Ministerstwo Nauki i Szkolnictwa Wyższego

Recherches en didactique des mathématiques, Editions La Pensée Sauvage, Grenoble, Editions de la Maison des Sciences et de l'Homme, Paris, Vol. 1.1, 1.2, 1.3 (1980).

Czasopismo pod tytułem w polskiej wersji: "Badania w zakresie dydaktyki matematyki" jest nowym, ukazującym się od roku 1980 periodykiem poświęconym dydaktyce matematyki, redagowanym i publikowanym we Francji w językach francuskim i angielskim.

We wstępie do pierwszego tomu czasopisma określa się jego profil w sposób następujący: "Artykuły, które tu będą publikowane, będą poświęcone sprawozdaniom z badań eksperymentalnych prowadzonych w dydaktyce matematyki i odnoszących się do:

- precyzowania faktów istotnych dla dydaktycznej komunikacji;
- analizy zachowań i produktów pracy uczniów w procesie uczenia się;
- studiów uwzględniających epistemologię i psychologię, dotyczących treści i pojęć matematycznych w ich związkach z charakterystykami sytuacji, w których te treści i pojęcia funkcjonują, i w których się tworzą;
- metodologii badań: obserwacja, kwestionariusze, ankiety itp.;
- rozważań na temat problematyki, precyzowania tematów specyficznych oraz teorii stanowiących ich podstawę".

Periodyk jest adresowany przede wszystkim do pracowników nauki, zajmujących się dydaktyką matematyki, do nauczycieli, do zawodowych matematyków i osób odpowiedzialnych za stan oświaty. W zasadzie jeden tom zawierać ma prace skoncentrowane dokoła wspólnego problemu. Zamieszcza się także tu różne informacje dotyczące działalności ośrodków badań w zakresie dydaktyki matematyki, kongresów i publikacji związanych z problemami nauczania matematyki, oraz krótkie prezentacje rozpraw, nie publikowanych w całości.

Tom 1.1 (1980) zawiera, poza wstępem i końcowym rozdziałem zatytułowanym "Informacje", cztery rozprawy:

Guy Brousseau: Problèmes de l'enseignement des décimaux - Problemy nauki o liczbach dziesiętnych;
Kathleen Hart: From whole numbers to fractions and decimals - Od liczb całkowitych do ułamków i liczb dziesiętnych;
Regine Donady: Approche des nombres réels en situation d'apprentissage scolaire (enfants de 8 à 11 ans) - Podejście do liczb rzeczywistych w sytuacji szkolnego nauczania (dzieci w wieku od 8 do 11 lat);
Alan W.Bell: Developmental studies in the additive composition of numbers - Studia rozwoju w zakresie dodawania liczb.

W pierwszej z tych prac Guy Brousseau analizuje bardziej szczegółowo różne metody dydaktycznego opracowania nauki o liczbach dziesiętnych w szkołach francuskich w ciągu dwudziestolecia 1960 - 1980. Odwołując się do teorii Piageta, prac Bachelarda oraz do badań wyników nauczania w tym zakresie, poddaje te metody ostrej krytyce; podkreśla, że modernizacja programów i podręczników szkolnych z okresu reform lat 1970 nie usunęła nieporozumień matematycznych i dydaktycznych, oraz nie wypełniła luk epistemologicznych w podstawach tych koncepcji. Zapowiada drugą część pracy, która ma być poświęcona przedstawieniu koncepcji wypracowanej i wyeksperymentowanej pod jego kierunkiem. W zakończeniu wskazuje podstawowe idee tych badań, formułując je w kilku ustępach określonych hasłami: Problemy nauczania i problemy matematyczne, Epistemologia i Matematyka, Precyzowanie koncepcji i sytuacji, Od porządku dyskretnego do porządku gęstego, Od miary do homotetii w zbiorze D (liczb dziesiętnych), Od struktury do reprezentacji.

Artykuł Kathleen Hart jest związany z badaniami prowadzonymi przez grupę CSMS (Concepts in Secondary Mathematics and Science - Pojęcia w nauczaniu matematyki i nauk przyrodniczych w szkole średniej), działającej przy Uniwersytecie w Londynie. Przedmiotem prac podzespołu zajmującego się problemami nauczania matematyki jest, jak pisze autorka: "ujawnienie hierarchii w

rozumieniu szkolnej matematyki na poziomie średnim, w celu przekazania tych informacji nauczycielom i osobom zajmującym się konstruowaniem programów". Termin "hierarchia" oznacza tu pewien system poziomów rozumienia, wiadomości, sprawności.

Autorka próbuje określić te poziomy na podstawie badań testowych, którym poddano tysiąc dzieci w wieku od 12 do 16 lat i które dotyczyły działań na liczbach, ułamków, liczb dziesiętnych i zmiennych. Wysnuwa stąd wnioski odnoszące się do nauczania dzieci angielskich, między innymi "w obecnej sytuacji nie jest korzystne nauczanie wszystkich dzieci tak, jakby rozporządzały one tą samą podstawową wiedzą i były zdolne do uczenia się tych samych treści w tym samym zakresie" i "Zakładanie, że dziecko w wieku lat 15 jest o wiele lepsze w matematyce niż dziecko w wieku lat 12 jest nieporozumieniem".

