wmptm 1897

również absolutna teoria kąta równoległości. Rozdział poświęcony geometrii absolutnej został zakończony wprowadzeniem współrzędnych na prostej i rozważaniami metageometrycznymi: Autorzy udowodnili niesprzeczność geometrii absolutnej przez podanie dwu modeli arytmetycznych: modelu kartezjańskiego i modelu Kleina. Przykłady te dowodzą równocześnie niesprzeczności geometrii euklidesowej i geometrii Bolyai–Łobaczewskiego oraz niekategoryczności geometrii absolutnej. Z niezależności aksjomatów udowodniono tylko niezależność aksjomatu ciągłości.

Rozdział drugi poświęcony geometrii euklidesowej zawiera aksjomat Euklidesa i wynikające zeń uzupełnienia geometrii absolutnej do euklidesowej. Ze względu na bardzo rozbudowaną geometrię absolutną autorzy mogli na dwunastu stronach doprowadzić do twierdzenia o kategoryczności geometrii euklidesowej.

Nieco dłuższy jest rozdział poświęcony geometrii Bolyai–Łobaczewskiego. Została tu rozwinięta teoria defektu trójkąta, wielokąta i dowolnej figury płaskiej. Analityczna postać funkcji Łobaczewskiego jest otrzymana przez badanie horycyklu. Rozdział kończy twierdzenie o kategoryczności geometrii Bolyai–Łobaczewskiego.

Część druga jest poświęcona geometrii rzutowej trójwymiarowej. Wykład geometrii rzutowej jest również prowadzony aksjomatycznie. Pojęciami pierwotnymi są punkty, proste, płaszczyzny i relacja porządku cyklicznego na prostej. Podobnie jak w części pierwszej, proste i płaszczyzny są traktowane jako zbiory punktów. Wykład geometrii rzutowej jest doprowadzony do twierdzeń o niesprzeczności i kategoryczności.

Książka była początkowo pomyślana jako podręcznik akademicki. Kompletność dowodów i obszerność wykładu zrobiło z niej jednak raczej monografię. W związku z tym należy żałować, że jest ona pozbawiona choćby częściowej bibliografii. Jedynie we wstępie podano kilka historycznie najważniejszych pozycji.

Precyzja dowodów wymagała wprowadzenia wielu specjalnych oznaczeń. Oznaczenia te odznaczają się wyjątkową konsekwencją i przejrzystością (czego nie można powiedzieć o pierwszym wydaniu). Umieszczony na końcu książki wykaz symboli z odesłaniem do definicji znacznie ułatwia czytanie.

Niniejsze wydanie książki jest zbliżone do wersji angielskiej i zawiera wiele zmian w porównaniu z poprzednim wydaniem polskim. Jednakże to, że jest ona nową wersją książki, która została wydana piętnaście lat temu, zaciążyła, jak to słusznie zauważyli we wstępie autorzy, zarówno na układzie książki, jak i na samej jej treści. Nie rozpatruje się w niej zupełnie geometrii elementarnej i zagadnień z tą teorią związanych, jakkolwiek autorzy starają się unikać, jak długo tylko można, nieelementarnego aksjomatu ciągłości. Nie rozpatruje się w tej książce zagadnień zupełności i nieroztrzygalności. Należy jednak mieć nadzieję, że autorzy przedstawią nam wkrótce nową książkę o podstawach geometrii, napisaną równie dobrze jak ta, ale zawierającą bardziej nowoczesną treść.

Lesław Szczerba

Stanisław Hartman, *Wstęp do analizy harmonicznej*, Biblioteka Matematyczna, tom 33, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1969, str. 142, cena zł 28.—

Na początku muszę podkreślić, że nie jestem specjalistą w zakresie abstrakcyjnej analizy harmonicznej i dlatego nie mogę oceniać tutaj doboru materiału w książce profesora Hartmana. Przedstawiam więc zakres materiału objętego przez książkę krótko i bezkrytycznie.

