dmptm 1982

ROCZNIKI POLSKIEGO TOWARZYSTWA MATEMATYCZNEGO
SERIA V: DYDAKTYKA MATEMATYKI 19(1997)

Ministerstwo Nauki i Szkolnictwa Wyższego

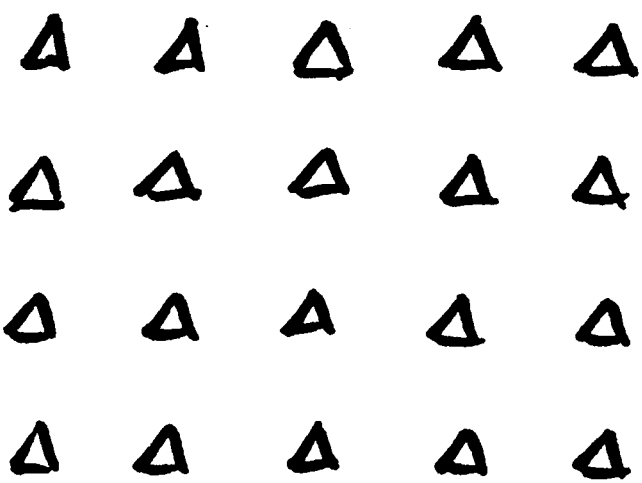
Bożena Rożek
WSP Kraków

Struktury szeregowo–kolumnowe u dzieci w wieku od 6 do 8 lat

Wstęp

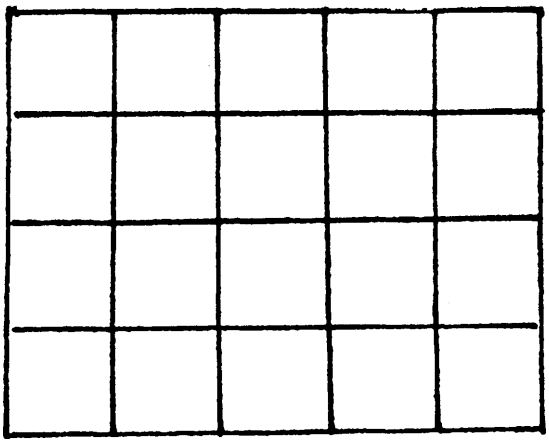
Artykuł ten przedstawia kolejny etap badań zainspirowanych badaniami australijskich (Outhred, 1992) dotyczących rozumienia struktur szeregowo–kolumnowych przez dzieci w wieku od 6 do 8 lat. Poprzednie dwa etapy zostały przedstawione w artykule (Rożek, 1994), gdzie zamiast „struktura" używałam słowa „szyk". Głównym celem przeprowadzanych badań jest uzyskanie bardzo szerokiej odpowiedzi na pytanie: Jak dzieci w wieku od 6 do 9 lat postrzegają struktury szeregowo–kolumnowe?

Aby wyjaśnić, jakiego typu struktury mam na myśli, posłużę się rysunkiem (rys. 1).



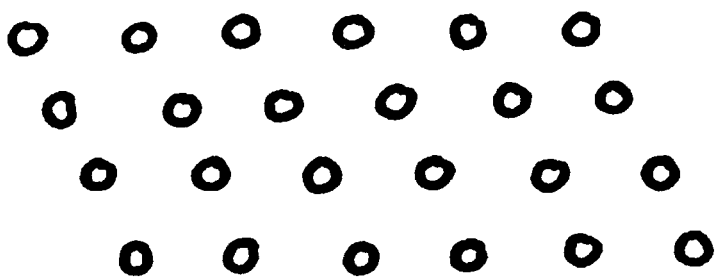
rys. 1

Figury ułożone są tam w pewien charakterystyczny sposób. W ułożeniu tym można wyróżnić: strukturę szeregów, strukturę kolumn oraz — łączącą obie te struktury — strukturę szeregowo-kolumnową. Rysunek 2 przedstawia szczególny przypadek struktury szeregowo-kolumnowej zwany pokratkowanym prostokątem.



rys. 2

Elementami szyku są tutaj jednostkowe kwadraty pokrywające prostokąt. Oba rysunki ukazują struktury prostokątne, przykład struktury ukośnej pokazuje rysunek 3.



rys. 3

Analiza trzeciego etapu badań wymaga krótkiego omówienia poprzednich etapów. Głównym zadaniem dzieci w pierwszym i w drugim etapie badań było tworzenie pokratkowanego prostokąta. Budowanie szyku polegało na zapełnianiu przez dzieci prostokąta o wymiarach 3 na 4 jednostkowymi kwadratowymi

kartonikami, a następnie na rysowaniu tego, co zostało ułożone. Pozostałe zadania dotyczyły rysowania pokratkowanych prostokątów ukazanych w różnych kontekstach oraz liczenia jednostkowych kwadratów pokrywających te prostokąty (Rożek, 1994). Zasadniczym wnioskiem było wyróżnienie następujących czterech istotnych warunków koniecznych do prawidłowego konstruowania pokratkowanego prostokąta:

1. zachowanie szeregów i kolumn,
2. zachowanie liczby,
3. pokrywanie całej powierzchni,
4. pokrywanie powierzchni jednakowymi kwadratami.

Dla wielu dzieci w trakcie rysowania istotne okazały się tylko niektóre z czterech wymienionych elementów. Każdy z tych warunków omówię w dalszej części artykułu, prezentując przykładowe prace dzieeci.

