ROCZNIKI POLSKIEGO TOWARZYSTWA MATEMATYCZNEGO
SERIA V: DYDAKTYKA MATEMATYKI 28 (2005)

DOKTORATY

Edyta Juskowiak
UAM Poznań

Sposoby wykorzystywania kalkulatora graficznego w procesie nauczania i uczenia się matematyki[1]

Koniec XX wieku określa się mianem ery informacji i jej technologii. Rozszerzające się zastosowania informatyki w społeczeństwie oraz zwiększenie roli komputerów w komunikacji spowodowały powstanie nowej dziedziny — technologii informacyjnej. Fakt ten nie mógł pozostawać bez wpływu na zmiany w edukacji.

Nauczanie matematyki powinno uwzględniać zarówno stan matematyki, jako dziedziny wiedzy, jak również jej znaczenie i użyteczność dla każdego człowieka. Ani w jednym, ani w drugim nie można dzisiaj pominąć roli komputerów i informatyki. W ograniczonym zakresie stwierdzenie to odnosi się również do kalkulatorów.

Jednym ze znaczących kierunków badań w dydaktyce matematyki jest diagnoza specyficznych zjawisk występujących w procesie nauczania-uczenia się. Wdrożenie do praktyki nauczania nowego środka dydaktycznego, czy nowej metody pracy, wymaga przed ich upowszechnieniem, choćby wstępnej oceny skutków takich działań. Próbę diagnozy skutków wprowadzenia do nauczania matematyki na poziomie szkolnym kalkulatorów graficznych stanowi ta praca.

[1]Tekst jest zmodyfikowaną wersją autoreferatu rozprawy doktorskiej obronionej 31 stycznia 2005 roku na Wydziale Matematyki i Informatyki Uniwersytetu im. Adama Mickiewicza w Poznaniu. Promotorem pracy była prof. nadzw. Uniwersytetu im. Adama Mickiewicza w Poznaniu dr hab. Maria Korcz, a jej recenzentami — prof. nadzw. Akademii Pedagogicznej w Krakowie dr hab. Henryk Kąkol i prof. dr hab. Henryk Hudzik z Uniwersytetu im. Adama Mickiewicza w Poznaniu.

Studium literatury ukazało wiele deficytów badawczych na polu wykorzystywania kalkulatorów graficznych w procesie uczenia się i nauczania matematyki. W pracach stanowiących przegląd dotychczas przeprowadzonych badań oraz dyskusjach na temat zagadnień, które powinny stanowić temat przyszłych rozpraw naukowych, najczęściej napotyka się stwierdzenie, że **istnieje potrzeba zbadania i udokumentowania pracy indywidualnego ucznia nad zadaniem**, a także pracy grupy uczniów w trakcie lekcji matematyki, w celu zwrócenia uwagi na to, kto korzysta z kalkulatora graficznego; w jakim celu; w którym momencie pracy; jakie są różnice w pracy uczniów korzystających z kalkulatora oraz jakie strategie stosują uczniowie w pracy nad zadaniem?
W niniejszej pracy podjęto próbę udzielenia odpowiedzi na niektóre z tych pytań. Zastosowano w tym celu unikatowy kalkulatorowy program rejestrujący, który umożliwia zapis przebiegu pracy ucznia na kalkulatorze graficznym, a następnie jego wielokrotne odtworzenie. Nie ulega wątpliwości, że istnieje potrzeba wnikliwego przyglądania się pracy ucznia z kalkulatorem graficznym. Z przeglądu literatury wynika, że w publikacjach prezentowane są najczęściej pewne projekty dydaktyczne i pomysły na wykorzystanie nowych technologii, natomiast znacznie mniej jest badań pokazujących **celowość wykorzystania tych narzędzi i efektów ich zastosowania**. W miarę pełne rozpoznanie możliwości i skutków wykorzystania kalkulatora przez uczniów jest konieczne przed upowszechnieniem go i włączeniem na stałe do nauczania matematyki w polskich szkołach.

