ROCZNIKI POLSKIEGO TOWARZYSTWA MATEMATYCZNEGO
Seria II: WIADOMOŚCI MATEMATYCZNE XIV (1972)

Ministerstwo Nauki i Szkolnictwa Wyższego

Z. KRYGOWSKA (Kraków)

Problemy nowoczesnego kształcenia nauczycieli matematyki*

O reformie kształcenia nauczycieli matematyki dyskutujemy już od dłuższego czasu. Nowe tendencje w nauczaniu matematyki na poziomie szkoły podstawowej i średniej ujawniły tylko, jak bardzo pilna jest ta reforma. Okazało się, że trudności występujące w toku pierwszego etapu modernizacji matematyki elementarnej wynikają nie tylko z braku orientacji wielu starszych nauczycieli w rudymentach matematyki współczesnej, ale również z nieudolności metodycznej wielu innych nauczycieli, którzy przeszli już przez bardziej nowoczesne studia matematyczne. Stwierdza się również, że dokształcanie nauczycieli czynnych ma często charakter zbyt formalny i odbywa się w tempie zbyt szybkim, co powoduje, że wielu nauczycieli tak przeszkolonych zdobywa tylko namiastkę wiedzy o matematyce współczesnej, polegającą w istocie rzeczy na opanowaniu terminologii nowoczesnej bez głębszej kultury matematycznej.

Dlatego międzynarodowe kolokwium na temat problemów nauczania matematyki w średnich i wyższych szkołach krajów Europy, zorganizowane w 1968 r. w Budapeszcie, szczególnie mocno w swych obradach wyeksponowało konieczność rzetelnej analizy aktualnej struktury studiów naukowych przyszłych nauczycieli matematyki, jej permanentne ulepszanie w miarę potrzeby i dostosowanie do rzeczywistego poziomu rekrutacji do tego zawodu.

Dyskusji na temat tych problemów nie można prowadzić racjonalnie bez uprzedniej odpowiedzi na trzy następujące pytania:

1. Jakie cele stawia się nauczaniu matematyki aktualnie i w perspektywie rozwoju nauki, techniki i struktury społeczeństwa?

2. Jakie wiadomości i jaka postawa intelektualna i kulturalna nauczyciela mogą zapewnić realizację celów tak określonych?

3. Jakie są konkretne warunki kształcenia nauczycieli w danym społeczeństwie (rekrutacja do zawodu, kwalifikacje kadry kształcącej nauczycieli itp.)?

---

* Streszczenie referatu wygłoszonego na Kongresie Matematyków w Nicei, 1–10 września 1970 r.

Tymi zagadnieniami zajmowali się uczestnicy wielu kongresów międzynarodowych i zjazdów lokalnych. W rezultacie tych prac formułowano najczęściej te same postulaty. Na wspomnianym już zjeździe w Budapeszcie wskazano na dwa cele nauczania matematyki:

1. przekazywanie szerokim masom matematycznej kultury, 2. kształcenie specjalistów, którzy a) zapewnią właściwe nauczanie matematyki, b) przyczynią się do dalszego postępu nauki, c) rozwiną jej zastosowania w ścisłej współpracy ze specjalistami innych dziedzin. Podkreślono przy tym bardzo mocno, że zainteresowanie nauczaniem na poziomie średnim nie powinno być skoncentrowane tylko na kształceniu tych uczniów, którzy będą studiować w uczelniach wyższych. Inne orientacje zasługują na o wiele większą uwagę niż to było dotychczas.

Idea „kultury matematycznej dla wszystkich" była bardzo mocno wyeksponowana w toku Pierwszego Międzynarodowego Kongresu Nauczania Matematyki zorganizowanego w Lyonie w 1969 r. przez Międzynarodową Komisję do Spraw Nauczania Matematyki (przy Międzynarodowej Unii Matematycznej). Kongres polecił Komisji: „Przyszły kongres powinien poświęcić więcej uwagi matematycznemu kształceniu przedszkolnemu, nauczaniu matematyki w klasach początkowych, nauczaniu matematyki dla całej młodzieży, nauczaniu matematyki dla dorosłych". Zorganizowane w 1967 r. w Lozannie kolokwium w sprawie koordynacji nauczania matematyki z nauczaniem fizyki przyjęło jako podstawę swych prac zasadę: „każde dziecko ma prawo do wprowadzenia go w świat podstawowych i elementarnych struktur matematyki współczesnej".

Problemy kształcenia nauczycieli matematyki nie redukują się więc do problemów kształcenia *elity takich nauczycieli dla elity matematycznej uczniów*. Przeciwnie, zadaniem trudnym ale koniecznym i pilnym jest nowoczesne kształcenie *masy nauczycieli dla masy uczniów*, ponieważ nie elita nauczycieli i nie elita uczniów podniesie kulturę matematyczną społeczeństwa.

