ROCZNIKI POLSKIEGO TOWARZYSTWA MATEMATYCZNEGO
Seria V: DYDAKTYKA MATEMATYKI 8 (1987)

Ministerstwo Nauki i Szkolnictwa Wyższego

Informacje bibliograficzne

Stella B a r u k, Fabrice ou l'école des mathématiques, Editions du Seuil, Paris 1977

Cztery lata przed ukazaniem się niniejszej pozycji jej autorka opublikowała książkę „Echec et Maths" („Niepowodzenie a Matematyka", Ediotions du Seuil, 1974). Napisała ją na podstawie doświadczeń kilkunastoletniej praktyki w zakresie reedukacji dzieci i dorosłych (na różnych poziomach nauczania). Wymowa tej książki była następująca (cytat pochodzi ze wstępu do „Fabrice ou l'école des mathématiques"):

„Niepowodzenie w zakresie matematyki - to niepowodzenie nie ucznia, lecz nauczania; niepowodzenie nauczania - to niepowodzenie nie nauczycieli, lecz nierealnego mistyfikatorskiego Nauczania, rezultatu teoretyzowania w oderwaniu od prawdziwego dziecka" (str. 7).

W książce „Fabrice ou l'école des mathématiques" (Fabrycy czyli matematyczna szkoła) pokazano wiele nowych sytuacji potwierdzających tę tezę. Ta książka ma jednak już nie tylko krytyczny, ale i w pewnej mierze konstruktywny charakter. Jest próbą refleksji nad tym, co jest istotne dla matematycznego rozwoju ucznia, jakich elementów pod żadnym pozorem nie powinno w nauczaniu matematyki zabraknąć. Adresowana jest do wszystkich, którzy z jakichś względów związani są z tym nauczaniem, zwłaszcza do rodziców i nauczycieli. Dlatego też autorka dołożyła starań, co wyraźnie podkreśla, aby książka stała się przystępna dla tak szerokiego grona odbiorców. Starała się nie operować terminologią specjalistyczną, a cytowane przykłady pochodzą prawie wszystkie ze szkoły elementarnej lub pierwszego cyklu francuskiej szkoły średniej.

Wydaje mi się, że pozycja ta jest godna uwagi z co najmniej kilku przyczyn. Z jednej strony autorka stara się pokazać, jak w rzeczywistości (a nie w teorii!) wygląda kontakt dziecka z matematyką. Co więcej, próbuje wyróżnić pewne charakterystyczne cechy zachowań w takich okolicznościach. Z drugiej strony pokazuje, jak bardzo głębokie i wręcz zaskakujące mogą być przyczyny pewnych kłopotów z matematyką. Sądzę wobec tego, że „Fabrice ou l'école des mathématiques" może zainteresować tych wszystkich, których interesuje obserwacja i analiza zachowania uczniów zajmujących się matematyką. Z myślą o nich zdecydowałam się zaprezentować książkę w sposób następujący:

- uważniej przyjrzeć się przykładom oraz analizom zarówno pożądanych, jak i niepokojących postaw, obserwowanych w czasie kontaktu z matematyką,
- zasygnalizować, czego dotyczy pozostała część książki,
- zamieścić uwagi na temat sposobu prezentacji zawartych w książce treści.

Autorka przyznaje, że do pamiętnego, przełomowego dla niej spotkania z Fabrycym (tytułowym bohaterem książki), przez pomoc w wypadku kłopotów z matematyką rozumiała uzupełnianie luk w wiedzy dziecka, prostowanie sposobów myślenia, walkę z popełnianymi błędami. Zjawisko, którego stała się świadkiem, polegające na aktywnym wkroczeniu chłopca w sferę rozważań matematycznych (czemu towarzyszyła gwałtowna przemiana w sferze emocjonalnej) wywołało u niej mocne przekonanie, że to właśnie uczestniczenie w prawdziwej aktywności matematycznej jest kluczowym czynnikiem matematycznego rozwoju dziecka.