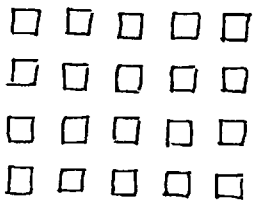
Kolejnym wnioskiem było rozróżnienie strategii rysowania pokratkowanego prostokąta:

- rysowanie pojedynczych kwadratów,
- częściowe liniowanie (przejście od pojedynczych kwadratów do rysowania linii),
- kratkowanie pojedynczych rzędów (tworzenie rzędu przez rysowanie linii, a następnie dzielenie go na pojedyncze kwadraty),
- liniowanie (rysowanie linii w dwóch wzajemnie prostopadłych kierunkach: pionowym i poziomym).

Trzecim istotnym wynikiem tych badań było zauważenie trzech sposobów przedstawiania szyku. Pokratkowany prostokąt dzieci przedstawiały za pomocą linii pionowych i poziomych lub przez rysowanie pojedynczych kwadratów przylegających do siebie, bądź też były to kwadraty oddzielone od siebie.

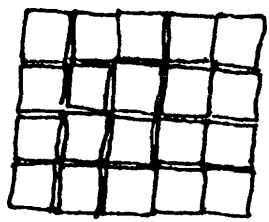
Opisane zachowania dzieci pozwoliły wyróżnić trzy aspekty percepcji i konstrukcji szyku: *punktowy, pokryciowy, liniowy.*

Szyk jest postrzegany (lub konstruowany) jako punktowy, gdy obserwator (lub konstruktor) widzi w nim pojedyncze, izolowane od siebie elementy (rys. 4).



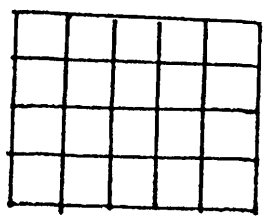
rys. 4

Jeżeli obserwator (konstruktor) zwraca uwagę na to, że elementy szyku pokrywają całą powierzchnię nie pozostawiając luk — postrzega (konstruuje) szyk w aspekcie pokryciowym (rys. 5).



rys. 5

Wreszcie aspekt liniowy w percepcji (konstrukcji) szyku — to skupienie uwagi na przecinających się pionowych i poziomych liniach, a ignorowanie obszarów między nimi (rys. 6).



rys. 6

Ten sam konkretny szyk może być postrzegany w różnych aspektach. Np. patrząc na kratkę zeszytu można widzieć bądź kwadraty pokrywające płaszczyznę (gra „w okręty"), bądź pionowe i poziome linie (przy pisaniu lub rachunku „w słupkach"), bądź postrzegać go w aspekcie punktowym (oczka kratki pooddzielane od siebie liniami). Niektóre realizacje szyku uwypuklają ten lub inny aspekt; np. jajka w pojemniku lub drzewa w sadzie postrzegane są przede wszystkim w aspekcie punktowym, zaś bruk ułożony z kostki sześciokątnej — pokryciowym.

Wyróżnienie trzech aspektów struktur szeregowo-kolumnowych: liniowego, pokryciowego oraz punktowego było punktem wyjścia w konstruowaniu trzeciego etapu badań.

Zwróćmy uwagę, że badania do tej pory dotyczyły pokratkowanego prostokąta, a więc bardzo złożonej struktury, w której można było wyróżnić wszystkie trzy wymienione aspekty. Nurtujące było pytanie, czy wyraźne uwypuklenie jednego z tych aspektów ma wpływ na przedstawianie przez dzieci tych struktur na rysunku. Interesujące było także to, czy liniowanie jest rzeczywiście najwyższym etapem rozumienia struktury szeregowo–kolumnowej i świadczy o uświadomieniu jej sobie przez dzieci.

Przebieg i wyniki badań

Trzeci etap badań miał dwa cele:

1. Ustalenie, jaki wpływ na przedstawianie szyku prostokątnego ma uwypuklenie aspektu punktowego, pokryciowego i liniowego.

2. Ustalenie, jak dzieci, rysując pokratkowany prostokąt za pomocą linii, interpretują struktury szeregowo–kolumnowe.

Proponowane wyżej cele nasuwają następujące pytania badawcze:

- Czy wyraźne uwypuklenie jednego z aspektów: punktowego, pokryciowego czy liniowego, ułatwia dzieciom przedstawienie szyku na rysunku?

- Jaki związek z konkretnymi czynnościami mają wykonywane następnie przez dzieci rysunki?

- Czy dzieci przedstawiające szyk szeregowo–kolumnowy za pomocą linii uświadamiają sobie układ szeregów i kolumn?

- Czy liniowanie jest najwyższym (najbardziej dojrzałym) etapem przedstawiania szyku?

Badania objęły 24–osobową grupę dzieci w wieku od 6 do 8 lat z krakowskiego przedszkola i ze szkoły podstawowej. Każde dziecko pracowało indywidualnie w obecności badacza. Pierwsza część badań dotyczyła konstruowania struktury z przygotowanych elementów oraz przedstawiania jej na rysunku. W trakcie badania na stole leżały kartki w kratkę, kartki gładkie, ołówki, cienkopisy oraz linijki.

