wmptm 1897

Konkludując, mimo sformułowanych wyżej uwag, książka może być użyteczna dla techników pragnących nauczyć się rachunku prawdopodobieństwa i statystyki matematycznej oraz może być bardzo pomocna w praktyce dydaktycznej jako źródło zadań i przykładów.

Ryszard Zieliński

Ministerstwo Nauki i Szkolnictwa Wyższego

David Gale, *Teoria liniowych modeli ekonomicznych*, Biblioteka Naukowa Inżyniera, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1969, str. 374, cena zł 50. — Z angielskiego tłumaczył Adam Suliński.

Książka zawiera wykład teorii programowania liniowego, programowania całkowito-liczbowego, gier dwuosobowych, liniowych modeli wymiany i produkcji wraz z podanym na wstępie niezbędnym aparatem matematycznym, w tym przypadku teorią równań i nierówności liniowych. Charakter książki najlepiej chyba określa we wstępie sam jej autor, nazywając ją „zaawansowanym podręcznikiem", którego celem było doprowadzenie czytelnika do pozycji najnowszej problematyki, co ewentualnie umożliwiłoby mu wzięcie udziału w jej rozwiązywaniu. Trzeba przyznać, że obietnica ta została spełniona, bowiem jeszcze dziś, ponad 10 lat od pierwszego wydania, książka ta jest często cytowana w pracach z zakresu liniowych modeli ekonomicznych, co przy szybkim rozwoju tych badań jest niewątpliwym osiągnięciem.

Wykład algebry liniowej (rozdz. II) obejmuje, prócz teorii równań liniowych, twierdzenia o istnieniu rozwiązań nierówności liniowych i elementy teorii zbiorów wypukłych. Centralnym punktem wykładu są twierdzenia wywodzące się z lematu Farkasa, stanowiące dzisiaj ważne narzędzie dowodowe w teoriach ekonomicznych i zastępujące w wielu przypadkach poprzednio używane znacznie mocniejsze twierdzenia o punkcie stałym.

Wykład teorii programowania liniowego (rozdz. III i IV) obejmuje zasadnicze twierdzenia o dualności i równowadze oraz omawia podstawowe metody obliczeniowe, a więc metodę sympleks i jej warianty. Podkreślić należy, że zachowano tutaj należytą, a bardzo często w standardowych podręcznikach naruszaną, proporcję między twierdzeniami tej teorii a metodami rozwiązywania problemów programowania.

W zakresie programowania całkowito-liczbowego (rozdz. V) omówiono tę część problemów, które tworzą jednolitą teorię zwaną teorią przepływów w sieciach lub inaczej mówiąc te, które dadzą się sprowadzić do postaci „problemu transportowego".

Wykład teorii gier (rozdz. VI i VII) obejmuje gry dwuosobowe. Znajdujemy w nim zarówno zasadnicze twierdzenie o minimaksie wraz z kilkoma różnymi dowodami, twierdzenie o sprowadzalności gier macierzowych do programów liniowych, jak i twierdzenie o strukturze zbiorów optymalnych strategii, a nawet metodę Browna–Robinson iteracyjnego rozwiązywania gier.

Ostatnie dwa rozdziały (VIII i IX) poświęcone są tym problemom, które dziś nazywamy teorią modeli von Neumanna. Całość wykładu koncentruje się wokół warunków istnienia równowagi w ogólnych modelach von Neumanna i modelach typu Leontiewa. Znajdujemy tam jednak i twierdzenia specjalne, np. twierdzenie Samuelsona o substytucji. Należy podkreślić, że książka Gale'a jest ciągle jeszcze jedynym dostępnym w języku polskim wykładem, w którym można znaleźć te wyniki o zasadniczym znaczeniu dla współczesnej matematycznej ekonomii.

Zgodnie z tytułem, wszystkie teorie omawiane w tej książce są potraktowane z punktu widzenia ich zastosowań ekonomicznych. Przyjęto i konsekwentnie zreali-

zowano zasadę, że pojęcia ogólne są zawsze poprzedzone podaniem konkretnych przykładów, niejednokrotnie oryginalnych i ważnych dla ekonomii. Zasadniczą osią, która wiąże w jednolitą całość wszystkie omawiane teorie, są twierdzenia o dualności, mające zasadnicze znaczenie zarówno jako narzędzie dowodowe i interpretacyjne, jak i pomocne w obliczeniach numerycznych. Ta ważna rola dualności jest często pomijana w standardowych podręcznikach i choćby z tego względu polskie wydanie książki Gale'a było ze wszech miar pożyteczne.