Pierwszy etap przeprowadzonych badań stanowiły badania będące przygotowaniem do badań właściwych. **Celem badań wstępnych**[2] było doprecyzowanie pytań badawczych oraz dopracowanie narzędzi badawczych. Ponadto badania te miały na celu weryfikację organizacji i metodologii badań, a także wyłonienie trudności i przeszkód, jakie mogą wystąpić w trakcie zbierania i analizowania danych. Badania te polegały na obserwacji lekcji prowadzonych z wykorzystaniem kalkulatorów graficznych oraz obserwacji indywidualnej pracy ucznia z wykorzystaniem kalkulatora graficznego podczas zajęć pozalekcyjnych. Uczestniczyli w nich uczniowie drugiej klasy jednego z poznańskich liceów ogólnokształcących. Badania odbywały się podczas realizacji działu „Funkcja kwadratowa".

Celem badań właściwych było zbadanie i opisanie sposobów wykorzystywania kalkulatora graficznego przez uczniów w procesie nauczania i uczenia się matematyki.

[2]Opis tego rodzaju badań zamieszcza W. Nowak, [Nowak, W.: 1981, Wybrane zagadnienia metodologii badań dydaktyki matematyki, *Dydaktyka Matematyki* **1**].

Realizacja tego celu odbyła się na drodze poszukiwania odpowiedzi na następujące pytania:

1. **W jakim celu uczniowie wykorzystują kalkulator graficzny podczas pracy nad zadaniem?**
2. **Jakie są strategie[3] uczniów w toku rozwiązywania zadań?**
3. **Jakie aktywności matematyczne[4] prowokuje kalkulator graficzny?**

Badaniom poddani zostali wszyscy uczniowie (30 osób) klasy pierwszej jednego z gimnazjów w Bielsku Białej, w której pracowano z programem i podręcznikiem „Matematyka w gimnazjum z kalkulatorem graficznym i komputerem"[5]. Badania odbywały się podczas realizacji działu „Funkcje".

Na badania właściwe, podobnie jak na badania wstępne, składały się:

1. Obserwacja lekcji prowadzonych z wykorzystaniem kalkulatorów graficznych oraz
2. Obserwacja indywidualnej pracy uczniów z wykorzystaniem kalkulatora graficznego podczas zajęć pozalekcyjnych.

Główne narzędzie badawcze stanowił unikatowy program kalkulatorowy[6] AkyRecd, umożliwiający rejestrację pracy wykonywanej na kalkulatorze graficznym (pozostałe narzędzia badawcze to: zestawy zadań, sprawdziany, ankiety oraz nagrania magnetofonowe). Autorem tego programu jest prof. John Berry z Uniwersytetu Plymouth. Program zapisuje czynności wykonywane na kalkulatorze TI-83 Plus[7]. Istotne jest, że program rejestrujący pozwala odtworzyć kolejne widoki ekranu kalkulatora w formie przyspieszonego filmu[8], a także umożliwia przejrzenie listy naciskanych przez ucznia przycisków.

[3]Przez *strategię* rozumieć będziemy świadomy sposób postępowania ucznia z wykorzystaniem kalkulatora graficznego, zmierzający do uzyskania rozwiązania zadania.

[4]*Aktywność matematyczną* będziemy rozumieli za W. Nowak; [Nowak, W.: 1981, Wybrane zagadnienia metodologii badań dydaktyki matematyki, *Dydaktyka Matematyki* **1**] jako pracę umysłu ukierunkowaną na kształtowanie pojęć i rozumowania typu matematycznego, stymulowaną przez sytuacje prowadzące do formułowania i rozwiązywania problemów teoretycznych i praktycznych, przejawiającą się w różnych aktywnościach umysłowych.

[5]Kąkol, H. (red.): 2001, *Program nauczania matematyki w gimnazjum z wykorzystaniem kalkulatorów graficznych i komputera*, Wilkowice;

Kąkol, H., Wołodźko, S.: 2002, *Podręcznik dla klasy 1 gimnazjum, Matematyka w gimnazjum z kalkulatorem graficznym i komputerem*, Wydawnictwo Dla szkoły, Wilkowice.

[6]Autor wyraził zgodę na wykorzystanie programu w badaniach.