Badanemu prezentowano 3 plansze przedstawiające struktury szeregowo–kolumnowe, w których odpowiednio dominowały aspekty: pokryciowy, liniowy oraz punktowy. Pierwsza plansza to prostokąt o wymiarach 24 cm na 18 cm z

przyklejonymi kwadratami (każdy o boku 6 cm), które pokryły całą powierzchnię prostokąta. Model ten w badaniach określano jako „podłoga pokryta płytkami"; uwypuklono w nim aspekt pokryciowy. Drugą planszę stanowił prostokąt o wymiarach 16 cm na 12 cm, na którym rozpięto 3 gumki pionowe w 4-centymetrowych odległościach i 2 gumki poziome także w odległościach co 4 cm. Tę planszę, w której dominował aspekt liniowy, nazwano w badaniach „kwietnikiem". Trzecia plansza to prostokąt o wymiarach 15 cm na 9 cm z 15 przyszytymi guzikami w układzie 3 na 5. Tutaj dominował aspekt punktowy; planszę nazwano „guziki".

Przed przystąpieniem do badania dzieciom pokazano dwa kartonowe domki: jeden gotowy z omawianą wyżej podłogą, kwietnikiem oraz guzikami oraz drugi niedokończony z trzema pustymi planszami bez guzików, gumek i kwadracików. W celu przekazania dzieciom jasnej instrukcji (wprowadzenia ich w kontekst sytuacyjny) opowiedziano im następującą historyjkę: *Oto dwa pokoiki dla lalek. Jeden jest niedokończony. Twoim zadaniem jest zrobić drugi taki sam pokoik. Obejrzyj sobie gotowy domek: wyjmij podłogę* (zachęcenie dziecka do oglądnięcia przygotowanych plansz), *obejrzyj te guziki. A tu zobacz, na całej ścianie jest kwietnik na kwiaty.* Przed przystąpieniem do pracy dzieci otrzymały potrzebne im elementy do wykonania zadania. Były to kartonowe kwadraty do wyłożenia podłogi, guziki do ułożenia na planszy oraz gumki do rozpięcia na kartonie, w którym były wykonane rowki w miejscach, gdzie miały być zaczepione gumki. Dzieci tworzyły podłogę, kwietnik i guziki w dowolnej, wybranej przez siebie kolejności. Po zbudowaniu każdej planszy polecano im: *Narysuj to, co zrobiłeś.* Następnie dzieci były pytane: *Czy otrzymałeś takie samo? Chcesz coś poprawić?* Stawiane badanym pytania dawały im możliwość wykonania rysunku po raz drugi.

W zadaniu chodziło o dostarczenie dziecku doświadczeń w konstruowaniu struktury odpowiednio w aspekcie pokryciowym (podłogi), liniowym (kwietnika), punktowym (guzików). Interesujące było, jaki wpływ na konstrukcję miało wyraźne uwypuklenie odpowiednio trzech aspektów szyku. W zadaniach rysunkowych chcemy obserwować, jaki jest związek sposobu rysowania z odpowiednim doświadczeniem konkretnym.

Następnie dzieci otrzymywały jeszcze jedno zadanie: *Narysuj czekoladę.* Dziecku pokazujemy kawałek czekolady mający 3 na 4 rzędy.

W tabliczce czekolady można wyróżnić wszystkie trzy aspekty szyku szeregowo-kolumnowego: pokryciowy, liniowy oraz punktowy. Celem zadania było obserwowanie wpływu zdobytych przez dzieci doświadczeń manualnych w zadaniach wcześniejszych na interpretowanie trzech omawianych aspektów szyku.

Cztery warunki konstruowania szyku.

Wszystkie rysunki były rysowane na kartkach formatu A4, a więc na dużo większej powierzchni, niż pokazywane plansze. W prezentowanych dziecięcych rysunkach obramowanie kartki A–4 jest przedstawiane za pomocą cienkiej ciągłej lini po to, aby można było analizować umieszczenie rysunku przez badanego na kartce. Pod każdym rysunkiem umieszczono imię dziecka, wiek (liczbę lat i miesięcy), nazwę planszy: guziki, kwietnik, podłoga lub czekolada. Numer 1, 2 lub 3 oznacza kolejność wykonywanej przez dziecko pracy.

W trzecim etapie badań nadal można dosttrzec zachowania dzieci towarzyszące czterem warunkom wyróżnionym po dwóch poprzednich etapach badań.

1. Zachowanie szeregów i kolumn.

   Z warunkiem tym związane są następujące zachowania dzieci:

   - nie zwracanie uwagi ani na układ szeregów, ani na układ kolumn;
   - zachowanie tylko szeregów;
   - zachowanie tylko kolumn.

2. Zachowanie liczby.

   Charakterystyczne zachowania dzieci dla tego warunku to:

   - nie pokrywanie całej powierzchni, gdyż ważniejsze jest dla nich zachowanie ogólnej liczby elementów;
   - rysowanie kwadratów nie przylegających do siebie, w wyniku czego powstają luki, często wypełniane dodatkowymi kwadratami.

3. Pokrywanie całej powierzchni.

   Typowe zachowania dzieci związane z tym warunkiem to:

   - zachowanie ogólnej liczby kwadratów, ale nie układanie ich w strukturę szeregów i kolumn;
   - rysowanie szeregów i kolumn, ale nie wiązanie ich z zadaną długością boków;
   - wiązanie liczby rzędów tylko z długością jednego boku.

