wmptm 1897

fanda–Najmarka o reprezentacji tych algebr. Podaje się również definicję i pewne własności algebr Dirichleta. W paragrafie drugim: „Reprezentacje — definicje i przykłady" wprowadza się i ilustruje te pojęcia dla półgrup, grup i algebr. W dalszym paragrafie: „Miary operatorowe", wprowadza się tzw. miary półspektralne i miary spektralne i za ich pomocą określa się w paragrafie 4 całki z funkcji skalarnych (poczynając od paragrafu 4 nagłówek każdej strony, który do tej pory brzmiał: „V. O reprezentacjach struktur algebraicznych" zmienia się na „VI. O przedstawieniach całkowych struktur liniowych"). W paragrafie 5: „Całkowe przedstawienia reprezentacji", dowodzi się twierdzenia Foiaşa o reprezentacji algebr Dirichleta. Mówi ono, że każda taka reprezentacja w przestrzeni Hilberta jest całką operatorową względem jednoznacznie określonej miary półspektralnej. Za pomocą tego twierdzenia otrzymuje się twierdzenie von Neumanna orzekające, że jeżeli T jest kontrakcją w $L(H)$, to istnieje dokładnie jedna reprezentacja φ algebry dyskowej $A(\Delta)$ w $L(H)$ taka, że $\varphi(u_0) = T$, gdzie $u_0(z) \equiv z$, i $\|\varphi(u)\| \leqslant \|u\|$ dla wszystkich $u \in A(\Delta)$. Ponadto istnieje dokładnie jedna miara półspektralna $F(\sigma)$ taka, że $\varphi(u) = \int_{\partial\Delta} u\,dF$. Dowodzi się też analogicznego twierdzenia dla $C(\Omega)$. W następnym paragrafie dowodzi się twierdzenia spektralnego dla operatorów normalnych i omawia pewne konsekwencje tego twierdzenia. Ostatnie dwa paragrafy tego rozdziału, to „Rozszerzenie operatorów symetrycznych do samosprzężonych" i „Rachunek operatorowy Stone'a–von Neumanna". Książkę zamykają cztery dodatki (Lemat Kuratowskiego–Zorna, Twierdzenie Stone'a–Weierstrassa, Miary regularne i twierdzenie Riesza, Funkcje Laguerre'a), Bibliografia (73 pozycje), skorowidz symboli, skorowidz nazw i niewielka errata (zauważyłem tylko jedną lub dwie pomyłki nie uwzględnione w erracie).

W sumie jest to dobra i pożyteczna książka, dająca solidne podstawy do dalszych studiów w tej dziedzinie.

Wiesław Żelazko

Witold Pogorzelski, *Równania całkowe i ich zastosowania*, tom IV, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1970, str. 397, cena zł 80.—

Profesor Witold Pogorzelski ostatnią część swej czterotomowej monografii pt. *Równania całkowe i ich zastosowania* poświęcił zastosowaniom teorii równań całkowych i pewnym uzupełnieniom tej teorii. Tom ten składa się z siedmiu rozdziałów: XXI (pierwszy rozdział recenzowanego tomu). Własności całek osobliwych w przestrzeni i równania całkowe osobliwe w przestrzeni, XXII. Zagadnienia brzegowe o pochodnych stycznościowych i pochodnych nieograniczonych w przestrzeni dla równań eliptycznych i parabolicznych, XXIII. Układy paraboliczne równań cząstkowych, XXIV. Równania eliptyczno-hiperboliczne i zagadnienia brzegowe osobliwe, XXV. Równanie poliharmoniczne i jego zastosowania w teorii sprężystości, XXVI. Zastosowania fizyczne i techniczne równań całkowych, XXVII. Uzupełnienia.

Rozdział XXI (str. 5–49) zawiera wykład podstawowych własności całek mocno osobliwych w przestrzeni euklidesowej i elementy teorii równań całkowych mocno osobliwych. Szczegółowo jest przedstawiona klasa funkcji $\mathfrak{H}_a^m$ w przestrzeni euklidesowej n-wymiarowej. Klasa ta jest analogonem klasy wprowadzonej przez Autora w jego badaniach całek typu Cauchy'ego (patrz t. III, str. 203). Następnie w klasie $\mathfrak{H}_a^m$ zbadane jest metodą punktu stałego (twierdzenie Schaudera) istnienie rozwiązania

nieliniowego równania całkowego mocno osobliwego. Ponadto w tym rozdziale jest przedstawiona w bardzo skromnym zarysie teoria Calderóna i Zygmunda całek mocno osobliwych w przestrzeni $L^p(R^n)$ dla $p > 1$.

