przerabiania wszystkich zadań po kolei. System ten czasami ogranicza zakres samodzielnej inicjatywy studenta, gdyż zadania poprzedzające sugerują mu często sposób rozwiązania kolejnego zadania.

Język skryptu staranny. Rażą trochę sformułowania: „poprawność współczynników" zamiast „poprawność wzorów na współczynniki" (2.1.1, 2.1.4); „funkcja symetryczna" zamiast „funkcja symetryczna względem permutacji argumentów" (T. 2.4.2); „różnica progresywna" zamiast „różnica w przód"; (progresywny = postępowy, wzrastający).

Wydaje się, że dla operatorów nazywanych przez Autora „dyskretnymi" utarł się termin „operator różnicowy".

Przy czytaniu tekstu zauważyłem pewne drobne błędy:
str. 9^{13} powinno być $\frac{1}{2}(M_0 - m_0)$,
zad. 1.3.4 mówi o zadaniu 1.3.2,
zad. 1.4.7 jest „pozostałe" ma być „pozostaje",
zad. 1.5.8 wymaga ściślejszego sformułowania,
T 2.4.4 brak w sformułowaniu twierdzenia $n > m$.

Uwaga, że $W(x, x_1, \ldots, x_{n+1}) = 0$ nie może być sformułowana jako szczególny przypadek tego twierdzenia,
D.2.6.2, D.2.6.3, D.2.6.4 lepiej umieścić przed zadaniem 2.6.1,
zad. 2.6.55 brak litery μ,
zad. 2.8.29 zad. 2.8.31 u większości nawiasy ( ) zastąpić przez $\langle\ \rangle$,
odp. 2.6.20 niezgodna z treścią zadania,
odp. 2.6.46 argumentacja niepełna,
odp. 2.6.50 dobrze byłoby wyjaśnić, w jakim sensie używa się wyrażenia $\sqrt{1+\frac{\delta^2}{2}}$.

Powyżej wymienione drobne niedopatrzenia nie wpływają na pełną czytelność tekstu tej praktycznie ważnej i w sposób przemyślany opracowanej publikcji.

Andrzej Wakulicz

Agnieszka Plucińska i Edmund Pluciński, *Zadania z rachunku prawdopodobieństwa i statystyki matematycznej dla studentów politechnik*, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1970, str. 138, cena zł 16. —

Zgodnie z zamierzeniami Autorów książka ma stanowić pomoc przy opanowywaniu podstawowych pojęć z rachunku prawdopodobieństwa i statystyki matematycznej. Przeznaczona jest przede wszystkim dla studentów uczelni technicznych, co znajduje swój wyraz zarówno w zakresie problematyki, jak również w sposobie formułowania zadań.

Książka składa się z czterech rozdziałów: I. Zdarzenia losowe (relacje między zdarzeniami, metody obliczania prawdopodobieństw, prawdopodobieństwo warunkowe, zdarzenia niezależne, prawdopodobieństwo sum i iloczynów zdarzeń, twierdzenie o prawdopodobieństwie całkowitym, wzór Bayesa), II. Zmienne losowe jednowymiarowe (rozkład prawdopodobieństwa, histogram, dystrybuanta zmiennej losowej typu skokowego, gęstość prawdopodobieństwa, dystrybuanta zmiennej losowej typu ciągłego, funkcje zmiennych losowych, parametry zmiennych losowych, niektóre rozkłady prawdopodobieństwa, funkcje charakterystyczne), III. Zmienne losowe wielowymiarowe (zmienne losowe typu skokowego i ciągłego, parametry zmiennych losowych wielowymiarowych, funkcje zmiennych losowych wielowymiarowych, twierdzenia

Ministerstwo Nauki i Szkolnictwa Wyższego

graniczne), IV. Elementy statystyki matematycznej (weryfikacja hipotez dotyczących parametrów, weryfikacja hipotez dotyczących postaci rozkładu, przedziały ufności). Każdy rozdział poprzedzony jest krótkim wstępem przypominającym definicje i twierdzenia potrzebne do rozwiązywania zadań tego rozdziału. Do każdego zadania podana jest odpowiedź, przy czym wiele z nich zawiera pewien komentarz lub wskazówkę ułatwiającą zrozumienie sposobu rozwiązywania zadania. Książka zawiera ogółem 215 zadań, w tym ani jednego zadania z monetą, urną, kostką do gry itp.

