ROCZNIKI POLSKIEGO TOWARZYSTWA MATEMATYCZNEGO
Seria II: WIADOMOŚCI MATEMATYCZNE XI (1969)

Ministerstwo Nauki i Szkolnictwa Wyższego

J. SZARSKI (Kraków)

Tadeusz Ważewski

Tadeusz Ważewski urodził się 24 września 1896 r. w Wygnance. Po ukończeniu gimnazjum w Tarnowie w 1914 r., rozpoczął studiować fizykę, a następnie podjął studia matematyczne w Uniwersytecie Jagiellońskim. Z tego okresu pochodzi jego pierwszy wynik naukowy, opublikowany w 1916 r. w ramach pracy A. Hoborskiego na temat aksjomatyki Hilberta. W czasie studiów, odbywanych pod kierunkiem profesorów Antoniego Hoborskiego i Jana Sleszyńskiego, a przede wszystkim profesora Stanisława Zaremby, Tadeusz Ważewski zaczął interesować się rozwijającą się wówczas, lecz nie uprawianą w ośrodku krakowskim, teorią mnogości i topologią. Zainteresowanie powstało pod wpływem lektury prac polskich topologów, przede wszystkim Wacława Sierpińskiego i Stefana Mazurkiewicza. W wyniku tych zainteresowań ogłosił Ważewski w 1920 r., po ukończeniu studiów matematyki, swą pierwszą pracę o pewnym kontinuum osobliwym.

W latach 1920–1922 przebywał Ważewski jako stypendysta na studiach w Paryżu. W 1924 r. uzyskał doktorat na Uniwersytecie Paryskim na podstawie tezy o tak zwanych dendrytach, czyli krzywych Jordana nie zawierających obwodu Jordana. Członkami komisji egzaminacyjnej przy przewodzie doktorskim byli wybitni matematycy: E. Borel, A. Denjoy i P. Montel.

W 1927 r. Ważewski habilituje się na Uniwersytecie Jagiellońskim na podstawie pracy o kontinuach prostowalnych. W okresie po habilitacji ukazują się jego prace z analizy matematycznej, z których dwie zasługują na szczególną uwagę. Jedna z nich dotyczy pojęcia, wprowadzonego przez Ważewskiego, tak zwanych jakobianów asymptotycznych, a w drugiej — w oparciu o to pojęcie — zostało udowodnione twierdzenie o zmianie zmiennych w całce wielokrotnej bez założenia odwracalności transformacji.

Nominację na profesora nadzwyczajnego Uniwersytetu Jagiellońskiego otrzymał Tadeusz Ważewski w 1933 r. W tym okresie, pod wpływem Stanisława Zaremby, zainteresowanie Tadeusza Ważewskiego zaczynają budzić równania różniczkowe, dziedzina, w której zabłysła wielkość

jego odkryć naukowych i w której należy dziś do czołowych specjalistów. Spośród prac z tej dziedziny, ogłoszonych do roku 1939, wymienić należy trzy prace, w których w zastosowaniu do równań różniczkowych cząstkowych pierwszego rzędu posługuje się po raz pierwszy systematycznie nierównościami różniczkowymi zwyczajnymi. Pierwsza z nich dotyczy ogólnego kryterium typu Kamkego dotyczącego jednoznaczności rozwiązania problemu Cauchy'ego dla nieliniowych równań cząstkowych pierwszego rzędu. W drugiej pracy został efektywnie oceniony obszar istnienia rozwiązania problemu Cauchy'ego dla nieliniowego równania cząstkowego pierwszego rzędu, przy słabych założeniach regularności. W pracy tej zakłada się mianowicie, że prawa strona równania i funkcja początkowa są tylko klasy C^1, a ich pochodne spełniają warunek Lipschitza. Skonstruowane przez Ważewskiego przykłady pokazują, że założenia powyższe nie dają się już osłabić, jeżeli ma istnieć rozwiązanie konstruowalne za pomocą charakterystyk Cauchy'ego. Trzecia praca, mająca charakter pionierski, dotyczy istnienia rozwiązania problemu Cauchy'ego dla diagonalnego układu nieliniowych równań cząstkowych pierwszego rzędu. Sprzed roku 1939 pochodzi również praca zawierająca frapujący wynik negatywny dotyczący integralnego istnienia całki pierwszej równania różniczkowego zwyczajnego. Ważewski skonstruował mianowicie równanie różniczkowe $y' = f(x, y)$ o prawej stronie klasy C^∞ w pewnym zbiorze otwartym Ω, dla którego każda całka pierwsza klasy C^1 w Ω jest stała. Wynik ten stał się po wojnie punktem wyjścia wielu prac uczniów profesora Ważewskiego, którzy zajmowali się problemem integralnego istnienia całki pierwszej.