Ministerstwo Nauki i Szkolnictwa Wyższego

Wstęp i trzy pierwsze rozdziały dają ogólne podstawy analizy harmonicznej. Są one poświęcone przypomnieniu pewnych faktów z ogólnej teorii algebr Banacha, reprezentacjom algebr grupowych, reprezentacjom grup zwartych oraz twierdzeniu Plancherela i twierdzeniu o dualności dla grup abelowych. Lektura tych rozdziałów była dla mnie bardzo trudna, częściowo niewątpliwe z powodu niedostatecznego przygotowania. Jednak wydaje mi się, że niewiele lepszego przygotowania można się spodziewać u większości czytelników, dla których lektura książki profesora Hartmana będzie pierwszym kontaktem z analizą harmoniczną. Dlatego uważam, że pierwsze trzy rozdziały tej książki są jednak jak na „wstęp" za trudne. Stały by się one chyba łatwiejsze, gdyby były napisane mniej lakonicznie (pomimo barwnego i swobodnego stylu pisarskiego, cechującego całą książkę) i zawierały więcej przykładów oraz ćwiczenia, tak aby czytelnik mógł się stopniowo oswoić z trudnym przedmiotem. Autor jednakże, jak się wydaje, nie miał tego rodzaju zamierzeń dydaktycznych, a raczej starał się możliwie szybko przedostać przez niezbędną część ogólną do zagadnień specjalnych, gdzie jak sam pisze na str. 70, współczesna żywa teoria dopiero się zaczyna. Gdyby można było wprowadzać zmiany w już wydrukowanej książce, proponowałbym, aby w pierwszym rozdziale wiadomości o ogólnych algebrach Banacha zredukować do naprawdę niezbędnego minimum i to minimum podać bez dowodów (ponieważ czytelnik polski ma do dyspozycji książkę W. Żelazki o algebrach Banacha), ale z dokładnym przytoczeniem twierdzeń i o ile możności z przykładami.

Pięć dalszych rozdziałów książki nosi tytuły:

IV. Ideały zamknięte w przemiennej algebrze grupowej,

V. Niektóre zbiory szczupłe,

VI. Synteza spektralna, wyniki negatywne,

VII. Budowa algebry $M(G)$,

VIII. Zbiory szczupłe w teorii funkcji prawie okresowych.

Z tego rozdziały IV, VI i VII mają, w moim odczuciu, charakter bardziej ogólny od dwu pozostałych. Wszystkie te rozdziały, mimo swobodnego stylu pisarskiego, są bardzo zwięzłe. W dowodach wiele ogniw rozumowania jest tylko zasygnalizowanych i dlatego prześledzenie ich wymaga od czytelnika pełnej mobilizacji. Tymczasowe przeskakiwanie bardziej skomplikowanych dowodów jest trudne, gdyż Autor później powołuje się na wiele miejsc w tych dowodach i na różne uwagi czynione w ciągu tych dowodów. Lektura nie jest więc łatwa. Za to nigdy też nie jest nudna. Jeśli wykaże się potrzebną wytrwałość i nie robi się zbyt dużych przerw przy czytaniu, to książka zaczyna „wciągać" i ukazuje przedmiot naprawdę pasjonujący.

Cały rozdział VIII jest zbudowany w oparciu o wyniki polskie, głównie wrocławskie (w czym i samego Autora) i przyjemnie jest, chociaż w tak pobieżny sposób, móc się zorientować, na czym one polegają. Polskim wynikiem jest także przedstawiony w rozdziale I, pochodzący od Hulanickiego i Rylla-Nardzewskiego, niepublikowany wcześniej dowód twierdzenia, że algebra grupowa grupy nieskończonej nie jest algebrą Arensa. Moim zdaniem lepszym miejscem dla tego pięknego dowodu byłaby książka Żelazki (m. in. ze względu na pewne przeciążenie rozdziału I, o czym wyżej pisałem), ale rzeczą ważniejszą jest, że dowód ten w ogóle został opublikowany.

Jeszcze raz krótko wyrażę moją opinię o książce profesora Hartmana. Jak na „wstęp" jest to książka chyba nieco zbyt zwarta i przez to za trudna. Na bardzo niewielkiej ilości stron Autor przedstawia ogromny materiał. Niełatwa lektura tej książki pozwala jednak naprawdę ujrzeć, jak pasjonującą dziedziną jest analiza harmoniczna, a być może zwartość książki właśnie to wrażenie potęguje. Jestem przekonany, że posiadanie w języku polskim książki o analizie harmonicznej jest bardzo pożyteczne dla naszej matematyki, a w tym nie tylko dla najmłodszego pokolenia pracowników naukowych.