4. Pokrywanie powierzchni jednakowymi elementami.

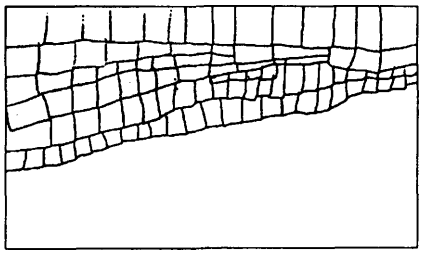
   Warunek ten charakteryzują następujące zachowania dzieci:

   - rysowanie wyraźnie różnych elementów;

- rysowanie elementów jednakowych, ale różniących się wielkością od zadanych w zadaniach.

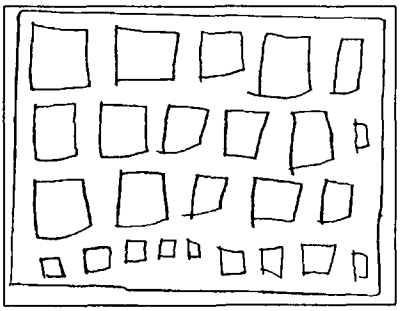
Wyróżnione warunki omówimy krótko, posługując się przykładowymi pracami dzieci.

Natalia w swojej pracy nie zachowuje konsekwentnie szeregów i kolumn (rys. 7), Ania zwraca uwagę na szeregi i nie udaje się jej zachować kolumn (rys. 8), natomiast Michał w swojej pracy (rys. 9) rysuje pierwszą kolumnę złożoną z 5 guzików, następnie rysuje dwa guziki tak, aby w pierwszym szeregu były trzy, a potem uzupełnia te dwie kolumny tak, aby w każdej było 5 guzików, i w efekcie udaje mu się zachować kolumny, ale nie zachowuje szeregów.



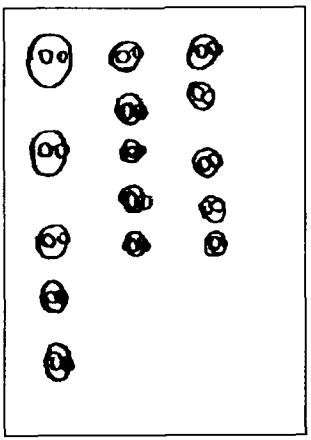
Natalia – lat 6;6 (podloga – 1)

rys. 7



Ania – lat 6;4 (podłoga – 3)

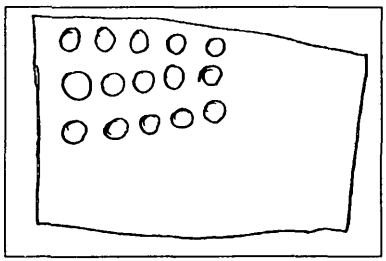
rys. 8



Michał – lat 6;10 (guziki – 2)

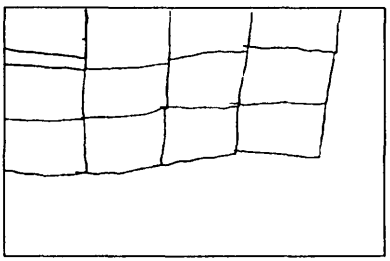
rys. 9

Ania (rys. 10) i Damian (rys. 11) zachowują ogólną liczbę nie pokrywając całej powierzchni.



Ania – lat 7;4 (guziki – 1)

rys. 10

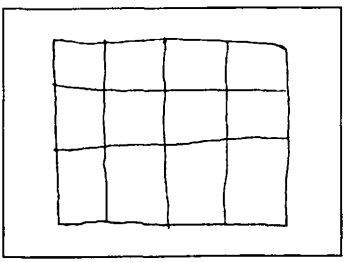


Damian – lat 7;4 (kwietnik – 2)

rys. 11

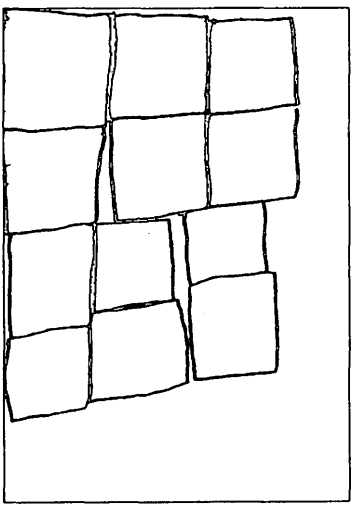
Michałowi (rys. 9) udało się zachować ogólną liczbę, ale brak u niego struktury szeregów. Klaudia (rys. 15b) zachowuje tylko liczbę szeregów, a więc tylko jeden wymiar.

Mateusz (rys. 12) pokrywa całą powierzchnię przylegającymi do siebie kwadratami. W pracy Michała (rys. 13), mimo że kwadraty przylegają do siebie, nie pokrywają jednak całej powierzchni.



Mateusz – lat 7;1 (kwietnik – 1)

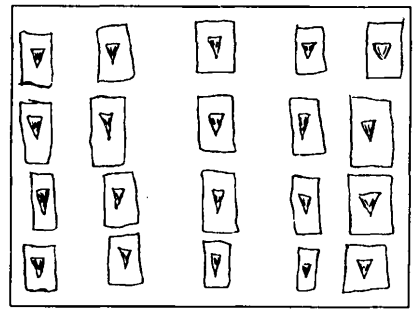
rys. 12



Michał – lat 6;10 (podłoga – 3)

rys. 13

Na rysunku Agnieszki (rys. 14) kwadraty są ułożone oddzielnie, ale wyraźnie rozrzucone po całej powierzchni.