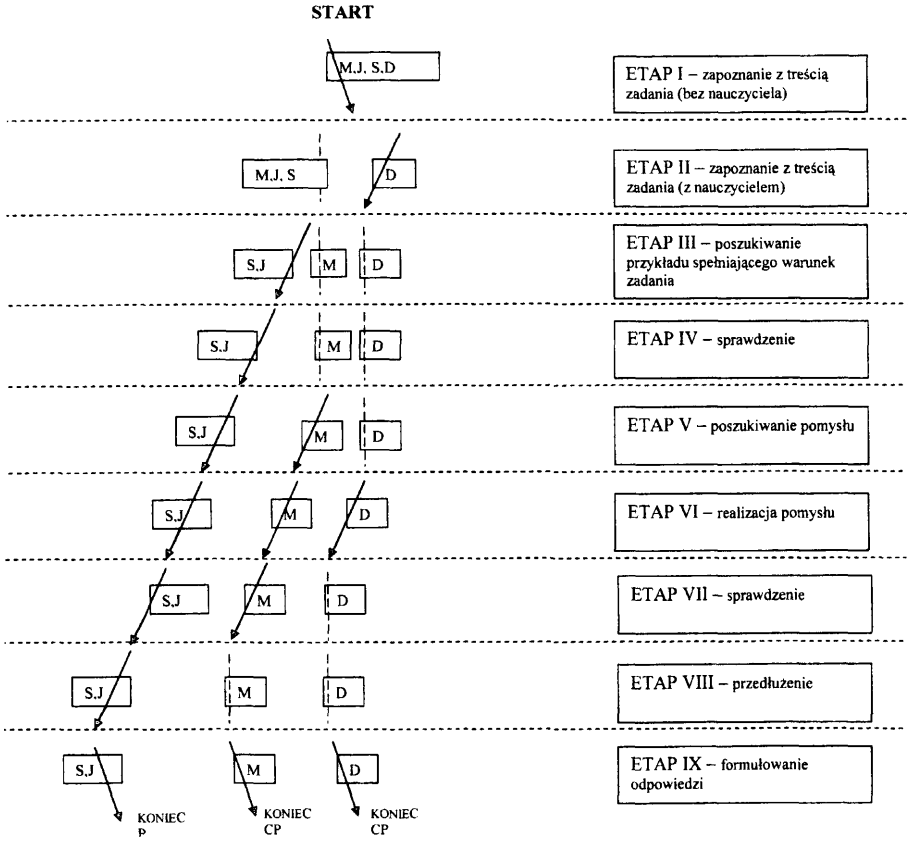
[7]W trakcie badań właściwych dysponowano dziewięcioma kalkulatorami TI-83 Plus.

[8]Program nie rejestruje pracy wykonywanej na kalkulatorze w czasie rzeczywistym.

Rejestracje kalkulatorowe przebiegu pracy ucznia nad zadaniem umożliwiły dokładne prześledzenie czynności ucznia, sekwencja tych czynności stanowi przejaw określonego sposobu myślenia ucznia. Dane uzyskane z obserwacji uporządkowane zostały na dwóch schematach, przejrzyście ukazujących drogę pracy z kalkulatorem graficznym każdego z badanych uczniów. Analiza schematów umożliwiła spostrzeżenia na temat dydaktycznych celów wykorzystania kalkulatora graficznego, strategii zastosowanych przez uczniów w toku rozwiązywania zadania oraz aktywności matematycznej uczniów.

Schemat:

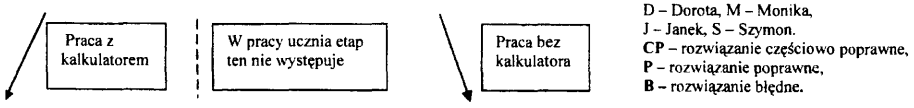
1. ***drzewo ścieżek postępowania uczniów — wykorzystanie kalkulatora***[9] — ukazuje przebieg pracy uczniów, moment wykorzystania kalkulatora oraz efekty pracy;



Rysunek 1. Ciąg dalszy na następnej stronie.

[9]Termin własny.

Objaśnienia:



Rysunek 1. Drzewo ścieżek postępowania uczniów — wykorzystywanie kalkulatora.

2. ***drzewo ścieżek postępowania uczniów***[9] **— *czynności uczniów*** — ukazuje czynności i aktywności, jakie zaobserwowano na każdym z etapów pracy badanych uczniów (nie przedstawiam go z braku możliwości zastosowania w druku koloru, który odgrywa w schemacie istotną rolę).