Drobne uwagi szczegółowe i zauważone omyłki zecerskie nie uwzględnione w erracie

str. 19 Byłbym za przytoczeniem definicji algebry Banacha

25_{15} we wzorze brak nawiasu

25_{12} we wzorze brak „n" przy pierwiastku

28^{8} jest $B \neq 0$, powinno być $B_x \neq 0$

29^{6} jest $u_a * x$, powinno być ${}_t u_a * x$

30_{1} jest $(B_\varphi \xi, \eta)$, powinno być $(B_\varkappa \xi, \eta)$

37^{11} jest s, powinno być s_σ

37^{12} jest $t \to C_t$, powinno być $t \to C_t$

38^{4} jest $\frac{1}{s}$, powinno być $\frac{1}{s_\sigma}$

40_{11} zamiast zwrotu „B_σ przechodzi na $B_\sigma/(I \cap B_\sigma)$" proponowałbym „obraz B_σ jest izomorficzny z $B_\sigma/(I \cap B_\sigma)$"

41^{4-7} chodzi chyba o to, że lemat 22 stanowi część twierdzenia Wedderburna

42^{12} brak wyjaśnienia, w jakim sensie szereg jest zbieżny

43^{9-10} autor powołuje się na (*) z § 1, ale (*) w § 1 nie ma, wydaje mi się, że trzeba się tu odwołać do tw. Stonea–Weierstrassa.

45^{15} jest $P(\langle 0, \lambda))$, powinno być $P((-\infty, \lambda))$

45^{11-14} zwykle od miary spektralnej żąda się jeszcze, aby $P((-\infty, \infty)) = 1$, oraz ortogonalności dla zbiorów rozłącznych

50_{19} jest $C_0(G)$, powinno być $C_0(\hat{G})$

50_{5-4} dla grupy G niezwartej nie jest jasne, co oznacza $\int \chi(t)\,dt$ (np. $\int_{-\infty}^{\infty} e^{itx}\,dt$)

51_{16} jest G, powinno być $\hat{G}$

52^{14} jest G, powinno być $\hat{G}$

55^{5} jest G, powinno być $\hat{G}$

55^{20} brak wyjaśnienia, dlaczego G_1 nie ma innych charakterów

57_{19} x_τ nie jest translacją, lecz wynikiem translacji; w każdym razie tutaj, bo inaczej rzecz się myli z grupą operatorów translacji

59^{4} jest 3.6, powinno być 3.2

59_{1} jest $\sqrt{\ }$, powinno być $\sqrt[n]{\ }$

60^{12} brak wyjaśnienia, dlaczego $\int_\Gamma \int_G = \int_G \int_\Gamma$

61^{17} brak założeń o odwzorowaniu $u \to u(t)$ w związku z przedstawieniem lematu $x \in L_1$ w postaci $\int_\Gamma \overline{u(t)}\,d\mu(u)$

62_{11-10} mylące dla niewprawnych użycie multiplikatywnego zapisu działania w grupie charakterów, a zaraz potem, pod całką, zapisu addytywnego

62_{7} w mianowniku pod całką jest y, a powinno być $\hat{y}$

62_{8-7} brak znaku Γ poniżej znaków całki

66^{5} jest Γ, powinno być $\hat{\Gamma}$

69_{16} jest $\int_{-\infty}^{\infty}$, a powinno być $\int_{-a}^{a}$

74^{9} zamiast „zbiór zamknięty D" powinno być „zbiór zamknięty $D \subset \mathfrak{M}(A)$"

77^{7-11} byłoby ułatwieniem dla czytelnika uzupełnienie tych zdań zwrotami „w $\mathfrak{M}(A)$" i „w $\mathfrak{M}(A')$"

84^{20} w sumie mnogościowej jest $R_{k,u}$, a powinno być $E_{k,u}$

90_{1} można tu dać także odsyłacz do książki Yosidy *Functional analysis*, gdzie odpowiednie twierdzenie występuje pod nazwą „closed range theorem" oraz do Dunforda i Schwartza *Linear operators*, tom I, VI, 6.3

99_{3-1} na oznaczenie odwzorowania $s \times s$ lepiej byłoby użyć innej litery niż $\bar{\sigma}$, bo σ oznacza rzecz zupełnie inną, a też występującą w tym samym rozumowaniu

100_{6-5} skąd wynika ta jednoznaczność? We „Wniosku" na str. 86 mamy, że istnieje para zbiorów K_1 i K_2 typu K i K_q

odpowiednio, taka że zachodzi 1° i 2°. W przesłance (iii) na str. 100 nie postuluje się, że para K_1, K_2 ma własności 1° i 2°.