W tym miejscu rodzi się potrzeba sprecyzowania, jakie zachowanie za taką aktywność uznamy oraz jakie okoliczności sprzyjają jej powstaniu. Prezentowana przeze mnie książka nie odpowiada na to wyczerpująco, ale przedstawione w niej próby poczynione w tym kierunku są - moim zdaniem - godne szczegółowszego omówienia.

Autorka pisze o trzech rodzajach postaw uczniów w toku ich kontaktu z matematyką:

- pierwszej (najbardziej pożądanej), którą nazwałabym matematycznym obcowaniem z materią matematyczną,

- drugiej (zdegenerowanej), polegającej na posługiwaniu się swoimi własnymi, nie mającymi zazwyczaj nic wspólnego z metodą matematyczną, sposobami radzenia sobie z matematyką w szkole,

- trzeciej, wiążącej się z brakiem aktywności wobec matematyki (czy to w pozytywnym, czy negatywnym sensie).

Za najbardziej niepokojącą uważa postawę drugą, kiedy utrwaliły się już u ucznia pewne niepożądane, niematematyczne sposoby postępowania w ramach matematyki.

Znów pojawia się więc pytanie, jak rozstrzygnąć, czy aktywność dziecka ma charakter matematyczny, czy też nie. Autorka pisze: „Załóżmy na przykład, że prezentuję wam twierdzenie, czy też rozwiązanie zadania. Zgadzacie się ze mną krok po kroku i tak dochodzimy do końcowego wniosku, który też akceptujecie. Lecz - co brzmi paradoksalnie - nie byłabym tu w żadnym wypadku pewna, czy ta zgoda wymagała aktywności matematycznej z waszej strony. Nawet jeśli umiecie krok po kroku odtworzyć przedstawione wam przed chwilą rozumowanie, do odtworzenia wystarczą jedynie pewne obycie z terminologią, pamięć oraz zręczność; nie widać, dlaczego akurat zdolność odtworzenia tekstu matematycznego miałaby być zupełnie innej natury niż zdolność odtworzenia (w takich samych warunkach) tekstu z zakresu geografii, ekonomii, biologii lub chemii. Na podstawie samego odtworzenia tekstu matematycznego można jedynie przypuszczać, że zaangażowana tu była aktywność matematyczna, ale nie można mieć pewności.

Jeśli zaś, przeciwnie, prezentacja ta wywoła u was opory, propozycje, reminiscencje, problemy, jeśli przy odtworzeniu utkniecie gdzieś nagle, jeśli z kolei wybrniecie z tego, ale wyprowadzi was to na zupełnie inną drogę niż zaprezentowana, to mogę mieć pewność, że rzeczywiście obcujecie z matematyką" (str. 248, 249).

Nie są to - oczywiście - ostre kryteria, pozwalające jednoznacznie rozpoznać aktywność matematyczną - tym bardziej, że o ile pytania i błędy są jej nieodłącznymi częściami składowymi, o tyle trudno ustalić, w jakich granicach są to jeszcze symptomy postawy pożądanej. Z drugiej strony warto przecież i sobie, i uczniowi uzmysłowić, że są to zjawiska nieodłącznie towarzyszące obcowaniu z materią matematyczną i nie należy się ich wstydzić i lękać.

„Fabrice ou l'école des mathématiques" prezentuje kilka przykładów „aktywności ujętych na żywo", które autorka stara się następnie zanalizować. Najwięcej spostrzeżeń dostarcza rozmowa Stelli Baruk z 14-letnim Danielem na temat równania. Chłopiec ten - niezaprzeczalnie inteligentny, obdarzony bogatą wyobraźnią - doskonale radził sobie z nauką w szkole ... z wyjątkiem matematyki. Tu sytuacja wyglądała zupełnie beznadziejnie.

