim przypadku nie wiadomo, które związki należy uznać za istotne. Nasuwające się samo przez się rozwiązanie — wprowadzenie którejś z wersji pojęcia konsekwencji — powoduje trudności natury logicznej. Na dodatek dalej dowiadujemy się, że może istnieć wersja „podstawowa" i zaawansowana idei głębokiej. Czy zatem idea głęboka nie da się sprowadzić do którejś z licznych koncepcji pojęcia, na przykład do koncepcji „mental objects" Freudenthala?

Następne wątpliwości nasuwa lektura par. 2.2. Być może wątpliwości te rozwiałaby lektura podanej pracy M.Dąbrowskiego, jednak bez jej znajomości nie wiadomo, co Autor ma na myśli pisząc o idei głębokiej pojęcia implikacji. Problem z implikacją polega na nieidentyczności implikacji klasycznego rachunku zdań z okresem warunkowym w języku naturalnym. Nie ma także bezpośredniego przełożenia między wspomnianą implikacją a procesem wyprowadzania wniosków z przesłanek w sytuacjach codziennego doświadczenia. Stąd brały się próby poprawienia tego, co nazywamy paradoksem implikacji np. tzw. implikacja ścisła C.I. Lewisa. Jak dalece doświadczenie wpływa na posługiwanie się pojęciem implikacji pokazały badania Wasona i Johnson-Lairda z początku lat siedemdziesiątych XX w. W świetle tych badań idea głęboka pojęcia implikacji byłaby raczej konglomeratem kilku idei z różnych poziomów abstrakcji.

Istnienie epistemicznych idei głębokich, niesprowadzalnych wyłącznie do języka matematyki, nie jest bynajmniej oczywiste. Uznanie ich istnienia wymaga mocnego założenia ontologicznego. Mogą one istnieć np. w „trzecim świecie" Poppera, bądź też jako pewna transcendencja idei indywidualnych.

Wydaje się, że Autorowi bliższa byłaby ta druga koncepcja, w pierwszym bowiem przypadku pozostaje otwarty problem kształtowania się idei indywidualnych i ich związku z odpowiednią ideą epistemiczną. Nie wydaje się, aby zasada paralelizmu wystarczała tu do uniknięcia kłopotów z wzajemnym komunikowaniem idei głębokich za pomocą języka matematyki. Jak się wydaje, indywidualne idee głębokie, jeśli nie są nieosiągalne, muszą się różnić między sobą np. ilością lub charakterem zawartych w nich związków z innymi obiektami, kształtują się bowiem na bazie doświadczenia matematycznego, które jest zindywidualizowane. Jednocześnie owym różnym ideom odpowiadają te same terminy z języka matematyki. Grozi to pułapką znaną w filozofii jako teza Quine'a o radykalnej nieprzekładalności. Istnienie idei epistemicznej jako wspólnego punktu odniesienia idei indywidualnych pozwoliłoby tej pułapki uniknąć. Niestety Autor mnoży dalsze zagadki. Warunki ukształtowania się idei głębokiej podane w par. 2.7 niewątpliwie dotyczą także idei kształtowanych w wieku dziecięcym. Czy zatem ideom indywidualnym wieku dziecięcego odpowiadają odmienne niż u dorosłych idee epistemiczne? Autor twierdzi, że tak nie jest i odwołuje się do postulatu tożsamości idei głębokich. Wydaje się jednak, że ów wspólny „ośrodek" wszystkich idei, to po prostu rdzeń pojęcia w teorii stereotypów Eleanor Rosch (por. np. Trzebiński 1981).

Następne mocne założenia filozoficzne zawiera par. 6.3. Otóż przynajmniej od czasów Cohena, czyli od lat sześćdziesiątych XX w., matematycy mają wątpliwości co do konieczności sądów matematycznych. Nie wydaje się też uzasadnione twierdzenie, że istotny błąd w nauce zostaje zawsze wykryty. Po prostu, orzec, że coś było błędem, można dopiero po odkryciu tego błędu. Wcześniej błąd pozostaje niezauważony.

Aby nie ograniczać się wyłącznie do krytyki, należy stwierdzić, że postulatowi większej elastyczności w prezentowaniu materiału matematycznego można tylko przyklasnąć. Jeśli koncepcja więzi zostanie przez nauczycieli uznana za wartą przyswojenia i wykorzystania w tym celu, będzie to niewątpliwa korzyść dla ich uczniów. Warto jednak zauważyć, że koncepcja ta nie wymaga wprowadzenia pojęcia idei głębokich.

Henryk Bergson twierdził, że dobrze określony problem, to problem rozwiązany. Tak więc, przystępując do rozwiązania problemu naukowego, uczony często jest nieświadomy tak jego dokładnego zakresu, jak i wszystkich konsekwencji, które będzie musiał wziąć pod uwagę podczas swoich badań. Problem doprecyzowuje się dopiero w trakcie procesu szukania odpowiedzi, nie wcześniej. Mam nadzieję, że przedstawione powyżej wątpliwości okażą się przydatne w tym procesie.

Literatura

A j d u k i e w i c z, K.: 1965, *Logika pragmatyczna*, PWN Warszawa.
T r z e b i ń s k i, J.: 1981, *Twórczość a struktura pojęć*, PWN Warszawa.