Agnieszka – lat 7;1 (czekolada)

rys. 14

Prace Mateusza i Agnieszki ukazują dwa różne aspekty pokrywania całej powierzchni:

1) Pokrywanie całej powierzchni przez rysowanie elementów przylegających do siebie bez pozostawiania luk.

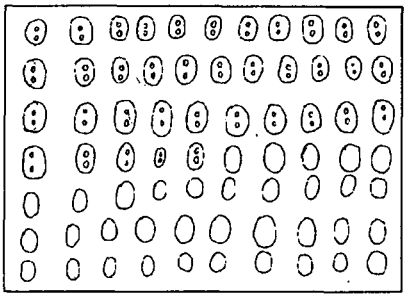
2) Pokrywanie całej powierzchni polegające na rozmieszczeniu na całej powierzchni elementów rysowanych oddzielnie. Stwarza to możliwość zachowania warunku trzeciego także w strukturach izolowanych.

Opis wybranych prac dzieci

Analizując rysunki dzieci i obserwując ich pracę w trakcie badania można było zauważyć pewne zależności w przestrzeganiu omawianych wyżej warunków konstruowania szyku. Przeanalizujemy fragmenty pracy wybranych dzieci.

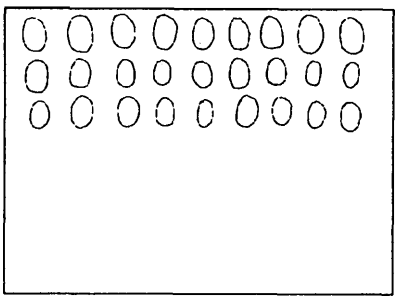
1. Klaudia lat 8;1 — (rys. 15).

   Klaudia rozpoczyna swoją pracę od planszy z guzikami. Rysując pyta badacza: „Całą kartkę?", otrzymuje odpowiedź: „Tak samo jak tu" (dziewczynce pokazano ułożoną przez nią planszę). Klaudia rysuje guziki w szeregach pokrywając całą kartkę formatu A4 (rys. 15a). Zapytana po skończonej pracy, czy wyszło jej to samo, co ułożyła, stwierdza, że nie, „bo tu [pokazuje plansze] są 3 rzędy". W drugiej próbie dziewczynka rysuje już tylko 3 rzędy (rys. 15b), ale długość tego rzędu nadal jest na całą kartkę.



Klaudia – lat 8;1
(guziki – I próba)

rys. 15a



Klaudia – lat 8;1
(guziki – II próba)

rys. 15b

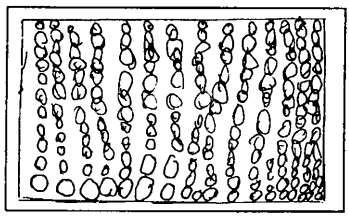
Klaudia w swojej pracy uwzględnia jedynie szeregi, kolumny nie zostały zachowane. W pierwszym podejściu nie zachowuje żadnego wymiaru, natomiast w drugim uwzględnia tylko liczbę szeregów. Poza tym, mimo uświadomienia sobie aspektu liczbowego po pierwszej próbie, kiedy stwierdza, że mają być trzy rzędy, w drugim podejściu nadal dominuje aspekt pokrywania całej powierzchni, o czym świadczy pokrycie kartki od lewego do prawego brzegu (rys. 15b).

2. Michał lat 6;0 — (rys. 16).

Podczas układania planszy z guzikami mówi do siebie: „Muszę policzyć". Następnie liczy i stwierdza, że wszystkich guzików jest 14 (błąd w liczeniu). Układa 6 guzików w pierwszym szeregu, po czym przelicza pierwszy szereg we wzorze, gdzie jest 5 guzików, i decyduje się na zdjęcie jednego guzika z planszy nie rozsuwając pozostałych pięciu. Dalej układa jeszcze 3 szeregi, w każdym po 5 guzików, zachowując kolumny i w ten sposób pozostawiając, jak w pierwszym szeregu, wolne miejsce na „szósty" guzik. Widząc wolne miejsce na szóstą kolumnę decyduje się ją ułożyć. Na końcu jednak sprawdza mówiąc: „Tu są 3 i 2" (patrzył na pierwszy szereg we wzorze), „a tu 3 i 3" (pokazywał guziki, które układał). Po tej analizie Michał zabiera całą dołożoną szóstą kolumnę i w ten sposób kończy swoją pracę.

U Michała w zadaniu na układanie widać „walkę" aspektu liczbowego z aspektem pokrycia całej powierzchni. W pewnych momentach dla Michała ważniejszy jest raz jeden aspekt, w innych drugi. W efekcie końcowym udaje mu się pogodzić te dwa aspekty i przedstawić prawie poprawnie daną strukturę. W czasie całej pracy Michał ani raz nie zwrócił uwagi na drugi wymiar (liczbę szeregów), dlatego w jego pracy pojawiają

się 4 szeregi, bo właśnie tyle się zmieściło na planszy. Sprawdzając na końcu swoją pracę liczy guziki tylko „na szerokość", być może nie jest w ogóle świadom, że drugi wymiar też jest ważny.



Michał – lat 6;0 (guziki – 1)

rys. 16

Dalsza praca Michała polega na rysowaniu tego, co ułożył. Najpierw obrysowuje wzorcową planszę i powstały w ten sposób prostokąt wypełnia kółkami, rysując szeregami od dołu strony z bardzo wyraźnym poczuciem kolumn (rys. 16), tzn. rysuje pierwszy szereg i w kolejnych szeregach dokłada po jednym kółku w każdej kolumnie.