109^{7} w trzecim członie równości brak $d\mu(t)$ za całką

117^{6-9} jeśli $e^{i(\lambda_0+x_m+\ldots+x_{n-1})t_n} = a_n$, to nie da się w żądany sposób dobrać x_n z zachowaniem ostrej nierówności (8.3)

119^{11-12} tu nie jest od razu jasne, czy idzie o interpolację okresową o zadanym okresie, czy też o okresie jakimkolwiek. Dopiero z sensu warunków dostatecznych wynika, że idzie o okres jakikolwiek

126^{8} jest „slabe", powinno być „słabe"

133^{10} jest „function", powinno być „functions"

Jan Kisyński

Włodzimierz Mlak, *Wstęp do teorii przestrzeni Hilberta*, Biblioteka Matematyczna, tom 35, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1970, str. 398, cena zł 50. —

Książkę tę można gorąco polecić studentom matematyki i fizyki teoretycznej jako pierwszą lekturę z tej ważnej dla zastosowań teorii. Jest napisana z talentem dydaktycznym. Celem autora jest wyrobienie u czytelnika intuicji i zrozumienia istoty rzeczy, dlatego też często rezygnuje on z najkrótszych dowodów na rzecz dłuższych, ale bardziej naturalnych rozumowań. Liczne zadania pozwalają na utrwalenie przestudiowanego materiału i dostarczają dodatkowych przykładów. Tych ostatnich jest w książce bardzo wiele, dotyczą one głównie równań różniczkowych, niektóre zaś — adresowane specjalnie do fizyków — mechaniki kwantowej. Studiowanie tej książki wymaga od czytelnika znajomości elementów topologii ogólnej i teorii miary, a także równań różniczkowych, co jest niezbędne dla zrozumienia zarówno wielu przykładów, jak i genezy niektórych pojęć. Zacytuję może fragment rozdziału IV (str. 175) dający próbkę komentarzy, jakich jest w tej książce wiele: „Jak już wspomnieliśmy, pojęcie operatora symetrycznego wywodzi się m. in. z pewnego rodzaju problemów brzegowych dla równań różniczkowych. Sprawa z grubsza polega na tym, że z takimi problemami potrafimy dość prosto i naturalnie związać pewne operatory symetryczne. Najstarszym i dość prostym przykładem w tym względzie, dostarczającym prostych interpretacji poznanych twierdzeń, jest problem typu Sturma–Liouville'a omówiony w przykładzie poniżej". Autor nie zakłada natomiast znajomości analizy funkcjonalnej i algebry. Niezbędne informacje na ten temat zgromadzone są w rozdziale pierwszym zatytułowanym „Wiadomości wstępne". Rozdział II: „Przestrzenie Hilberta", rozdział III: „Operatory liniowe" i część rozdziału IV: „Specjalne klasy operatorów liniowych" zawierają materiał podstawowy, który powinien być w zasadzie znany każdemu matematykowi. Te specjalne klasy rozdziału IV, to operatory symetryczne i samosprzężone, operatory rzutowe, operatory zwarte oraz izometrie i operatory unitarne. Spośród ostatnich omówiono dokładniej operator Fouriera–Plancherela. Czytelnik pragnący zdobyć podstawowy zakres wiadomości powinien rozpocząć studia od rozdziału II (zaglądając w razie potrzeby do rozdziału I) i po przestudiowaniu tego rozdziału i rozdziału III przejrzeć pięć pierwszych paragrafów rozdziału IV. Bardziej specjalny charakter ma rozdział V: „O reprezentacjach struktur algebraicznych i przedstawieniach całkowych operatorów liniowych". W pierwszym paragrafie wprowadza się algebry typu C^* i podaje (bez dowodów) twierdzenia Gel-