W rozdziale XXII (str. 50–159) są podane twierdzenia o istnieniu rozwiązań zagadnień brzegowych zawierających w warunku brzegowym oprócz pochodnej transwersalnej pochodne w kierunkach stycznych do brzegu dla równań eliptycznych i parabolicznych. W zagadnieniach tych dopuszcza się określone zachowanie się tych pochodnych w pobliżu brzegu (rząd wzrostu). Dowody tych twierdzeń Autor przeprowadza, bądź metodą punktu stałego (twierdzenie Schaudera), bądź metodą kolejnych przybliżeń (w wersji ciągowej). Schemat dowodowy jest następujący: za pomocą odpowiednich potencjałów sprowadza się zagadnienie brzegowe do układu równań całkowych, którego rozwiązanie wykazuje się jedną z wyżej wymienionych metod.

Rozdział XXIII (str. 160–220) dotyczy teorii układów parabolicznych w sensie Pietrowskiego, przedstawiona jest w nim konstrukcja Autora macierzy rozwiązań podstawowych tych układów, sformułowane i udowodnione są główne własności tej macierzy, oraz zdefiniowane są szczególnego typu rozwiązania tych układów. Rozwiązania te są analogonami całki Poissona–Weierstrassa i potencjałów cieplnych warstwy pojedynczej, warstwy podwójnej oraz ładunku przestrzennego. Własnościom tych rozwiązań są poświęcone trzy paragrafy (§§ 7, 8, 10). Na podstawie tych własności Autor wykazuje istnienie rozwiązania nieliniowego zagadnienia Cauchy'ego oraz liniowego zagadnienia brzegowego (zawierającego w warunku brzegowym pochodną transwersalną) dla układów parabolicznych.

Rozdział XXIV (str. 221–254) jest poświęcony równaniu cząstkowemu typu hiperboliczno-eliptycznego, które w literaturze nosi nazwę równania Tricomiego. W rozdziale tym omówione są twierdzenia o jednoznaczności rozwiązań tego równania, zagadnienia brzegowe, a w szczególności zagadnienie Tricomiego.

W rozdziale XXV (str. 255–288) są przedstawione elementy teorii równania poliharmonicznego wraz z zastosowaniami do teorii płyt sprężystych. Omówione są metoda Lauricelli, metoda funkcji Greena, metoda Muscheliszwili, metoda Szermana oraz metoda I. N. Vekuy. Wszystkie te metody pozwalają sprowadzić rozważane zagadnienia do równań całkowych Fredholma, bądź do równań całkowych słabo osobliwych, bądź też do równań całkowych mocno osobliwych.

Rozdział XXVI (str. 289–358) zawiera zastosowania fizyczne i techniczne równań całkowych. Omówione jest równanie cząstkowe drgań harmonicznych, własności jego rozwiązań oraz twierdzenia o jednoznaczności i istnieniu. Następnie podane są zastosowania równań całkowych w teorii elektryczności (elektrostatyka, elektrotechnika, teoria fal elektromagnetycznych), w teorii sprężystości, teorii promieniowania, teorii transportu neutronów oraz w hydromechanice, w kwantowej teorii pola i w procesach stochastycznych. Zastosowania te wiążą się ściśle z wynikami otrzymanymi w rozdziałach XXII, XXIII, XXV.

W rozdziale XXVII (str. 359–382) poświęconym uzupełnieniom jest przedstawiona teoria liniowego zagadnienia Hilberta dla układu funkcji i omówione są dalsze jego uogólnienia. Poza tym przedstawione są jeszcze wyniki badań równań parabolicznych w obszarach zmiennych w czasie, tzw. niewalcowych, oraz zastosowanie ich do wyznaczania rozwiązań drugiego zagadnienia Fouriera za pomocą sprowadzenia do równań całkowych Volterry. Następnie informacyjnie są omówione zastosowania przekształcenia Laplace'a do rozwiązywania równań całkowych i ponadto rozwiązywanie równań całkowych ze stałymi słabymi osobliwościami.

