ROCZNIKI POLSKIEGO TOWARZYSTWA MATEMATYCZNEGO
Seria V: DYDAKTYKA MATEMATYKI 8 (1987)

STANISŁAW SERAFIN
Kraków

Ministerstwo Nauki i Szkolnictwa Wyższego

Kilka uwag na marginesie artykułu Z. Dybiec „O pewnej trudności związanej ze specyfikacją w nauczaniu matematyki"

1. Specyfikowanie pojęć, twierdzeń, czy całych teorii jest istotnym składnikiem matematycznego myślenia, twórczości matematycznej, czy stosowania matematyki. Zauważmy, że - z grubsza biorąc - mamy do czynienia z dwoma poziomami procesu specyfikacji.

Ze specyfikacją na pierwszym poziomie mamy do czynienia w sytuacji, gdy w ramach danej dziedziny matematycznej zdefiniowane zostało pewne pojęcie czy udowodnione jakieś twierdzenie, które następnie w tejże dziedzinie poddawane są „obróbce" specyfikacyjnej. Konstruuje się np. obiekty, o których trzeba rozstrzygać, czy wchodzą, czy nie wchodzą w zakres rozważanego pojęcia, z jakiego powodu nie spełniają warunków definicji tego pojęcia (niezależność warunków użytych w definicji). Opisuje się pewną sytuację - problem, w której należy rozstrzygnąć, czy poznane twierdzenie może być, czy nie może być zastosowane. Trudności obserwowane przy tego typu specyfikacji związane są najczęściej z ogólnym poziomem obycia matematycznego uczniów (studentów), stanem przyswojenia wiedzy z danej dziedziny, stopniem skomplikowania wykonanej konstrukcji czy opisu sytuacji. Szczególne trudności obserwuje się w tym procesie specyfikacji odnośnie do przypadków skrajnych, specyficznych wartości parametrów. Te zaś przypadki często odgrywają ważną rolę kształcącą. Gdy dajemy uczniom (studentom) problem, w rozwiązaniu którego pomocne może być użycie wprowadzonego pojęcia czy twierdzenia (a więc pewna ich specyfikacja), to sformułowanie problemu nie musi

(a być może nawet nie powinno) ukierunkowywać na taką specyfikację W takiej sytuacji pojawić się mogą dodatkowe trudności z odkryciem, jakie elementy zdobywanej wiedzy nadają się w niej do wykorzystania.

Inny - jakby wyższy - poziom specyfikacji mamy wtedy, gdy pojęcie czy twierdzenie jednej dziedziny matematycznej specyfikujemy w innej poprzednio poznanej dziedzinie lub równolegle w kilku dziedzinach. Specyfikacja na tym poziomie służy różnym celom. Chodzić w niej może o skonstruowanie w tej znanej dziedzinie obiektów wchodzących lub nie w zakres pewnego pojęcia (przykład, kontrprzykład). Bywa jednak, że przed taką specyfikacją stawiamy cel daleko ambitniejszy: uprzytomnienie uczniom (studentom) jakiejś nowej struktury w sytuacji wcześniej, inaczej poznanej, a więc pewna reorganizacja ich dotychczasowej wiedzy w znanej dziedzinie. Reorganizacja wiedzy prowadzić może w konsekwencji do dalszego i głębszego (na wyższym poziomie) poznania tej dziedziny. Specyfikacja na tym poziomie wydaje się dwojako trudna. Jedne trudności wynikają ze stopnia komplikacji pojęcia czy twierdzenia w dziedzinie, z której one pochodzą. Inne zaś mają swe źródło w słabym przyswojeniu dziedziny, w której chcemy specyfikacji dokonać. Jakże często przekonujemy się, że grunt, na którym zamierzamy specyfikować pojęcie czy twierdzenie, jest dla znacznej grupy uczniów (studentów) zbyt „grząski", za mało znany, nieoperatywnie przyswojony. W takiej sytuacji specyfikacja jest szczególnie utrudniona, wymaga przygotowań, powtórki nieodzownych wiadomości. Te zabiegi przygotowawcze dekoncentrują uwagę, prowadzą niekiedy do „rozmycia" celu, ku któremu mamy zmierzać, a więc także błędów i pomyłek uczniowskich zupełnie nieoczekiwanych. Równoległe specyfikowanie np. jednego pojęcia w dwóch różnych dziedzinach, niezwykle kształcące i ważne w nauczaniu (studiach), niesie oczywiste i często obserwowane niebezpieczeństwo przemieszania dziedzin, niewłaściwego „transferu", „przebić" z dziedziny dominującej w umyśle do słabiej przyswojonej.

2. Z dwóch procesów: uogólniania i specyfikacji, ten pierwszy uważa się na ogół za trudniejszy. Kształtowanie umiejętności uogólniania pojęć twierdzeń czy fragmentów teorii wymaga - jak wskazują doświadczenia i teoria dydaktyczna - specjalnych, świadomie organizowanych zabiegów i nie u wielu uczniów uzyskać się daje oczekiwany w tym względzie rozwój. Proces specyfikacji, zwłaszcza rozu-

miany wąsko (a więc nie w rozwiązywaniu zadań-problemów), uchodzi za łatwiejszy. Tymczasem doświadczenia (np. przedstawione przez p. Z. Dybiec) ukazują wiele trudności, zwłaszcza gdy chodzi o drugi z wyróżnionych przeze mnie poziomów specyfikacji.

Świadome ujawnianie tych trudności, a nie ich unikanie w procesie dydaktycznym, oraz zabiegi zmierzające do ich twórczego przez uczniów (studentów) przezwyciężania, stanowią istotny element spiralnego podejścia do zdobywania przez uczniów wiedzy z danej dziedziny na coraz wyższym poziomie jej rozumienia.

SOME REMARKS CONNECTED WITH THE NOTE BY Z. DYBIEC

S u m m a r y

The author points two levels of specification of mathematical notions and theorems and students' dificulties connected with them.