ROCZNIKI POLSKIEGO TOWARZYSTWA MATEMATYCZNEGO
SERIA V: DYDAKTYKA MATEMATYKI 19(1997)

Ministerstwo Nauki i Szkolnictwa Wyższego

OPINIE

Milan Hejný
Uniwersytet Karola
Praga, Republika Czeska

Jak (nie) pisać rozprawy doktorskie z dydaktyki matematyki[1]

Uwagi:

- Słowo **praca** znaczy tu artykuł naukowy, pracę dyplomową lub rozprawę doktorską, które recenzowałem.
- **DM** to dydaktyka matematyki.
- „Autor" to zawsze autor pracy, o której mowa.

Ten artykuł prezentuje moje subiektywne opinie. Jego celem jest zwrócenie uwagi doktorantów, studentów i potencjalnych autorów na najczęściej spotykane wady prac.

1 Jeżeli nie masz oryginalnej idei — nie pisz

Istotę każdej pracy naukowej stanowi nowa idea, produkt uprzedniej działalności intelektualnej. Brak takiej idei w pracy zmusza do jej odrzucenia. Natomiast obecność oryginalnej idei zawsze skłania mnie do zachęcenia autora, by dalej pracował nad swoim tekstem.

[1]How (Not) to Write a Doctoral Thesis on Teaching Mathematics, *Didactics, History, Fundamentals of Mathematics*, materiały z seminarium na temat studiów doktoranckich w Kostelecu nad Černými lesy (Republika Czeska), 22–24 czerwca 1995 roku.

2 Co uważam za ideę w DM

Przez **ideę** rozumiem produkt pracy intelektualnej.

⋆ Przykłady:

- Odkrycie i opis nowego zjawiska, które dotychczas nie było opisane w DM (np. *reversal problem* Rosnick)
- Opisanie nowego pojęcia, będącego narzędziem w badaniu jakiejś dziedziny w DM (np. pojęcie „pojęcia synkretycznego" Wygotskiego).
- Klasyfikacja pewnego zjawiska (np. strategii uczniów stosowanych przy rozwiązywaniu zadania; przeszkód blokujących rozumienie pojęcia funkcji).
- Wyjaśnienie pewnego zjawiska (np. dlaczego niektóre zadania z kombinatoryki lepiej rozwiązują uczniowie klasy piątej niż ósmej).
- Analiza procesu myślowego (np. opis procesu przebiegającego w umyśle ucznia w czasie rozwiązywania przez niego konkretnego zadania).
- Opis mechanizmu pewnego procesu (np. procesu tworzenia pojęcia, procesu konstrukcji geometrycznej, procesu dochodzenia do rozumienia zadania tekstowego).
- Stworzenie i uzasadnienie metody analizowania pewnego zjawiska (np. metoda badania zjawiska typowości pojęcia czworokąta).
- Stworzenie narzędzia (tj. testu i klucza do analizy odpowiedzi uczniów) do diagnozowania jakiejś umiejętności (np. umiejętności „rozumienia złożenia przekształceń").

3 Czego nie uważam za ideę w DM

⋆ Informacje, stwierdzenia, fakty czy opisy nie są ideami. Oto kilka przykładów.

- *Miara sukcesu testu algebraicznego wynosi 57%, a geometrycznego tylko 32%.* Ta informacja jest wynikiem rutynowej pracy nauczyciela. Może wejść w skład badań, ale nie może być uznana za wynik badawczy.
- *Uczeń ujął sześcian obydwiema rękami, badał go z każdej strony przez 50 sekund, a potem położył.* Tu następuje dziewięć wierszy opisu pracy ucznia, bez żadnej analizy.

- *Zanim przedstawimy nasze rozwiązanie problemu, przyjrzyjmy się opiniom innych autorów. Pokażemy, jak pojęcie „funkcja" jest wprowadzane w innych podręcznikach.* Tu następuje 18 cytatów. Autor kontynuuje: *Definicja numer 5 jest najściślejsza. Będziemy opierać się na tej definicji.* Autor nie podaje powodów ani tego, dlaczego tę właśnie definicję uznał za najściślejszą, ani tego, dlaczego kryterium ścisłości jest najważniejsze. Obiecana „analiza" jest nieobecna.

⋆ Opinie, stanowiska, postulaty czy rekomendacje nie są ideami. Wyrażenie opinii w pracy naukowej może być usprawiedliwione tylko wówczas, gdy 1) opinia jest przedmiotem badania, 2) została uzasadniona argumentami, 3) wyjaśnia paradygmat, stanowisko lub przekonanie autora. Przykłady:

- *Powtarzanie wzorów bez ich zrozumienia jest niepożądane.*

  Ta opinia może być przekształcona w ideę przy pomocy argumentów. Np.: *Powtarzanie wzorów bez ich zrozumienia jest skierowane na pamięć ucznia, a nie na jego umiejętność wnioskowania, i dlatego jest niepożądane w naszej koncepcji nauczania matematyki.* Jednak osobną kwestią jest oryginalność tej idei.