Wspomniana rozmowa została w książce przytoczona w całości (na marginesie zasygnalizowano fragmenty istotne z punktu widzenia dalszej analizy). Autorka pisze, że zamierzała po kolei zanalizować pojęcia równości, tożsamości, relacji, równania (wiążące się z różnymi sposobami odczytywania znaku „="), aby dzięki temu określić, na czym polega specyfika równania. Poza tym, aby uwolnić się od różnego rodzaju niewłaściwych skojarzeń, planowała omówić znaczenie liter, cyfr, znaków operacji, wyrażeń algebraicznych.

W rzeczywistości pojawiło się dodatkowo wiele nieprzewidzianych elementów. Przebieg rozmowy był więc następujący:

1. Daniel twierdzi, że wie, co to jest równanie („To są liczby i litery"), ale nie potrafi sformułować instrukcji, według której autorka mogłaby pisać równania.

2. Zachęcony do tego, formułuje najpierw instrukcję, według której można rysować drzewa. Później - przez analogię - robi to dla równania („Proszę napisać liczbę, literę, plus, liczbę, minus, inną literę (...), równa się (...), za równością oczywiście: litera, plus, liczba (...)").

3. Dowiaduje się, że litery i cyfry - to tylko rysunki pewnych obiektów i że na przykład litery mogą oznaczać w różnych sytuacjach różnego rodzaju obiekty (X w imieniu Xavier; rzymskie X). Cały napis, to też oznaczenie, na przykład „poniedziałek, 12 czerwca" oznacza datę. Zauważa: „Czyli to jakby ideogram".

4. Dziwi się: „Jeśli litery przedstawiają również liczby, dlaczego nie używa się tylko liczb?". Dzięki dyskusji dostrzega korzyści wynikające na przykład z literowych oznaczeń długości boków prostokąta dla sformułowania reguły na obliczanie pola prostokąta (w pierwszym prostokącie 4 mnożymy przez 3, w drugim: 14 przez 17 ... „ciągle tak samo", stąd a mnożymy przez b dla prostokąta o bokach a i b).

5. Zaczyna dostrzegać różnicę między operacją, rachunkiem a wynikiem (w domu towarowym kasjerka dobiera operację, maszyna wykonuje rachunek i podaje wynik).

6. Szokuje go fakt, że wyrażenie 5 + 7 = 15 nazywa się równością. Po rozmowie na temat zdań prawdziwych i fałszywych (w szczególności równości) pyta: „Czemu służy pisanie równości fałszywych?" Dowiaduje się, że pisze się je w sposób zamierzony (na przykład zaokrąglone rachunki w sklepie) lub niezamierzony (na przykład błąd w rachunkach). Ta ostatnia sytuacja wywołuje u niego gwałtowne emocje - przypomina sobie niesprawiedliwość, jaka go kiedyś spotkała: nauczyciel całkowicie przekreślił jego zadanie, choć operacja była dobrana właściwie, a błędy były wyłącznie natury rachunkowej.

7. Udaje mu się rozwiązać równanie (5+x=8):

„Czy to jest równość prawdziwa? (...)

To zależy: jeśli x ma wartość 3, to równość jest prawdziwa.

A jeśli nie?

To jest fałszywa".

W tym momencie: „Fala krwi napływa na jego policzki... Daniel na chwilę nieruchomieje z ustami lekko otwartymi, nie oddycha... Kilka sekund ciszy..."

Tu chciałabym podkreślić, iż - według autorki - aktywności matematycznej towarzyszą nieodłącznie silne emocje pozytywne. Przy tym nie chodzi tu na przykład o ulgę odczuwaną w związku z pierwszymi udanymi zmaganiami z matematyką, ale raczej o intensywną przyjemność, której źródłem jest sama matematyka.

Autorka opisuje postawę Daniela, analizując ją w trzech płaszczyznach:

- propozycji,
- oporów,
- mnemonicznej.