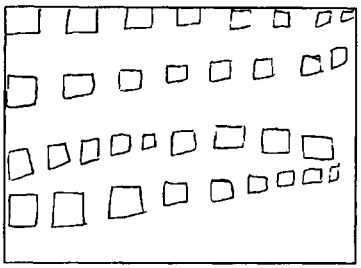
Zwróćmy uwagę, że w zadaniu na rysowanie aspekt liczbowy dla Michała jakby nie istnieje. Zapełnienie prostokąta (mimo że był tej samej wielkości co plansza) staje się bardzo mozolną pracą, gdyż rysowane guziki są maleńkimi kółkami. Liczba, która przy układaniu odegrała tak ważną rolę, została całkowicie zdominowana przez aspekt pokrywania powierzchni. Na rysunku zachowuje kolumny, ale nie udaje mu się zachować szeregów, mimo że rysował szeregami.

3. Damian lat 7;6 — (rys. 17).

Damian w zadaniu o guzikach ułożenie każdego szeregu poprzedza liczeniem. Układa 5 guzików na planszy, następnie liczy 6 w drugim szeregu i tyle układa.

Rysunek rozpoczyna od trzech guzików, postanawia jednak przeliczyć guziki we wzorze, liczy, że jest ich 6, po czym rysuje szereg guzików do końca kartki.

W ostatnim zadaniu Damian policzył 3 szeregi w czekoladzie. Narysował pierwszy szereg i mówi: „jeszcze dwa [szeregi]", rysuje drugi szereg i stwierdza „jeszcze jeden", rysuje trzeci szereg i nic już nie licząc rysuje czwarty szereg.



Damian – lat 7;6 (czekolada)

rys. 17

Analizując pracę Damiana można zauważyć zmaganie się chłopca z dwoma istotnymi dla niego aspektami: liczbowym i pokrywaniem całej powierzchni. Gdy układa guziki, liczba dla niego jest bardzo ważna i w każdym szeregu dokładnie przelicza guziki. Dla tego chłopca nie jest oczywiste, że ułożenie kolumnowe gwarantuje jednakową liczbę guzików w każdym szeregu. W pierwszym etapie rysowania liczba nadal jest istotna dla Damiana, ale z drugiej strony wie, że jego kartonik przy układaniu był zapełniony „po brzeg", i w tym momencie nie udaje mu się pogodzić tych dwóch aspektów, rezygnuje więc z liczby na korzyść pokrycia całej powierzchni. Przy rysowaniu czekolady liczba odgrywa zasadnicze znaczenie do pewnego momentu. Gdy Damian narysował już trzy szeregi, które skrupulatnie liczył, widząc puste miejsce na kartce narysował kolejny szereg.

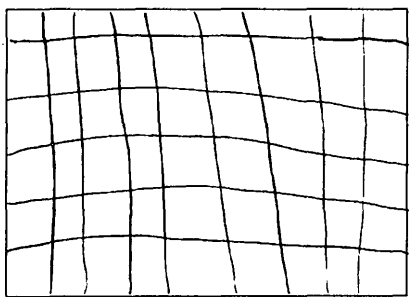
Nałożenie się dużej ilości warunków, które muszą być spełnione jednocześnie, powoduje dominowanie u dzieci jednych warunków i zapominanie innych. Michał zapomniał o liczbie, a przebiła się powierzchnia, u Klaudii wygrywa liczba, ale nie do końca rezygnuje ona z pokrycia powierzchni, dla Damiana liczba ma istotne znaczenie w początkowych etapach, później jednak, gdy widzi puste miejsce, postanawia je zapełnić, nie zwracając uwagi na liczbę.

Liniowanie jako sposób przedstawiania pokratkowanego prostokąta

Rysując pokratkowany prostokąt badani stosowali różne strategie. Niektóre dzieci rysowały pojedyncze, połączone ze sobą kwadraty, inne rysowały linię poziomą, którą następnie dzieliły pionowymi kreseczkami na kwadraciki, i często zauważały, że pracę można jeszcze uprościć rysując linie pionowe i poziome. W takim świetle mogłoby się wydawać, że rysowanie linii pionowych

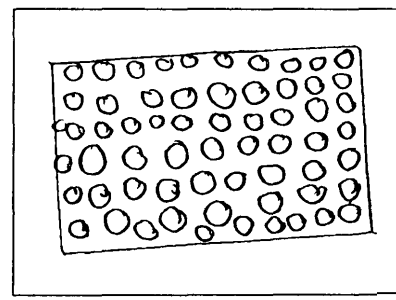
i poziomych, tzw. liniowanie, jest najwyższym, najbardziej zaawansowanym etapem rysowania struktury szyku. Tymczasem wyniki badań prowadzą do zupełnie odmiennych wniosków. Okazuje się, że rysunek powstały przez liniowanie sam w sobie nie świadczy o rozumieniu przez dziecko struktury szeregów i kolumn. Przeanalizujmy kolejne prace dzieci w celu poparcia tego wniosku.