- *Koniecznym warunkiem poprawienia postawy uczniów wobec kombinatoryki jest przeznaczenie na ten dział większej liczby godzin.*

  Ten postulat nie jest ideą i nie może się nią stać. Jego kategoryczny ton pasuje raczej do wypowiedzi politycznej niż pracy naukowej.

- *Jeżeli uczeń nie opanował ścisłej definicji liczby pierwszej, jego rozumienie tego pojęcia pozostanie na poziomie intuicji i dlatego jest niepożądane.*

  Mimo że to zdanie zawiera słowo „dlatego" wskazujące na związek przyczynowy, nie jest to przyczynowość w sensie naukowym. Zacytuję fragment mojej recenzji: *Autor nie definiuje pojęcia „intuicja". Używa go w sensie negatywnym. Wydaje mi się, że rozróżnia on dwa typy wiedzy o pojęciu X: 1) dobrą, gdy uczeń umie ściśle zdefiniować X, 2) błędną, gdy uczeń nie umie ściśle zdefiniować X; tę drugą nazywa „intuicją". Nie zgadzam się z tą klasyfikacją, a powody podam później. Tu natomiast chcę podkreślić, że zacytowane zdanie nie odkrywa żadnych związków przyczynowych, bowiem termin „wiedza intuicyjna" jest niejasny. Zdanie to nie mówi niczego więcej niż to, że sytuacja, w której uczeń nie opanował ścisłej definicji „liczby pierwszej", jest niepożądana. Takie zdanie jest postawą lub opinią, a nie odkryciem związku przyczynowego.*

- Szeroko znana w dydaktyce matematyki idea nie może być prezentowana jako oryginalna. Oto cytat z jednej z moich recenzji: *Zgadzam się z autorem, że „utalentowany uczeń jest często dokuczliwy", że „utalentowany uczeń częściej znajduje oryginalne rozwiązania niż nieutalentowany". Ale te i podobne charakterystyki można znaleźć w wielu artykułach, w tym cytowanych przez autora. Przy tym pojęcie „utalentowany uczeń" nie zostało w pracy zdefiniowane. Dlatego traktuję powyższe stwierdzenia jako opinie, a nie idee w DM czy też oryginalne idee autora, wbrew jego wnioskom.*

⋆ Nowe problemy matematyczne, nowe dowody,nowe klasyfikacje materiału nauczania ujawniają zdolności matematyczne autora, ale nie mogą być uważane za idee w DM. Oto jeszcze jeden cytat z mojej recenzji:

> *Uważam każdy z sześciu problemów autora za pomysłowy, udany i wymagający. Sądzę, że są to jego własne problemy. Autor bez wątpienia wykazał, że głęboko wniknął w geometrię kombinatoryczną i że umie myśleć twórczo. Tym nie mniej nie uważam tego wyniku za wystarczający na stopień doktora w DM. Uczeń jest w tej dysertacji całkiem nieobecny. Sugeruję, by autor włączył do pracy opis i analizę eksperymentów, o których wspomina we wstępie i w zakończeniu.*

4 Jak poznać, czy idea jest głęboka i oryginalna

⋆ Miara oryginalności i głębokości idei jest **subiektywna**. Ta sama rzecz jest znana jednej osobie i zaskakuje drugą; dla jednej głęboka, dla innej może być powierzchowna. Obiektywniejszy pogląd osiąga się przez skonfrontowanie subiektywnych opinii członków wspólnoty akademickiej. Rozwój zdolności do obiektywnej oceny idei jest procesem zachodzącym w umyśle każdego naukowca, szczególnie wśród młodszych. Można go przyspieszyć np. przez omawianie przedstawionych w artykule lub odczycie idei, ich oryginalności i głębi.

⋆ Doktorant, który zamierza przedstawić swoje wyniki, chce wiedzieć, które z jego idei są oryginalne i głębokie. Nie może tego ocenić sam. Potrzebuje pomocy doświadczonego dydaktyka–opiekuna. Ale nawet opinia opiekuna jest subiektywna. Najobiektywniejszym sędzią pracy doktoranta jest seminarium robocze, gdzie można spotkać szerokie spektrum opinii. Ta **samoocena** w zwierciadle seminarium powinna być dokonywana regularnie. Jest to niezastąpiona funkcja seminarium naukowego.

⋆ Musiałem kiedyś przedstawić listę prac doktorantów w hierarchii ich wartości, ze szczególnym uwzględnieniem **oryginalności**. Jako pomocnicze na-

rzędzie w tym niełatwym zadaniu przygotowałem sobie następującą skalę dla pomiaru oryginalności. Podzieliłem informacje na: 1. znane, 2. nieznane lecz mało ważne, 3. znane, lecz sformułowane w nowy sposób, 4. intuicyjnie znane, lecz niewykrystalizowane i dopiero teraz ujęte w słowach, 5. nowe i dojrzałe, 6. zaskakujące. Informacji należących do kategorii 1. i 2. nie potraktowałem jako idei.