W październiku 1939 Tadeusz Ważewski został wywieziony z grupą profesorów Uniwersytetu Jagiellońskiego i innych uczelni krakowskich do hitlerowskiego obozu koncentracyjnego w Oranienburgu. Po powrocie z obozu do Krakowa w 1940 r. brał udział w tajnym nauczaniu. Mimo bardzo ciężkich warunków w czasie okupacji hitlerowskiej profesor Ważewski nie przerwał pracy naukowej. Owocem tych badań są liczne prace ogłoszone drukiem zaraz po wyzwoleniu. Należą tu prace dotyczące oceny obszaru istnienia funkcji uwikłanych za pomocą równań różniczkowych oraz obszerna praca o nierównościach różniczkowych zwyczajnych, mająca podstawowe znaczenie w tej dziedzinie. Wspomniana praca była w zakresie nierówności różniczkowych zwyczajnych punktem wyjścia badań prowadzonych po wojnie przez Ważewskiego i liczny zastęp jego uczniów.

W związku z okupacyjnymi badaniami naukowymi Ważewskiego zdarzyła się anegdotyczna historia. Mianowicie, przy okazji jakościowych rozważań nad przebiegiem całek równań różniczkowych zwyczajnych, Ważewski udowodnił pewne interesujące twierdzenie o rozmieszczeniu pierwiastków wielomianu rzeczywistego. O twierdzeniu tym mówił na jednym z pierwszych powojennych posiedzeń naukowych Oddziału

Krakowskiego PTM. W dyskusji, która się wywiązała, zabrał głos profesor Biernacki zwracając uwagę na to, że twierdzenie jest znane i pochodzi od... Newtona.

W 1945 r. Tadeusz Ważewski został mianowany profesorem zwyczajnym Uniwersytetu Jagiellońskiego. W pierwszych latach powojennych uwagę jego zaczęły pochłaniać problemy asymptotycznego przebiegu całek równań różniczkowych zwyczajnych. Na tle tych badań tworzy nową metodę topologiczną, opartą na pojęciu retraktu, wprowadzonym przez Karola Borsuka. Metodę tę zilustrujemy następującym przykładem.

Weźmy pod uwagę układ dwóch równań różniczkowych

$$dx_i/dt = f_i(t, x_1, x_2) \quad (i = 1, 2), \tag{1}$$

którego prawe strony są klasy C^1 w zbiorze otwartym zawierającym walec

$$0 \leqslant t < +\infty, \quad x_1^2 + x_2^2 \leqslant 1. \tag{2}$$

Załóżmy, że z każdego punktu pobocznicy walca wychodzą z walca ściśle (to znaczy niestycznie) całki układu (1). Wówczas istnieje na podstawie walca, to jest w kole

$$t = 0, \quad x_1^2 + x_2^2 \leqslant 1, \tag{3}$$

punkt o tej własności, że wychodząca zeń całka pozostaje w walcu (2) dla wszystkich nieujemnych wartości t. Własność ta jest konsekwencją następującej sytuacji topologicznej. Okrąg koła (3) jest retraktem pobocznicy walca (2), to znaczy istnieje odwzorowanie ciągłe pobocznicy walca (2) w okrąg koła (3) i stałe na okręgu, natomiast okrąg koła nie jest retraktem koła.

Metoda retraktowa Ważewskiego okazała się niezwykle płodną w zastosowaniach do problemów asymptotycznych w teorii równań różniczkowych zwyczajnych i stała się punktem wyjścia dla licznych prac prof. Ważewskiego, jego uczniów oraz wielu innych specjalistów. Metoda ta została później rozwinięta i uogólniona przez innych autorów. Na zaproszenie komitetu organizacyjnego Międzynarodowego Kongresu Matematyków, który odbył się w 1954 r. w Amsterdamie, wygłosił Ważewski na temat swej metody topologicznej odczyt plenarny na sekcji analizy matematycznej.