Ania wykonuje swoje zadanie w następującej kolejności: najpierw rysuje kwietnik (rys. 18a), następnie guziki (rys. 18b) i wreszcie podłogę (rys. 18c). Jak widać na pierwszym rysunku, liniowanie jest dla Ani dostępnym sposobem przedstawiania szyku, trudno jednak stwierdzić analizując jej ostatnią pracę, że dziewczynka uświadamia sobie układ szeregów i kolumn. Ania przedstawiając podłogę stosuje odmienną strategię rysowania i w efekcie nie udaje się jej zachować kolumn. Zachowany przez Anię układ szeregów i kolumn w trakcie rysowania kwietnika nie jest efektem dogłębnego rozumienia struktury, a jedynie zastosowanej przez nią strategii, która zawsze ten układ gwarantuje.



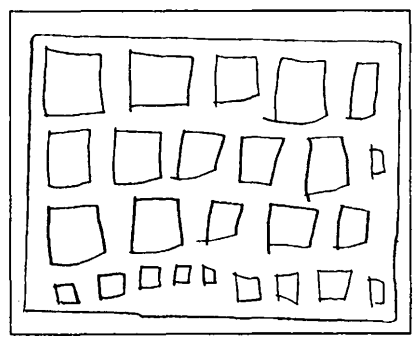
Ania – lat 6;4 (kwietnik – 1)

rys. 18a



Ania – lat 6;4 (guziki – 2)

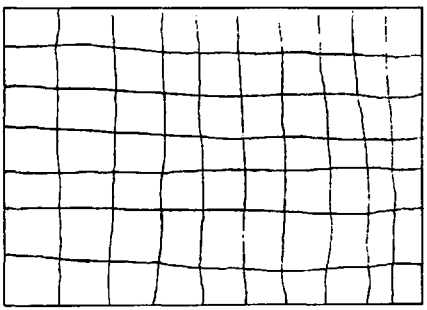
rys. 18b



Ania – lat 6;4 (podłoga – 3)

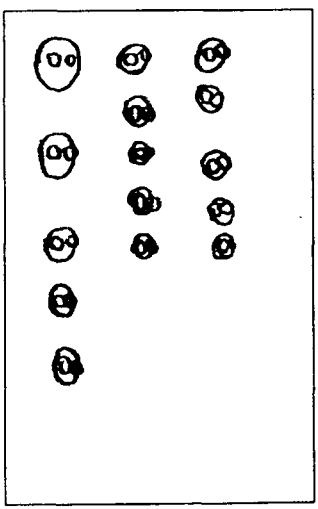
rys. 18c

Brak pełnego rozumienia struktury szeregów i kolumn mimo umiejętności liniowania możemy obserwować, analizując prace Michała (rys. 19a, 19b, 19c). W dwóch ostatnich jego pracach układ szeregowo kolumnowy jest zachwiany. Pierwsza praca nie może więc świadczyć o tym, że chłopiec, rysując linie pionowe i poziome, uświadamiał sobie istnienie szeregów i kolumn, mimo że na rysunku zostały one zachowane.



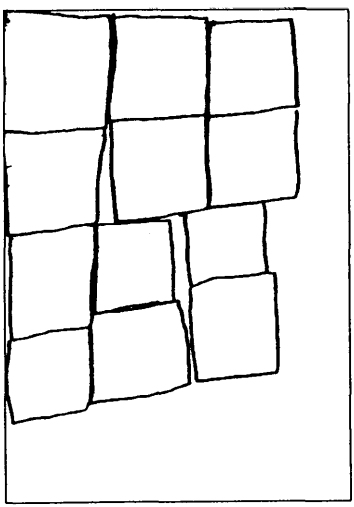
Michał – lat 6;10 (kwietnik – 1)

rys. 19a



Michał – lat 6;10 (guziki – 2)

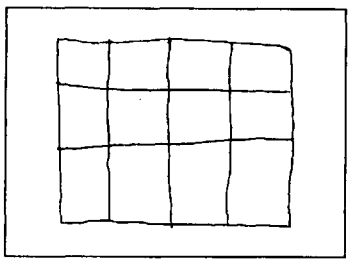
rys. 19b



Michał – lat 6;10 (podłoga – 3)

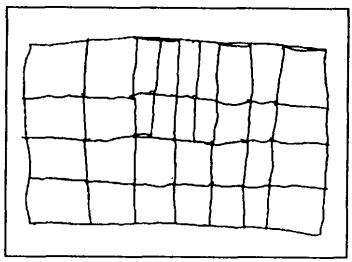
rys. 19c

Podobne wnioski można wysnuć z prac Mateusza (rys. 20a, 20b), który po przedstawieniu kwietnika za pomocą linii rysuje podłogę i czekoladę nie do końca zachowując strukturę.



Mateusz – lat 7;1 (kwietnik – 1)

rys. 20a



Mateusz – lat 7;1 (podłoga – 2)

rys. 20b

Warto zwrócić uwagę na jeszcze jeden aspekt związany z liniowaniem. W poprzednich badaniach, po zapełnianiu przez dzieci prostokąta dwunastoma kwadratowymi płytkami i przedstawianiu tego na rysunku za pomocą linii, charakterystyczne było rysowanie 3 linii poziomych i 4 linii pionowych, a więc tylu, ile w ułożonej pracy można było wyróżnić szeregów i kolumn. Otrzymane w ten sposób rysunki miały więc 4 szeregi i 5 kolumn. Sytuacja taka nie powtórzyła się w opisywanych badaniach, kiedy dzieci rysowały kwietnik, rysowały bowiem dokładnie tyle linii, ile rozpinały gumek. Dzieci wykonują swoje rysunki w różny sposób w zależności od kontekstu, w jakim dane zadanie jest przedstawiane: przeliczają szeregi i kolumny (często tylko kwadraty w pierwszym szeregu lub pierwszej kolumnie) lub liczą, ile jest linii pionowych i poziomych. Nie wszystkie jednak dzieci zdają sobie sprawę z tego, że liczba szeregów w pokratkowanym prostokącie nie jest zgodna z liczbą występujących tam linii poziomych; podobną trudność mają przy kolumnach i liniach pionowych.