Ujawnione na schemacie etapy pracy uczniów zostały wyszczególnione i nazwane w drodze obserwacji i analizy rejestracji kalkulatorowych oraz kart pracy uczniów. Kierunek pochylenia strzałek informuje o tym, czy uczeń korzystał z kalkulatora na danym etapie pracy nad zadaniem. Ścieżka pracy każdego ucznia zakończona jest informacją o efektach końcowych jego pracy.

Zebrane wyniki umożliwiły sformułowanie określonych wniosków[10], które przy ograniczonym zasięgu opisanych badań, nie mogą mieć jednak charakteru ogólnego. Odnoszą się one bowiem do konkretnej grupy uczniów, pewnego typu problemów i zadań matematycznych oraz określonych warunków badań.

W jakim celu uczniowie wykorzystują kalkulator graficzny podczas pracy nad zadaniem?

1. W pracy samodzielnej oraz sterowanej przez nauczyciela uczniowie wykorzystywali kalkulator graficzny do następujących **celów**:

   - wizualizacji;
   - wykonywania w krótkim czasie wielu prób;
   - koncentracji uwagi nad rozwiązywanym zadaniem;
   - badania pojęć przy użyciu różnych opcji kalkulatora;
   - różnorodnego przedstawiania danych;
   - weryfikacji hipotez.

   W pracy samodzielnej dodatkowo jeszcze do:

   - eksperymentowania;

[10] Wnioski 1-3 odnoszą się do pierwszego pytania badawczego, 4-5 do drugiego, a wniosek 6 do trzeciego. Natomiast w punktach 7-14 odnotowano dodatkowe spostrzeżenia z przeprowadzonych badań.

- rachunków;
- rozszerzenia możliwości rozwiązania zadania;
- poszukiwania pomysłu na rozwiązanie zadania;
- sprawdzania poprawności wyniku;
- znajdowania przypadków szczególnych;
- przedłużania zadań.

Graficzne możliwości kalkulatora zachęcały wielu uczniów do częstego korzystania z tego narzędzia w pracy nad zadaniem. Najczęściej stosowano go do *wizualizacji* oraz do *wykonywania w krótkim czasie wielu prób*. Rzadko wykorzystywany był do *przedłużania zadania* oraz *sprawdzania poprawności wyniku*. Może to świadczyć o tym, że praca uczniów nad zadaniem kończy się w momencie udzielenia odpowiedzi na postawione w zadaniu pytanie bez szerszej refleksji nad wykonaną pracą.

2. Mimo, iż na lekcjach najczęściej kalkulator stanowił narzędzie umożliwiające wizualizację i dokonywanie prób, uczniowie w pracy samodzielnej nad zadaniem stosowali go także do wielu innych celów, nie zaproponowanych przez nauczyciela na lekcji. Zatem nie tylko naśladowali sposoby pracy z lekcji, ale często wprowadzali własne pomysły wykorzystania kalkulatora.
3. O celu wykorzystania kalkulatora na lekcji najczęściej decydował nauczyciel. Uczeń rzadko miał możliwość samodzielnego wyboru momentu i sposobu korzystania z narzędzia. Wydaje się, że ścisłe instrukcje nauczyciela w początkowej fazie zapoznawania uczniów z kalkulatorem mogą korzystnie wpływać na opanowanie techniki posługiwania się tym narzędziem, natomiast na dalszym etapie pracy osłabiać samodzielność ucznia i hamować jego inicjatywę.

Jakie są strategie uczniów w toku rozwiązywania zadań?

4. W pracy samodzielnej nad zadaniem uczniowie stosowali następujące **strategie**[11] z wykorzystaniem kalkulatora graficznego (kolejność strategii zgodna z częstotliwością występowania):

   - próby:
     a) bliskie,
     b) kontrastowe,

[11] Nazwy strategii wprowadzone zostały na użytek pracy — wyjaśnione w rozprawie.

- interpretacja modelu graficznego;
- analiza modelu graficznego;
- ustalenie wartości parametru;
- weryfikacja hipotez;
- aproksymowanie graficzne.

5. Wyniki obserwacji pracy ucznia, sterowanej przez nauczyciela, pozwalają stwierdzić, że tradycyjna lekcja nie sprzyja tworzeniu indywidualnych strategii uczniów w pracy z kalkulatorem.