Pierwsza płaszczyzna dotyczy samego podjęcia ryzyka wkroczenia w dziedzinę matematyki. Taki charakter ma tu na przykład uwaga o ideogramie (jakby na potwierdzenie swej obecności w dziedzinie matematyki Daniel zadaje bezpośrednio po tym całą serię pytań „dlaczego"). Źródłem takiego pożądanego kroku jest przeważnie dostrzeżenie analogii („to jest jakby...", „to jest to samo...").

Druga płaszczyzna wiąże się ze zderzeniem tego, co dla ucznia

nowe, z wiedzą i umiejętnościami nabytymi wcześniej: bądź w trakcie dotychczasowej edukacji szkolnej, bądź jako wynik doświadczeń pozaszkolnych. Zderzenie takie narusza dotychczas ustaloną w umyśle dziecka równowagę, dlatego też wywołuje opory. Przykład: zderzenie informacji o tym, że litery mogą reprezentować liczby, z dotychczasowymi wiadomościami na temat użycia liter i liczb. Jako dowód zaistniałego konfliktu autorka przytacza pytanie chłopca o powód jednoczesnego występowania liczb i liter-liczb.

Trzecia płaszczyzna dotyczy pewnych nieoczekiwanych reakcji, charakteryzujących się dużym zaangażowaniem emocjonalnym, towarzyszących korzystaniu z wcześniej przyswojonych i zapamiętanych wiadomości. Wygląda to, jakby jednocześnie zostało zapamiętane coś, co swego czasu wzbudziło silne emocje. Oczywiście, może stanowić to wręcz przeszkodę dla bieżącej aktywności. W opisanej rozmowie sytuacją tego typu jest nagłe przypomnienie sobie doznanej niegdyś krzywdy: „Operacja była właściwa (...) Przekreślono wszystko" (część 6 rozmowy).

Oczywiście jedynie sygnalizuję, jaki charakter ma przeprowadzona w książce analiza. Dodałabym jeszcze tylko, że na ogół nie zdajemy sobie sprawy, jak wielka jest ilość różnego rodzaju materiału (i graficznego, i słownego; idee, pojęcia, reprezentacje, emocje, zderzenia itp.), który uczestniczy w powstawaniu nowej jednostki pojęciowej (tu równania).

Jak już wspomniałam, autorka prezentuje też przykłady niematematycznego radzenia sobie z matematyką w szkole. Postawy, jakie przejawiają uczniowie, mogą się wiązać na przykład z ich własnymi predyspozycjami (dobra pamięć wzrokowa lub słuchowa), czy też na przykład z przeżyciami i urazami (różnego rodzaju kompleksy i zahamowania).

O efektach wizualnych autorka pisze przy okazji analizy prac pisemnych dotyczących badania przebiegu zmienności funkcji. Wiele z pozoru bezsensownych wyników daje się wytłumaczyć za pomocą kilku typów skojarzeń wzrokowych wyniesionych z wcześniej konstruowanych tabelek. Te charakterystyczne organizacje tabelek - to na przykład:

(1)

x	$-\infty$	$+\infty$
$f'(x)$		
$f(x)$	$-\infty$	$+\infty$

(Tzw. „organizacja czterech kątów")

(2a)

x	
$f'(x)$	$+$
$f(x)$	$\nearrow$

(2b)

x	
$f'(x)$	$-$
$f(x)$	$\searrow$

A oto jak zostały one „wykorzystane" przy badaniu przebiegu zmienności funkcji $f(x)=3x^4 - 6x^2$:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0 $+$	0 $-$	0 $+$	
$f(x)$	$-\infty \searrow$	$-3 \nearrow$	$0 \searrow$	$-3 \nearrow$	$+\infty$

Teraz zacytuję przykład skojarzenia słuchowego (przynajmniej w tym kierunku poszła analiza dokonana przez autorkę):

„- Siedem dzielone przez trzynaście?