W toku prac wielu kongresów i kolokwiów międzynarodowych analizowano pojęcie „kultury matematycznej dla wszystkich", podkreślając następujące jej cechy:

1. Wiadomości podstawowe dobrze zorganizowane za pomocą struktur matematycznych uznawanych na danym etapie rozwoju nauki za fundamentalne.

2. Świadomość — choćby tylko jeszcze naiwna, przybliżona — formalnej konstrukcji matematyki, jej związków z rzeczywistością i innymi naukami (podstawowe pojęcia naukowej metodologii matematyki, definicja, twierdzenie, dowód, matematyzacja, metoda aksjomatyczna, interpretacja i stosowanie teorii matematycznej itp.).

3. Wprowadzenie w „działającą" myśl matematyczną (abstrahować, schematyzować, matematyzować, dedukować, uogólniać i uszczegółniać, odkrywać proste związki matematyczne, posługiwać się symboliką, modelami rzeczywistymi i pomyślanymi w toku rozwiązywania zadań, organizować racjonalnie dane problemu itp.).

4. Umiejętność poprawnego wyrażania własnej myśli matematycznej (definiować, przedstawiać jasno rozumowanie, formułować ściśle problem itp.).

5. Opanowanie pewnej techniki indywidualnego uczenia się matematyki (czytanie książki matematycznej, kontrolowanie rezultatów własnej pracy, poszukiwanie i poprawianie błędów w tej pracy itp.).

Oczywiście konkretna interpretacja koncepcji „kultury matematycznej dla wszystkich" musi uwzględniać możliwości uczniów i warunki nauczania — tak w zakresie samej treści jak i poziomu abstrakcji. Ale to zastrzeżenie nie zmienia istoty tej koncepcji: kultura matematyczna społeczeństwa w dobie obecnej — to nie tylko pewna sprawność w arytmetycznych najprostszych rachunkach i nie tylko znajomość pewnych prostych pojęć i twierdzeń geometrycznych, to przede wszystkim rozumienie metody matematycznego myślenia i rozwiązywania problemów, rozumienie charakteru relacyjnego i strukturalnego współczesnej matematyki, rozumienie, że właśnie dzięki tej cesze matematyka stała się „wszędzie obecna" w naszej cywilizacji.

Przekazanie tej świadomości szerokim rzeszom społeczeństwa jest dziś uważane za jeden z najważniejszych celów nauczania matematyki w ramach kształcenia ogólnego oraz reformy matematyki elementarnej i jej modernizacji.

Ten cel pociąga za sobą jako nieuniknione konsekwencje odpowiednie postulaty dotyczące kształcenia nauczycieli. Sytuacja jest trudna, bo:

1. Trzeba przygotować masę nauczycieli dla masy uczniów.

2. Nie można więc liczyć na to, że do zawodu nauczyciela matematyki będziemy przygotowywać najzdolniejszych studentów matematyki. Wprost przeciwnie, trzeba liczyć przede wszystkim na studenta przeciętnego (w niektórych krajach nawet na studenta słabego) jako na przyszłego kandydata do tego zawodu.

3. Tacy właśnie studenci (średni i słabsi) powinni poznać współczesną matematykę dosyć głęboko nie tylko w zakresie wiadomości, ale także w zakresie ogólnej kultury matematycznej, poprzednio scharakteryzowanej.

Współczesna struktura studiów matematycznych przyszłych nauczycieli matematyki nie jest dostosowana ani do tych warunków społecznych, ani do tych potrzeb społecznych. Dla wielu średnich studentów studia

matematyczne — to stałe, pospieszne przygotowywanie się do egzaminów, traktujących problemy izolowane, przygotowanie bez uświadomienia sobie struktury przedmiotu, bez refleksji metodologicznej, skoncentrowane natomiast na pamięciowym opanowaniu materiału i przyswojeniu sobie pewnych mechanizmów w rozwiązywaniu typowych problemów. Tęgo rodzaju studia oparte na pochłanianiu informacji, a nie na kształceniu matematycznej myśli, nie sprzyjają oczywiście aktywnemu wprowadzeniu studenta w świat kultury matematycznej jego epoki.

Przyszły naukowiec przechodzi także przez ten etap intensywnej informacji. Ale 1° jest on bardzo zdolny, przygotowuje się więc łatwiej do egzaminów i ma czas na aktywne studiowanie podstaw matematyki, 2° rozwija swoją aktywność matematyczną w dalszym ciągu, w toku zaawansowanych seminariów, w toku badania naukowego. Tworząc matematykę asymiluje kulturę matematyczną swych czasów. Studia studenta przeciętnego — typowego kandydata do zawodu nauczyciela matematyki — zatrzymują się najczęściej na tym pierwszym etapie intensywnej informacji. Zbyt często zatem zdarza się, że żądamy od nauczyciela matematyki aktywnego wprowadzenia ucznia w elementy kultury matematycznej, w które on sam w toku swych studiów nie został głębiej wprowadzony.