Regine Donady w swym artykule daje sprawozdanie z całego ciągu sytuacji problemowych organizowanych w toku kierowanego przez nią kilkuletniego eksperymentu, w ramach którego dzieci w wieku od 8 do 10 lat konstruują liczby aż do intuicyjnego ujęcia liczby rzeczywistej. Kolejne rozszerzenia dokonują się w toku rozwiązywania problemów, związanych przede wszystkim z mierzeniem wielkości fizycznych jako procesem prowadzącym do matematycznych modeli liczbowych ze szczególnym uwzględnieniem wyznaczania długości i pól. Opisu eksperymentalnych sytuacji dokonuje się w stosunku do każdej fazy w dwóch płaszczyznach:

(1) Scharakteryzowanie konkretnej sytuacji (materiał, zadanie, organizacja praktyczna, cel, obserwowane postawy dzieci, komentarze),

(2) Analiza matematyczna sytuacji prowadząca zwykle do jej aksjomatycznego sformułowania.

Zdaniem autorki te aksjomaty w ujęciu intuicyjnym, niewyrażalnym werbalnie przez dzieci stanowią bądź punkt wyjścia dla rozwiązania problemu, bądź wynik wewnętrznej myślowej konstrukcji.

Przedmiotem artykułu A.W.Bella jest przedstawienie pewnych eksperymentów prowadzonych pod jego kierunkiem w Nottingham w roku 1972. Obejmowały one cztery rodzaje problemów: (1) składania przemieszczeń na liniowej skali i na uproszczonej tarczy zegarowej, (2) interpretacja i ocena numerycznych przedstawień sytuacji dotyczących pozytywnych i negatywnych zmian, (3) zakres, struktura i sposób reprezentacji (symbolicznej, werbalnej, diagramowej), (4) składaniu osiowych symetrii i obrotów regularnych figur.

Punktem wyjścia są dwie idee: dane równanie numeryczne może odpowiadać różnym problemom określonym przez różne konteksty i wyrażającym różne relacje pomiędzy danymi; rozwiązywanie takich problemów wymaga czasem specyficznej symboliki, różnej od matematycznej symboliki standardowej. Autor analizuje efekty różnych kontekstów i różnych "struktur" w rozwiązywaniu problemów przez dzieci angielskie w wieku 8-9 lat i w wieku 11-12 lat zarówno statystycznie, jak i jakościowo.

Drugi zeszyt omawianego tu czasopisma (Tom 1.2 - 1980) zawiera, poza wstępem i końcowymi informacjami, dwie większe rozprawy:

Claude Comiti, Annie Bessot, Claude Pariselle: Analyse de comportements d'élèves en cours préparatoire confrontés à une tache de construction d'un ensemble équipotent à un ensemble donné - Analiza zachowań uczniów pierwszej klasy cyklu początkowego wobec zadania skonstruowania zbioru równolicznego danemu zbiorowi;

André Rouchier: Situations et processus didactiques dans l'étude des nombres rationnels positifs - Sytuacje i procesy dydaktyczne w studium liczb wymiernych dodatnich.

Pierwszy z tych artykułów przedstawia część szerszych badań poświęconych nauce o liczbie naturalnej w pierwszej klasie cyklu podstawowego. Ogólnym celem tych prac jest rzucenie światła na warunki, w których uczeń konstruuje i przyswaja sobie pojęcie liczby naturalnej, w szczególności zaś ujawnienie różnych

modeli intuicyjnych (implicites) i niekompletnych liczb, funkcjonujących w umyśle ucznia w danym momencie i w danym zakresie liczb, zbadanie, jak różne równoległe modele istniejące w myśli tego samego dziecka interweniują w zależności od zadania, które mu się proponuje.

W części badań opisanej w rozważanym tu artykule uwzględnia się tylko dwie z tych zmiennych: zakres liczb i termin badań w roku szkolnym. Obserwuje się procedury stosowane przez dzieci, które mają skonstruować zbiór konkretnych przedmiotów równoliczny z innym danym im zbiorem, przy czym zmienia się liczność tego zbioru oraz moment, w którym badania się prowadzi i od którego zależy zakres liczb naturalnych już dzieciom udostępnionych. Artykuł zdaje bardzo dokładnie sprawę z toku badań i ich wyników, z uwzględnieniem różnych sposobów analizy i prezentacji tych wyników, kategoryzując różne procedury stosowane przez dzieci oraz zmiany tych procedur w zależności od wymienionych wyżej zmiennych.

Artykuł drugi z zeszytu 1.2 poświęcony jest również przedstawieniu tylko części badań prowadzonych na temat rozwiązywania tak zwanych "problemów multiplikatywnych", a więc zadań tekstowych, których rozwiązania prowadzą do równań typu $a \cdot x = b$, $x = a \cdot b$, $\frac{x}{a} = \frac{b}{c}$, gdzie a,b,c mogą być - zależnie od danych zadania - liczbami zbiorów N, Z, Q, D lub R.