Ale i ważniejsze względy przemawiały za jej wydaniem. Jest ona dziełem człowieka, który od lat 50-ych naszego wieku ściśle współpracował z ośrodkami, w których rozwijano modele liniowe i bez przesady można go traktować jako jednego z współtwórców tych teorii. Nieomal w każdym rozdziale książki spotykamy wyniki prac Gale'a, a więc nowe dowody twierdzenia o dualności dla programów liniowych i twierdzenia o minimaksie przez symetryzację gry, twierdzenie o istnieniu przepływów dopuszczalnych w sieci, czy dowody twierdzeń o równowadze dla modeli Leontiewa i von Neumanna, jeśli wymienić tylko te ważniejsze. Zresztą książka nie jest tylko zebraniem wyników z prac już opublikowanych, ale podaje także oryginalne twierdzenia i nowe dowody. Z tych względów powinna się ona znaleźć na półce podręcznej biblioteki tych wszystkich, którzy stykają się z modelami liniowymi, zarówno poprzez wykłady, pracę w zastosowaniach, jak też przez własną pracę badawczą w tej dziedzinie.

Przy omawianiu tej właściwie monografii warto się zastanowić nad rozwojem historycznym przedmiotu, którego ona dotyczy. To, co nazywamy dziś analizą wypukłą, powstało m. in. z potrzeb ekonomii. Nauka ta od dawna używała matematyki, ale idąc w ślady fizyki starała się swoje zależności ujmować równaniami różniczkowymi, a praw doszukiwać się we własnościach rozwiązań. Były to tak zwane teorie marginalne czy neoklasyczne. Wielkość marginalna, to ekonomiczny odpowiednik pochodnej. W końcu lat trzydziestych naszego wieku zaczynają powstawać w ekonomii metody liniowe. Do zasadniczych osiągnięć należą wyniki von Neumanna w teorii gier, odkrycie programowania liniowego przez Kantorowicza, problemu transportowego przez Koopmansa oraz długo zapomniana praca von Neumanna o równowadze modeli liniowych. Zmieniają one nie tyle problematykę ekonomiczną, co sposób jej opracowywania. Z punktu widzenia ekonomisty zaś mają tę zaletę, że opracowują teorie w postaci łatwej do zinterpretowania na materiale faktycznym. Wymienić tu należy prace Leontiewa, który równocześnie z teorią von Neumanna pokazuje, jak analizować konkretną gospodarkę za pomocą tablic będących w zasadzie modelami von Neumanna. To wszystko powoduje szybki rozwój teorii liniowych. Odżywają stare twierdzenia o nierównościach liniowych, a teoria Frobeniusa–Perrona macierzy nieujemnych nabiera rumieńców. Dość szybko jednak na horyzoncie liniowości pojawiają się chmury. Okazuje się, że w wielu przypadkach to, co się wyrażało liniowo, może być lepiej i ogólniej wyrażone wypukle. Funkcje wypukłe zajmują więc miejsce liniowych. Umożliwiają to twierdzenia Kuhna–Tuckera i pochodne, zasada Pontriagina, teoria dualności dla funkcji wypukłych, badanie „korespondencji", czyli odwzorowań punktów na zbiory wypukłe (podobnie jak w twierdzeniu Kakutaniego o punkcie stałym), gry różniczkowe i wiele innych. Co ciekawsze, odnajdujemy w tych teoriach to, od czego zaczęliśmy: zasadnicze idee teorii marginalnych, ale oczywiście w zmienionej i uogólnionej formie.

Książka Gale'a należy do schyłku okresu pełnej liniowości, co podkreśla jej tytuł. Choć nie zamyka tej teorii, która jest w niektórych problemach ciągle żywa, stanowi jej systematyzację i stale jest jednym z lepszych opracowań, pomimo iż pojawiło się już więcej książek na ten sam temat.

Maria Wycech-Łosiowa