Ta sytuacja nie ulegnie zmianie bez zasadniczych zmian w aktualnych koncepcjach matematycznych studiów przyszłych nauczycieli matematyki. Analiza tych koncepcji prowadzona w wielu krajach, w toku gorących dyskusji i sporów, zarysowuje już ogólne tendencje:

1. Kształcenie nauczycieli matematyki wymaga specjalizacji uwzględniającej potrzeby tego zawodu.

2. Przeciążenie programów paraliżuje aktywność matematyczną przeciętnego studenta. Doświadczenia dowodzą, że redukcja materiału studiów na rzecz głębszego opracowania idei i technik szczególnie ważnych z punktu widzenia współczesnej myśli matematycznej i ich transmisji do szkoły sprzyja rozwojowi samodzielnej aktywności matematycznej nawet studentów słabszych.

3. Przekazywanie wiedzy matematycznej należy oprzeć na syntetycznej koncepcji matematyki współczesnej. Zamiast studiować liczne przedmioty słabo powiązane, zamiast przechodzić przez wiele egzaminów szczegółowych, student, przyszły nauczyciel, powinien być wprowadzony w świat matematyczny nielicznymi drogami, ale za to prowadzącymi go do tego, co jest w tym świecie dziś najistotniejsze.

4. Kształcenie studenta na dobrego nauczyciela matematyki wymaga takiej organizacji studiów, aby mógł on i musiał studiować samodzielnie i nawet przeprowadzić skromne badania naukowe — oczywiście drobne i dostosowane do jego możliwości. Tego postulatu nie zrealizujemy bez

poważnej redukcji wykładów kursowych na rzecz seminariów i konsultacji oraz bez zmiany koncepcji ćwiczeń związanych z tymi wykładami. Tradycyjnie te ćwiczenia są poświęcone zastosowaniu prawie mechanicznemu teorii wyłożonej w wykładzie kursowym, rozwiązywaniu standardowych zadań, ewentualnie uzupełnieniu wykładu lub jego zastępowaniu (bo i to się zdarza). Tego rodzaju ćwiczenia powinny być częściowo zastąpione przez stwarzanie sytuacji otwartych, które prowadzą do aktywności matematycznej, wyrażającej się w procesach myślowych, takich jak: uogólnienie definicji czy twierdzenia, tworzeniu jakiegoś pojęcia w toku matematyzacji pewnej sytuacji, konstruowanie przykładów i kontrprzykładów, formułowanie problemów i hipotez itp. Nie wolno nam zapominać, że nowoczesne nauczanie matematyki w szkole — zgodnie z wymogami dzisiejszej dydaktyki — polega właśnie na stawianiu ucznia wobec takich sytuacji otwartych. Czy nauczyciel, który ani razu w czasie swych studiów nie znalazł się w takiej sytuacji, może uczyć nowocześnie matematyki? Oczywiście nie — a przecież powinien móc właśnie w tym zakresie skorzystać z twórczej atmosfery szkoły wyższej, w której studiuje.

5. Tradycyjne wykłady kursowe są dla przeciętnego studenta monotonnymi łańcuchami definicji, twierdzeń i dowodów. Najczęściej nie widzi on poza tą formalną fasadą żywej matematyki, z jej przeszłością i perspektywami, z jej mechanizmami rozwoju. Bardzo często nie zna on motywacji takiego czy innego uogólnienia. Zdarza się również w uczelniach, w których wykłady koncentrują się tylko na przekazaniu studentowi matematyki w jej najbardziej abstrakcyjnym, współczesnym ujęciu, że student nie widzi związku teorii z jej elementarnymi modelami, zdarza się i na odwrót, że eksponuje się te elementarne modele, zamiast ukazywać je jako proste egzemplifikacje ogólnych struktur. Student często nie rozumie znaczenia metody, z którą zapoznaje się na jakimś konkretnym materiale, nie wyobraża sobie nawet jej zasięgu. Wiele wykładów kursowych w ujęciu tradycyjnym pomija komentarze metodologiczne i historyczne, które przecież ujawniają matematyczną myśl w twórczej akcji, co z punktu widzenia przygotowania przyszłego nauczyciela jest szczególnie ważne. Nie wolno nam przy tym zapominać, że dla przeciętnego studenta, dla którego bardziej zaawansowane seminaria są niedostępne, i który szybko kończy swe kontakty z światem naukowym, właśnie wykłady kursowe są podstawą matematycznego wykształcenia. Reforma kształcenia nauczyciela matematyki wymaga nowej koncepcji wykładu kursowego z matematyki.