- To jest π .

- Jak to, ile?

- Ależ tak, trzy czternaście..."

Autorka sądzi, że dokonało się to na zasadzie skojarzeń:

SIEDEM dzielone przez TRZY,

TRZY (zostaje zapamiętane),

SIEDEM razy dwa (mocno zakodowana tabliczka mnożenia przez dwa) CZTERNAŚCIE.

Rozwinięciu się prawdziwej aktywności matematycznej mogą stanąć na przeszkodzie kompleksy i urazy wyniesione z dzieciństwa. Autorka przytacza przykład tzw. kompleksu wilka u jednego z małych uczniów. Nie mógł on przyswoić sobie pojęcia kąta, gdyż przecinające się proste kojarzyły mu się z paszczą wilka, a to z kolei wywoływało stany lękowe.

Przykłady aktywności matematycznych oraz przeciwnie - postaw zdegenerowanych, wstępne analizy, i dzięki temu próby określenia niedostatków obecnego stylu uczenia matematyki - to treść pierwszej części książki. Wywiady prezentujące pożądane postawy wobec matematyki przytoczone są prawie w całości, postawy negatywne zilustrowano wybranymi fragmentami z działalności uczniowskiej. Druga część książki - to jakby próba refleksji nad możliwościami wykorzystania materii matematycznej do stworzenia sytuacji sprzyjających prawdziwej aktywności matematycznej. Rozważania te dotyczą określenia i uwzględnienia specyfiki jednostki - jej predyspozycji i już zdobytych przez nią doświadczeń, zaś z drugiej strony - wykorzystania wniosków płynących z historii matematyki (na przykład analiza źródeł pewnych pojęć).

Książka kończy się gorącym apelem o walkę z matematyką szkolną jako narzędziem terroru wobec uczniów i ich rodzin, postuluje uwzględnianie możliwości ucznia, aby obcowanie z matematyką nie tylko nie było dla dziecka udręką, lecz nawet mogło mu sprawiać przyjemność.

Zachęcam gorąco do lektury tej książki; chciałabym jednak uprzedzić, że - niestety - wymaga ona dobrej znajomości języka francuskiego. Mnóstwo tu złożonych i wręcz niezrozumiałych dla nie-Francuza przenośni oraz wyrazów jedynie bardzo subtelnie różniących się między sobą znaczeniem (różnice te mają istotne znaczenie dla zrozumienia myśli autorki). Zastrzeżenia z kolei mogą też budzić niektóre (co prawda nieliczne) nie w pełni przekonujące analizy (na przykład właśnie cytowane „7:13= π"). Poza tym autorka nie ustrzegła się czasem - będąc bardzo emocjonalnie zaangażowana w to, o czym pisze - długich, wyraźnie nużących, „lamentujących" fragmentów.

To wszystko nie przytłacza jednak zasadniczych walorów tej książki. Przypomnę je jeszcze raz w skrócie:

- nowe spojrzenie na niedostatki obecnego stylu nauczania matematyki i próby określenia, czego miałyby dotyczyć ewentualne zmiany (godne uwagi jest tu stwierdzenie, że wątpliwe jest, aby na przykład mogła pomóc nowa odgórna reforma zmieniająca tylko treści nauczania);

- próba analizy aktywności matematycznej (przykłady są ciekawe, analizy staranne);

- podkreślenie znaczenia, jakie ma zbadanie zdobytych przez ucznia doświadczeń i umiejętności oraz poznanie specyficznych cech jego charakteru dla pokierowania dalszą edukacją dziecka;

- przystępność książki (w tym sensie, że nie ma tu zaawansowanej terminologii naukowej, a przykłady pochodzą z podstawowego zakresu nauczania).

Szkoda zatem, że tego rodzaju popularnonaukowych pozycji z dydaktyki matematyki nie można dostrzec na naszym rynku wydawniczym.

Agnieszka Demby (Gdańsk)