Badania przedstawione w omawianym tu artykule skoncentrowano na zagadnieniach związanych z proporcjonalnością. Autor charakteryzuje najpierw z punktu widzenia epistemologicznego typy problemów związanych z proporcjonalnością, które powinny być uwzględniane w nauczaniu, analizuje teoretycznie zagadnienia na temat proporcjonalności, kryteria doboru zadań, cele specyficzne badań, charakteryzuje metody obserwacji. Następnie opisuje przebieg badań (jego fazy), zdaje sprawę z wyników, analizując zachowania uczniów i produkty ich prac.

Tom 1.3 (1980) omawianego tu periodyku, poza wstępem i końcowym rozdziałem "Informacje", zawiera trzy rozprawy:

Maria Schubauer-Leoni, Anne Perret-Clermont: Interactions sociales et représentations symboliques dans le cadre de problèmes additifs - Interakcje socjalne i reprezentacje symboliczne w dziedzinie problemów addytywnych;

Nicolas Herscovics: Constructing meaning for linear equations; A problem of representation - Konstrukcja znaczenia dla równań liniowych; problem reprezentacji.

Annie Bessot, Françoise Richard: Une étude sur le fonctionnement du schéma arbre par la commande de variables d'une situation - Studium funkcjonowania schematu - drzewa tworzonego ze względu na zmienne w pewnej sytuacji.

Autorzy pierwszej z tych prac wychodzą z ogólnego założenia, że aktywność matematyczna jest aktywnością równocześnie logiczną, socjalną i kulturalną. W artykule przedstawiają fragment badań klinicznych związanych z tymi aspektami w aktywności szwajcarskich dzieci pierwszej klasy początkowego cyklu. Badania mają na celu ujawnienie wpływu pracy w zespole na rozwój umiejętności formułowania przekazu informacji dotyczących treści arytmetycznych i posługiwania się przedtem poznaną standardową symboliką. Chodzi tu w szczególności o rolę dwóch rodzajów konfliktów przezwyciężanych w toku aktywności dzieci, konfliktów występujących w toku wspólnego formułowania przekazu oraz konfliktów pojawiających się przy odbiorze i interpretacji treści przekazanych przez inne osoby. Przezwyciężanie tych konfliktów autorzy uważają za istotny czynnik rozwoju matematycznego języka dziecka.

Rozprawa Herscovicsa jest w istocie rzeczy paradygmatycznie weryfikowaną (trzech uczniów) propozycją dydaktyczną. Chodzi to o konstruowanie interpretacji równania liniowego przez uczniów piętnastoletnich, z realizacją ogólnej zasady, że do algebry trzeba podchodzić dwoma drogami: arytmetyczną i geometryczną, i od algebry należy stale przechodzić do tych dwóch różnych jej interpretacji.

Autor rozróżnia cztery modele rozumienia: instrumentalny, relacyjny, intuicyjny i formalny. W trakcie badań ujawnia konstrukcje intuicyjne i relacyjne dokonywane przez badanych uczniów (interpretacje arytmetyczne i geometryczne).

W trzeciej z rozpraw tomu 1.3 (1980) autorzy rozważają kilka problemów związanych ze stosowaniem schematów graficznych w procesie nauczania matematyki, w szczególności stosowaniem drzew. Formułują pytanie: czy schemat nie zubaża zbyt sytuacji problemowej, czy nie grozi tu niebezpieczeństwo trwałego oderwania tego, co jest reprezentowane, od tego, co reprezentuje, to jest wyeliminowania znaczenia. Stawiając uczniów w sytuacji problemowej, w której schemat graficzny (drzewo) jest dobrym środkiem prowizorycznym dla rozwiązania zadania, obserwują stosowane przez nich procedury w konstruowaniu i interpretowaniu schematu, w szczególności wykorzystują momenty blokady w procedurach dla wnikliwej analizy stosunku kodu do jego znaczenia w pracy ucznia.

Krótka informacja o pracach zawartych w zeszytach rocznika 1980 czasopisma "Récherches en didactique des mathématiques" nie jest recenzją. Lektura tych prac nasuwą wprawdzie bardzo wiele uwag różnego rodzaju, w tym także odnoszących się do metodologii badań, uwag zarówno pozytywnych, jak i krytycznych, nasuwa wiele pytań i nowych problemów, ale taka dyskusja niewiele dałaby czytelnikowi, nie znającemu samych rozpraw. Przekazując tę krótką informację, chcę zwrócić uwagę na tematykę ukierunkowaną w stronę problemów podstawowych, przede wszystkim związanych z psychologią i epistemologią w zastosowaniu do matematycznej aktywności dzieci. Prace publikowane w tym periodyku powinien poznać każdy dydaktyk matematyki.

Zofia Krygowska