Jeżeli chodzi o ogólną charakterystykę wszystkich rozdziałów, to są one napisane trafnie i w sposób zwarty, jedynie rozdział XXII (drugi) jest w czytaniu ciężki ze względu na zbyt chyba dużą ilość przytoczonych faktów i pewna rozwlekłość stylu.

Książka jest napisana na ogół jasno, w bardzo wielu miejscach — szkicowo, np. ważna w zastosowaniach w analizie matematycznej teoria Calderóna–Zygmunda, jak wyżej było wspomniane, jest przedstawiona bardzo skromnie (str. 40–49). Oczywiście szkicowość ta w wielu miejscach prowadzi do niezbyt precyzyjnych sformułowań, np. brak jest definicji jądra mocno osobliwego (str. 26), nie ma zupełnie wzmianki o symbolu całki mocno osobliwej, a pojęcie indeksu równania całkowego mocno osobliwego jest tylko omówione w przypadku $n = 2$. Na str. 40 w notce 1 jest wzmianka o regularyzacji i indeksie równań całkowych mocno osobliwych dla $n > 2$, ale nie ma tam żadnych wyjaśnień, jest tylko odesłanie czytelnika do książki S. G. Michlina.

Przy omawianiu zagadnień brzegowych dla równania poliharmonicznego wkradł się istotny błąd drukarski — na str. 257 w wierszu 10 od dołu powinno być: „układ m" — oraz niezbyt nowoczesny termin „zagadnienie brzegowe główne" — obecnie mówi się: zagadnienie Dirichleta.

Poza tym używane są terminy: „równanie całkowe osobliwe" (str. 40 i inne) i (np. str. 343) „równanie całkowe mocno osobliwe" — bez żadnego komentarza; ponadto punkty i odległość pomiędzy nimi oznacza się w dwojaki sposób: x, y, bądź X, Y, oraz $|x-y|$, bądź $|XY|$. Oczywiście są to drobne usterki, ale czytelnika usterki takie rozpraszają i utrudniają mu porównywanie poszczególnych partii tekstu.

Reasumując książka recenzowana wraz z poprzednimi trzema tomami zapełnia lukę w polskim piśmiennictwie matematycznym, ponadto daje ona bardzo bogaty przegląd zastosowań równań całkowych w fizyce i technice, który chyba ma największy udział w treści tego tomu.

Adam Piskorek

Stefan Paszkowski, *Zbiór zadań z teorii metod numerycznych*, część I, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Łódź–Warszawa–Wrocław 1969, str. 162, cena zł 7.— (Skrypt dla studentów uniwersyteckich studiów matematycznych).

Omawiany skrypt jest pierwszą częścią większego opracowania, zestawu zadań do uniwersyteckiego kursu teorii metod numerycznych. Publikowane w nim ćwiczenia mają na celu pomóc studentowi w rozumieniu treści matematycznej wykładanych metod numerycznych. Tego typu zadania pojawiały się dotychczas w literaturze przedmiotu jako naturalne uzupełnienie wykładu teorii metod numerycznych w odpowiednich podręcznikach. Ponieważ jednak publikowane kursy metod numerycznych obejmowały jedynie wybrane szczególne działy wykładu, brak jest w literaturze światowej jednolitego opracowania zadań do teorii tego przedmiotu. Zamierzenie autora jest niezwykle ambitne i szczególnie ważne w polskiej sytuacji, gdzie przy rozwiniętym systemie studiów uniwersyteckich metod numerycznych nie dysponujemy jednolitym, dostosowanym do realizowanego programu, podręcznikiem.

Przedstawione w skrypcie zadania można podzielić na dwie grupy.

Grupa A: proste zadania o charakterze pytań kontrolujących przyswojenie wyłożonego materiału, zadania ilustrujące (często na materiale liczbowym) wyłożone twierdzenia i algorytmy, analiza proponowanych algorytmów ze względu na liczbę operacji arytmetycznych,

Grupa B: zadania o głębszej treści matematycznej, wymagające od studenta pewnej pomysłowości i inicjatywy.