Oto kilka uwag szczegółowych.

1. W sposób budzący wątpliwości używane są w książce zwroty typu „losujemy w sposób przypadkowy".

Niech $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \ldots, \omega_N\}$ i określmy na przestrzeni $(\Omega, 2^\Omega)$ prawdopodobieństwo P tak, że $P(\{\omega_i\}) = p_i$. Przyjęte jest mówić, że „losujemy ze zbioru Ω w sposób przypadkowy zgodnie z rozkładem prawdopodobieństwa P" lub krócej (i poprawniej) „losujemy ze zbioru Ω zgodnie z rozkładem P", jeżeli w wyniku tego losowania otrzymujemy element ω_i z prawdopodobieństwem p_i.

W recenzowanej książce zwrot „w sposób przypadkowy" jest najczęściej synonimem zwrotu „zgodnie z jednostajnym rozkładem prawdopodobieństwa". Brakiem książki jest, że nigdzie to nie jest wyraźnie powiedziane.

W niektórych zadaniach sprawa jest jednak nieco bardziej skomplikowana. Na przykład w zadaniu 6 mówi się o losowaniu dwóch kartek z pudełka zawierającego n ponumerowanych kartek. Ponieważ w tym zadaniu rozkład, według którego losuje się, nie jest zdefiniowany, można to rozumieć, albo że dwie kartki wyciąga się z pudełka jednocześnie, albo że po wylosowaniu jednej z nich i zwróceniu jej do pudełka losuje się drugą kartkę. Oczywiście odpowiedź w obu przypadkach będzie różna, chociaż w obu przypadkach mamy w jakimś sensie „losowanie w sposób przypadkowy", a nawet losowanie według rozkładu jednostajnego.

Jeszcze bardziej niejasna sytuacja występuje w zadaniu 35, które brzmi: „Obliczyć prawdopodobieństwo tego, że przypadkowo wzięta liczba naturalna jest podzielna przez 2 lub przez 3".

Chciałbym odnotować, że zwrot „przypadkowo" lub „w sposób przypadkowy" zamiast „zgodnie z rozkładem prawdopodobieństwa takim-to-a-takim" jest używany bardzo często w różnych zbiorach zadań i podręcznikach rachunku prawdopodobieństwa, np. w znanym zbiorze zadań L. D. Mieszałkina. Ta okoliczność może w pewnej mierze usprawiedliwić Autorów recenzowanego zbiorku.

2. Zadania rozdziału IV potraktowane są wyłącznie jako wprawki rachunkowe. Zawiera on tylko 31 zadań. Wstęp teoretyczny do tego rozdziału jest również napisany bardzo skrótowo i wiele ważnych zagadnień zostało pominiętych; brak jest na przykład dyskusji testów jednostronnych i dwustronnych dla weryfikacji hipotezy o wartości oczekiwanej, a ogólniej: wyjaśnienia roli hipotez alternatywnych i zasad konstrukcji obszaru krytycznego testu. Brak również jednostronnych przedziałów ufności. Uważam, że w następnych wydaniach rozdział ten powinien być znacznie rozbudowany, a liczba różnych zadań ze statystyki matematycznej powinna być co najmniej tak duża, jak liczba zadań z rachunku prawdopodobieństwa.

3. Uwagi terminologiczne. Autorzy zbiorku, podobnie jak inni autorzy wydawnictw dla inżynierów, używają „wartość przeciętna" zamiast „wartość oczekiwana", „prawdopodobieństwo ufności" zamiast „poziom ufności", „średnie odchylenie kwadratów"(!) zamiast „średnie odchylenie kwadratowe". Ponadto używa się terminu „regresja przybliżona", tam gdzie chyba powinno być po prostu „regresja". Nie znajduję żadnego uzasadnienia dla takich odstępstw od powszechnie stosowanej terminologii; z drugiej strony mogą powstawać uzasadnione obawy, że rozwijanie specjalnej terminologii dla inżynierów pogłębi trudności w ich współpracy z matematykami.