W 1949 r. objął profesor Ważewski kierownictwo Działu Równań Różniczkowych w nowo powstałym Państwowym Instytucie Matematycznym, obecnie Instytucie Matematycznym Polskiej Akademii Nauk.

Kierując Katedrą Analizy Matematycznej Uniwersytetu Jagiellońskiego oraz Działem Równań Różniczkowych Instytutu Matematycznego PAN, poświęca profesor Ważewski wiele czasu i wysiłków kształceniu kadry naukowej. Pod opieką T. Ważewskiego zdobywają swe ostrogi matematyczne liczne zastępy matematyków, wśród których spotykamy w chwili obecnej 10 profesorów i 5 docentów. Prace wielu z nich wzbudziły zainteresowanie i znalazły szerokie uznanie.

Z tej grupy matematyków wyrosła stworzona przez profesora Ważewskiego krakowska szkoła równań różniczkowych. Wpływ tej szkoły na rozwój badań naukowych w pewnych działach jakościowej teorii równań różniczkowych zwyczajnych daje się wyraźnie zaobserwować w twórczości zarówno polskich, jak i zagranicznych matematyków.

Kształcenie młodych matematyków jest, obok własnej twórczości naukowej, pasją profesora Ważewskiego, który stawiając swym wychowankom najwyższe wymagania jest zawsze gotów służyć im pomocą i radą.

Aby w pełni ocenić kolosalne zasługi profesora Ważewskiego, wypada cofnąć się myślą do okresu międzywojennego, kiedy to nastąpił do dziś dnia trwający wspaniały rozwój dwóch polskich szkół matematycznych: warszawskiej szkoły teorii mnogości i topologii oraz lwowskiej szkoły analizy funkcjonalnej. W tym czasie równania różniczkowe uprawiane były przez nielicznych matematyków polskich, wśród których byli wprawdzie matematycy tej miary co Stanisław Zaremba, Juliusz Schauder i Alfred Rosenblatt, lecz każdy z nich działał niestety w odosobnieniu. Skierowanie uwagi młodych matematyków na problemy z dziedziny równań różniczkowych, problemy zwykle bardzo trudne, i stworzenie pewnego zwartego kolektywu zajmującego się tymi zagadnieniami nie było więc rzeczą łatwą. Dzieła tego dokonał Tadeusz Ważewski. Dzięki inicjatywie Ważewskiego oraz stworzeniu odpowiednich ram organizacyjnych w Instytucie Matematycznym PAN zaczął się w Polsce po roku 1945 żywiołowy rozwój badań w dziedzinie równań różniczkowych.

Omawiając zasługi naukowe profesora Ważewskiego, autora ponad stu prac, podkreślić wypada, że w pracach swych, przez wprowadzenie trafnie dobranych pojęć i stosowanie właściwych metod, potrafił uchwycić istotę zagadnienia i znaleźć nieoczekiwanie proste rozwiązanie. Równocześnie wprowadzone przez niego metody i pojęcia są niezwykle płodne i stanowią punkt wyjścia do dalszych badań i uogólnień. Tak było na przykład z ugruntowaną i rozwiniętą przez Ważewskiego metodą nierówności różniczkowych, tak było też w jakościowej teorii równań różniczkowych ze stworzoną przez Ważewskiego metodą topologiczną opartą o pojęcie retraktu. Z pojęć wprowadzonych przez Ważewskiego wymieńmy tak trafne i płodne pojęcie, jak asymptotyczna koincydencja całek równań różniczkowych zwyczajnych.

Zainteresowania fizyką, sięgające początku studiów, znalazły swój wyraz w pracach Tadeusza Ważewskiego na temat równania struny drgającej i jego uogólnień.

W twórczości naukowej Tadeusza Ważewskiego charakterystyczną cechą jest to, że problematyka jego badań należy zawsze do najbardziej aktualnych w danej chwili. I tak w ostatnich czasach ogłosił profesor Ważewski całą serię prac na temat tak zwanych układów sterowanych.