Wnioski końcowe

Czynności graficzne (rysowanie figur zamkniętych, kolistych, prostokątnych, przestrzeganie zasad poziomu i pionu) niezbędne do przedstawiania na rysunku struktur występujących w omawianych badaniach są u dzieci w wieku od 6 lat znacznie rozwinięte (Lowenfeld, 1977, Wallon, 1993). W swoich rysunkach większość dzieci kierowała się doświadczeniami manualnymi, dlatego podłoga była najczęściej przedstawiana w aspekcie pokryciowym, kwietnik w

aspekcie liniowym i oczywiście guziki w aspekcie punktowym. A więc nie tylko czynności rysunkowe, ale także każdy aspekt z osobna jest w zakresie kompetencji dzieci w wieku od 6 do 9 lat. Warto jednak przypomnieć, że badania były konstruowane tak, aby w każdym zadaniu był dominujący jeden z trzech aspektów szyku. Nie można więc stwierdzić, czy dzieci są w stanie swobodnie przechodzić z jednego aspektu w drugi i na przykład dostrzec wszystkie trzy patrząc na pokratkowany prostokąt. Przedstawianie pokratkowanego prostokąta za pomocą linii pionowych i poziomych nie sprawia trudności nawet dzieciom sześcioletnim, jeżeli tylko stworzy się odpowiedni kontekst. W tych badaniach można było to wyraźnie obserwować w zadaniu dotyczącym rysowania kwietnika. Rozpinanie przez dzieci gumek na kartoniku było tak mocnym doświadczeniem, że większość przedstawiała go na rysunkach za pomocą linii. Charakterystyczny w tych badaniach był fakt, iż dzieci, które kwietnik rysowały za pomocą linii, w pozostałych zadaniach zdradzały brak umiejętności w zachowaniu struktury szeregów i kolumn. Liniowanie nie świadczy o rozumieniu przez dzieci struktury szeregowo-kolumnowej, mimo że szeregi i kolumny na rysunku są zachowane, nie jest więc najwyższym etapem przedstawiania szyku. Jest więc bardzo prawdopodobne, że są dzieci, które w systemie szkolnym zostały nauczone „szybkiego rysowania" pokratkowanego prostokąta za pomocą linii, choćby przez obserwacje powstających tego rodzaju rysunków na tablicy. Jeżeli dzieci te nie uświadamiają sobie w nim struktury szeregowo-kolumnowej, nie będą należycie rozumieć np. sposobu obliczania pola prostokąta przez mnożenie długości dwóch jego boków.

Literatura

Lowenfeld V., Brittain W. L.: 1977, *Twórczość a rozwój umysłowy dziecka*, PWN, Warszawa.

Outhred L.: *The array: convention or confusion*, referat wygłoszony na ICME-7 (VII Międzynarodowy Kongres Nauczania Matematyki), Quebec 1992 (tekst rozdany uczestnikom).

Piaget J., Inhelder B.: 1993, *Psychologia dziecka*, Wydawnictwo Siedmioróg, Wrocław.

Rożek B.: 1994, Rozwój świadomości struktury rzędów poziomych i pionowych w szyku szeregowo-kolumnowym u dzieci w wieku od 6 do 9 lat, *Dydaktyka Matematyki* 16.

Rożek B.: 1995, O trudnościach związanych z rozumieniem pojęcia pola prostokąta przez dzieci w wieku od 6 do 9 lat, *Rocznik Nauk.-Dydakt.*, 172, Prace Pedagogiczne 17, WSP Kraków.

Wallon P., Cambier A., Engelhart D.: 1993, *Rysunek dziecka*, WSiP, Warszawa.

The conception of row–column structures in 6–8 years old children

Summary

The aim of the reported research is identification of difficulties and natural developmental limitations in the understanding of the so called row/column structures (RCS) by 6–9 years old children. RCS is such a disposition of objects in which both horizontal (rows) and vertical (columns) arrays can be distinguished. The research was motivated by the fact that possessing the concept of RCS is prerequisite for the understanding of many mathematical and real ideas and representations, for example, the formula for the area of a rectangle.

Previous research concerned ways of children's perception of the structure of a chequered rectangle or a rectangle paved with unit squares. Analysis of children's work led to identification of three aspects of both perception and construction of RCS:

point aspect — when the observer (or constructor) sees single isolated objects (squares)

fill–up aspect — when the observer (constructor) perceives primarily that the squares fit together without leaving space

linear — when the observer (constructor) focuses his/her attention in crossing lines that divide the rectangle into squares

In subsequent researches the question was asked if a presentation of RCS such that one of the perception aspects is stressed influences children's drawings. It was found that, if isolated, each of the three aspects falls within competence of 6–8 years old children. It was also noticed that drawing by a child horizontal and vertical lines (which enforces obeying both arrangements) does not necessarily testify his or her possession of the idea of RCS: some children, though so doing, were unable to conform to RCS in other contexts.