6. Dydaktyka matematyki zostawiła już za sobą etap traktowania jej tylko jako praktycznego przygotowania do zawodu i staje się nauką ściśle związaną z samą matematyką i jej naukową metodologią. Nowoczesne kształcenie nauczyciela matematyki nie może ignorować tego faktu. Przyszły nauczyciel już w czasie swych studiów powinien być

wprowadzony w badania organizowane przez najważniejsze ośrodki dydaktyki matematyki na świecie, w takiej samej mierze, w jakiej przyszły naukowiec już w czasie swych studiów zapoznaje się z działalnością ośrodków badań związanych z jego specjalnością. Wyposażenie Wydziału czy Instytutu musi w tym celu zapewnić studentowi odpowiednie źródła informacji i materiały do studiów z zakresu dydaktyki matematyki (książki metodyczne i podręczniki matematyki dla szkół średnich i podstawowych z różnych krajów, programy nauczania matematyki na świecie, czasopisma poświęcone problemom dydaktyki matematyki, sprawozdania z kongresów poświęconych tym problemom, materiały dydaktyczne, reprezentatywne dla współczesnych tendencji modernizacji nauczania matematyki, wydawnictwa organizacji międzynarodowych, np. UNESCO, przeznaczone przecież dla nauczycieli wszystkich krajów i do dziś nieznane studiującym matematykę kandydatom do tego zawodu, filmy matematyczne i dydaktyczne itp.). Nauczyciel, który zna tylko program obowiązujący w jego kraju, który nie widział innego podręcznika matematyki, jak tylko ten jedyny, z którym idzie do klasy, którego nie zainteresowano tym, co się dzieje w innych krajach w zakresie dydaktyki matematyki, którego nie wprowadzono w porównawcze studium różnych koncepcji matematyki elementarnej i jej nauczania, stanie się szybko konserwatystą, wrogim reformom tej matematyki i we własnym kraju. Wykształcenie jego metodologicznej myśli, giętkiej, otwartej na wszystko, co postępowe w dydaktyce, odpornej na niebezpieczeństwa rutyny — to jeden z najważniejszych celów jego studiów naukowych.

Utworzenie w ostatnich czasach instytucji takich, jak katedry dydaktyki matematyki czy instytuty badań nad nauczaniem matematyki związane ściśle z wydziałami uniwersytetów obejmującymi kierunek matematyki (na przykład IREM we Francji) dowodzi, że reforma kształcenia nauczycieli matematyki już przechodzi od etapu dyskusji do etapu realizacji niektórych postulatów w tej dyskusji formułowanych. To jednak jest tylko zapowiedzią zmian, które powinny być oparte na jasnej koncepcji kształcenia nauczyciela matematyki dla współczesnej szkoły, nauczyciela przygotowanego do transmitowania kultury matematycznej do szerokich rzesz społeczeństwa.

Nauczyciel matematyki nie powinien się czuć nieudanym matematykiem. Powinien być matematykiem — specjalistą w dziedzinie nauczania. Ta specjalizacja — to nie tylko przygotowanie pedagogiczne, to przede wszystkim specjalistyczne przygotowanie matematyczne, uwzględniające potrzeby zawodu. To z kolei nie polega na zubożeniu i sprymityzowaniu jego wiedzy matematycznej, na mechanicznym przycinaniu treści studiów, która w szerszym zakresie jest udostępniona innym orientacjom matematycznym, ale na bardzo wnikliwym doborze takich elementów współczesnej matematyki, które w sumie ukształtują właściwie kulturę matema-

tyczną nauczyciela. W świetle takiej właśnie analizy może się okazać, że dziś jeszcze uczymy naszych studentów — przyszłych nauczycieli — równocześnie i za dużo i za mało, że przeciążamy ich szczegółami pewnych teorii, które z punktu widzenia ich specjalizacji mają małe znaczenie, nie wprowadzając ich w elementy innych teorii współczesnych, ważniejszych z tego punktu widzenia, ale może mniej ważnych dla przyszłego naukowca, specjalizującego się w wąskiej dziedzinie matematyki. Wypracowanie nowej koncepcji kształcenia matematyków — specjalistów w zakresie nauczania matematyki — wymaga oderwania się od tradycyjnych poglądów na kształcenie nauczycieli niezależnie od tego, czy wyrażają one ignorowanie potrzeby takiej specjalizacji, czy na odwrót, w imię tej specjalizacji, prowadzą do zubożenia i sprymityzowania matematycznego wykształcenia nauczyciela.