Jakie aktywności matematyczne prowokuje kalkulator graficzny?

6. Rejestracje kalkulatorowe pozwoliły opisać **aktywności matematyczne** ucznia. W samodzielnej pracy ucznia zaobserwowano następujące aktywności:

- wnioskowanie empiryczne;
- stosowanie języka symbolicznego;
- uogólnianie;
- stawianie i weryfikowanie hipotez;
- formułowanie nowych problemów;
- dedukcję.

Natomiast w pracy uczniów na lekcjach matematyki zaobserwowano tylko stawianie i weryfikowanie hipotez, wnioskowanie empiryczne oraz uogólnianie.

W samodzielnej pracy ucznia najczęściej obserwowano wnioskowanie empiryczne, najrzadziej dedukcję. Najwięcej różnych aktywności matematycznych zaobserwowano w pracy z kalkulatorem u uczniów osiągających bardzo dobre wyniki nauczania, ale z rejestracji kalkulatorowych wynika, że aktywności pojawiły się również u słabych uczniów.

Poza tym wyniki analizy nasuwają pewne dodatkowe **spostrzeżenia**.

7. Prawie każdy z badanych stosował w samodzielnej pracy nad zadaniami kalkulator graficzny mimo, iż w treści zadania rzadko sugerowano jego wykorzystanie.
8. Wyniki badań właściwych ujawniły wzrost aktywności matematycznej w porównaniu z efektami badań wstępnych. Można sądzić, że integracja kalkulatora graficznego z programem, podręcznikiem oraz odpowiednimi metodami pracy nauczyciela na lekcji, a także systematyczna praca ucznia z tym narzędziem spowodują rozwój kompetencji matematycznych uczniów.

9. Analiza rejestracji kalkulatorowych pokazała bogactwo pomysłów u uczniów w pracy nad każdym z zadań, szczególnie u uczniów osiągających bardzo dobre wyniki w nauce. Bardzo często rozwiązania przebiegały różnymi drogami, z wykorzystaniem różnych możliwości kalkulatora oraz różnorodnej wiedzy matematycznej.
10. Wykorzystanie kalkulatora graficznego wyzwala pomysłowość i motywuje do wytrwałej pracy. Badani dokładnie i bez zniechęcenia eksplorowali rozpatrywane w zadaniu sytuacje, a gdy podjęte czynności nie prowadziły do uzyskania rezultatu, uwalniali się od polaryzacji myśli, wykonując kolejny rysunek lub rozpatrując nową sytuację. Na podstawie przeprowadzonych obserwacji stwierdzić można, że kalkulator graficzny przyczyniał się do wzbudzenia aktywnej postawy wobec każdego z zaproponowanych zadań.
11. Uczniowie chętnie sprowadzali daną sytuację przede wszystkim do prezentacji graficznych. Sposób ten dominował nawet wtedy, kiedy posiadali oni wiedzę umożliwiającą uzyskanie rozwiązania metodą algebraiczną. Przedstawienie graficzne pozwalało znaleźć pomysł na rozwiązanie zadania, odnaleźć rozwiązanie szczegółowe czy też prowokowało czasami do przedłużenia zadania i sformułowania dodatkowego problemu.
12. Uczniowie słabsi zazwyczaj poprzestawali na wyciąganiu wniosków z obrazów uzyskanych w drodze stosowania takich strategii jak próby bliskie, próby kontrastowe czy ustalenie wartości parametru. Zdolniejsi uczniowie wykorzystywali do pracy dodatkowo algebraiczny aparat matematyczny.
13. Analiza rejestracji rozwiązań zadań dotyczących pojęcia funkcji pokazuje, że zastosowanie kalkulatora graficznego pozwala wzbogacić stosowane strategie oraz pogłębić matematyczne intuicje.
14. W pracy z kalkulatorem graficznym dostrzega się również pewne zagrożenia, mianowicie:

    (a) poprzestanie na stosowaniu tylko jednego sprawdzonego sposobu pracy z kalkulatorem,
    (b) błędne interpretowanie wyników działania narzędzia związane z brakiem świadomości ograniczeń kalkulatora graficznego,
    (c) nadużywanie kalkulatora w sytuacjach, w których jego użycie nie jest efektywne.