⋆ Ocena **głębi** jakiejś idei jest bardzo trudna. Wszelkie moje próby stworzenia sensownej skali, pomocnej przy porównywaniu poszczególnych idei, były nieudane. Uważam dyskusję dydaktyków za najefektywniejszy sposób oceny głębi idei.

5 Czego nie uważam za właściwy cel pracy naukowej

⋆ Gdy matematycy oceniają pracę z DM, koncentrują się tylko na tym, jak wiele jest w niej matematyki i jak jest ona trudna. Uważają dydaktykę za bezpośrednią projekcję doświadczenia dobrego nauczyciela. Według mnie DM jest dyscypliną naukową, a praca, w której dydaktyka pozostaje na poziomie empirycznym, nie jest pracą naukową z DM. Oto trzy przykłady celów pracy, które same wskazują, że DM będzie nieobecna.

- *Zalecić pewien sposób realizacji tematu X.*

  Przypuszczamy, że autor, na bazie swojego doświadczenia, będzie tworzył narzędzie robocze dla nauczycieli. Fakt, że kilku nauczycieli wypróbowało z powodzeniem proponowane materiały jest następnie traktowany jako argument do zaakceptowania tezy.

  To dobrze, że praca naukowa służy także praktyce, lecz ten fakt nie gwarantuje, że jest to praca naukowa, nawet jeżeli jest to dobrze sprzedający się podręcznik. Wartość naukową „Propozycji" stwarza wgląd, zakres, głębia i integralność, stanowiące jej ogólne tło. Na to, by „Propozycja" mogła być potraktowana jako wynik pracy naukowej, konieczny jest opis i analiza początkowych doświadczeń autora, poszukanie związków przyczynowych; ważna jest nie tylko **opinia**, ale także jej **uzasadnienie**. Wtedy celem naukowym pracy nie jest „Propozycja", ale jej podstawa teoretyczna. Cel badawczy powinien więc brzmieć inaczej. Np. „Próba uzasadnienia tego sposobu realizacji tematu X", albo „Analiza porównawcza realizacji tematu X", „Struktura metodologiczna tematu X" itd.

Tekst dydaktyczny może być suplementem, ale nie częścią tej pracy.

- *Przeprowadzić szerokie badanie statystyczne opinii nauczycieli i dydaktyków na temat zjawiska Y oraz uzupełnić je małym sondażem wśród dydaktyków.*

  Uważam, że jest to raczej cel dla socjologa niż dla naukowca w DM. Tym nie mniej, jeżeli zjawisko Y jest także częścią DM, można je badać także w ramach DM. Jest wtedy konieczne, by i socjolog wyraził swoją opinię oraz ocenił oryginalność i głębię idei z punktu widzenia swojej dyscypliny. A co do DM, sądzę, że trzy rodzaje wyników mogłyby być użyteczne: analiza sytuacji dydaktycznej, wewnątrz której zjawisko Y jest analizowane, dydaktyczna podstawa ankiety i dydaktyczna interpretacja wyników.

  Ankieta może być celem pracy dyplomowej, gdy chcemy, by student nauczył się techniki badań. Tę wiedzę zakłada się jednak u adepta nauki.

- *Zanalizować statystycznie wyniki badania Z.*

  Ten przypadek jest podobny do poprzedniego. Oto dwa konkretne przykłady: *badanie opinii nauczycieli o uczniach z nie motywujących środowisk* i *stan wiadomości uczniów w zakresie geometrii i ich umiejętność rozwiązywania zadań tekstowych.* Obydwa zagadnienia są interesujące i mogą być poddane badaniu naukowemu. Cel obydwu prac został zawężony w sformułowaniu *zanalizować statystycznie wyniki badania Z.* Jeżeli pominąć wstęp i zakończenie, każda z omawianych prac składała się z trzech części:

1. Utworzenie testu do określenia poziomu wiedzy uczniów lub kwestionariusza do zebrania opinii nauczycieli.
2. Przebieg badań i zebranie wyników.
3. Statystyczna ocena danych według jednej ze znanych metod.

   W pierwszej części pierwszej pracy brakowało określenia podstawowych terminów, druga część była po prostu opisem, a trzecia wyglądem przypominała rozkład jazdy. Mnóstwo liczb, komentarzy technicznych, a nic na temat interpretacji wyników.

* *Redakcja zaprasza czytelników do dyskusji nad wyrażonymi tu poglądami, a także prezentowania własnych opinii na temat rozpraw z dydaktyki matematyki.*

Sprostowania

Do tomu 18 wkradło się kilka błędów. Najważniejszy to nazwa uniwersytetu w Grenoble, gdzie pracuje Annie Bessot: jest to uniwersytet imienia Joseph Fourier, nie 'Jaques Fourier'. Inny to męska odmiana nazwiska Jean Lave (odnosi się do jej prac Jo Boaler); Lave to kobieta. Wreszcie nazwisko El Bouazzaoui w tekście Bessot zostało błędnie napisane jako El Bouarraoui. Są i inne, drobniejsze omyłki. Przepraszamy.