Konkludując, mimo sformułowanych wyżej uwag, książka może być użyteczna dla techników pragnących nauczyć się rachunku prawdopodobieństwa i statystyki matematycznej oraz może być bardzo pomocna w praktyce dydaktycznej jako źródło zadań i przykładów.

Ryszard Zieliński

David Gale, *Teoria liniowych modeli ekonomicznych*, Biblioteka Naukowa Inżyniera, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1969, str. 374, cena zł 50. — Z angielskiego tłumaczył Adam Suliński.

Książka zawiera wykład teorii programowania liniowego, programowania całkowito-liczbowego, gier dwuosobowych, liniowych modeli wymiany i produkcji wraz z podanym na wstępie niezbędnym aparatem matematycznym, w tym przypadku teorią równań i nierówności liniowych. Charakter książki najlepiej chyba określa we wstępie sam jej autor, nazywając ją „zaawansowanym podręcznikiem", którego celem było doprowadzenie czytelnika do pozycji najnowszej problematyki, co ewentualnie umożliwiłoby mu wzięcie udziału w jej rozwiązywaniu. Trzeba przyznać, że obietnica ta została spełniona, bowiem jeszcze dziś, ponad 10 lat od pierwszego wydania, książka ta jest często cytowana w pracach z zakresu liniowych modeli ekonomicznych, co przy szybkim rozwoju tych badań jest niewątpliwym osiągnięciem.

Wykład algebry liniowej (rozdz. II) obejmuje, prócz teorii równań liniowych, twierdzenia o istnieniu rozwiązań nierówności liniowych i elementy teorii zbiorów wypukłych. Centralnym punktem wykładu są twierdzenia wywodzące się z lematu Farkasa, stanowiące dzisiaj ważne narzędzie dowodowe w teoriach ekonomicznych i zastępujące w wielu przypadkach poprzednio używane znacznie mocniejsze twierdzenia o punkcie stałym.

Wykład teorii programowania liniowego (rozdz. III i IV) obejmuje zasadnicze twierdzenia o dualności i równowadze oraz omawia podstawowe metody obliczeniowe, a więc metodę sympleks i jej warianty. Podkreślić należy, że zachowano tutaj należytą, a bardzo często w standardowych podręcznikach naruszaną, proporcję między twierdzeniami tej teorii a metodami rozwiązywania problemów programowania.

W zakresie programowania całkowito-liczbowego (rozdz. V) omówiono tę część problemów, które tworzą jednolitą teorię zwaną teorią przepływów w sieciach lub inaczej mówiąc te, które dadzą się sprowadzić do postaci „problemu transportowego".

Wykład teorii gier (rozdz. VI i VII) obejmuje gry dwuosobowe. Znajdujemy w nim zarówno zasadnicze twierdzenie o minimaksie wraz z kilkoma różnymi dowodami, twierdzenie o sprowadzalności gier macierzowych do programów liniowych, jak i twierdzenie o strukturze zbiorów optymalnych strategii, a nawet metodę Browna–Robinson iteracyjnego rozwiązywania gier.

Ostatnie dwa rozdziały (VIII i IX) poświęcone są tym problemom, które dziś nazywamy teorią modeli von Neumanna. Całość wykładu koncentruje się wokół warunków istnienia równowagi w ogólnych modelach von Neumanna i modelach typu Leontiewa. Znajdujemy tam jednak i twierdzenia specjalne, np. twierdzenie Samuelsona o substytucji. Należy podkreślić, że książka Gale'a jest ciągle jeszcze jedynym dostępnym w języku polskim wykładem, w którym można znaleźć te wyniki o zasadniczym znaczeniu dla współczesnej matematycznej ekonomii.

Zgodnie z tytułem, wszystkie teorie omawiane w tej książce są potraktowane z punktu widzenia ich zastosowań ekonomicznych. Przyjęto i konsekwentnie zreali-