Są to równania różniczkowe postaci

$$dx_i/dt = f_i(t, x_1, \ldots, x_n, u_1, \ldots, u_p) \quad (i = 1, \ldots, n), \tag{4}$$

zawierające parametry sterowania $u_1, \ldots, u_p$, które — obok funkcji niewiadomych $x_1(t), \ldots, x_n(t)$ opisujących trajektorie układu — należy wyznaczyć jako funkcje czasu t. Układy takie występują w zagadnieniach automatyki, w szczególności w bardzo doniosłych w chwili obecnej problemach automatycznego i optymalnego sterowania. Ważewski zrobił następującą i, jak się później okazało, niezwykle owocną uwagę. Jeżeli przy dowolnie ustalonych wartościach $t, x_1, \ldots, x_n$ oznaczymy przez $F(t, x_1, \ldots, x_n)$ zbiór w n-wymiarowej przestrzeni będący obrazem poprzez transformację

$$y_i = f_i(t, x_1, \ldots, x_n, u_1, \ldots, u_p) \quad (i = 1, \ldots, n)$$

zbioru w przestrzeni p-wymiarowej, w którym zmieniają się parametry sterowania, to każda trajektoria układu (4) jest rozwiązaniem problemu polegającego na wyznaczeniu absolutnie ciągłych funkcji $x_1(t), \ldots, x_n(t)$, które dla prawie każdego t z odpowiedniego przedziału spełniają warunek

$$(dx_1/dt, \ldots, dx_n/dt) \in F\big(t, x_1(t), \ldots, x_n(t)\big).$$

Dzięki tej uwadze oraz takim pojęciom wprowadzonym przez Ważewskiego, jak na przykład pojęcie quasi-trajektorii układu sterowanego, teoria została z jednej strony szeroko rozwinięta i powiązana ze znaną teorią równań kontyngensowych, a z drugiej strony w dużym stopniu zaokrąglona.

Profesor Ważewski utrzymuje żywe kontakty naukowe z zagranicą, biorąc udział w międzynarodowych zjazdach i konferencjach oraz wygłaszając wykłady na zaproszenie uniwersytetów zagranicznych. Tak, na przykład, w 1959 r. miał wykłady na uniwersytetach we Florencji, Rzymie, Pizie, Genui, Lille, Rennes i w Collège de France w Paryżu. Wielu gości zagranicznych przybywa do Krakowa, by zapoznać się z osiągnięciami krakowskiej szkoły profesora Ważewskiego.

Mówiąc o osiągnięciach naukowych profesora Ważewskiego nie sposób nie wspomnieć o jego zasługach dydaktycznych i metodycznych. Jego wykłady, odznaczające się niezwykłą precyzją i znakomicie opracowane z punktu widzenia dydaktycznego, cieszą się wielką i nie słabnącą popularnością wśród studentów. Poświęcając wiele uwagi zagadnieniom metodycznym, opracował Ważewski między innymi jednolity dowód kilkudziesięciu przypadków tak zwanej reguły de l'Hôspitala.

W tym miejscu wypada zauważyć, że reguła de l'Hôspitala i jej uogólnienia były dla Ważewskiego w pewnym sensie punktem wyjścia do twierdzenia o przyrostach skończonych dla funkcji zmiennej rzeczywistej o wartościach z przestrzeni Banacha. Twierdzenie to stało się początkiem teorii nierówności różniczkowych w przestrzeniach Bana-

cha. Dla przestrzeni Banacha Ważewski podał dwie oryginalne konstrukcje rozwiązania równania różniczkowego. Jedna polega na metodzie kolejnych przybliżeń bez korzystania z szeregów porównawczych, w drugiej natomiast aproksymuje się rozwiązania za pomocą krzywych łamanych Carathéodory'ego.

Przy egzaminach profesor Ważewski jest bardzo wymagający, ale zawsze stara się studentom pomagać. W związku z tym miało raz miejsce następujące zabawne zdarzenie. Student miał przedstawić dowód twierdzenia o ciągłości granicy $f(x)$ jednostajnie zbieżnego ciągu $f_n(x)$ funkcji ciągłych. Jak wiadomo, dla wykazania ciągłości $f(x)$ w punkcie x_0 różnicę $f(x)-f(x_0)$ ocenia się w ten sposób, że przedstawia się ją w postaci

$$f(x)-f_n(x)+f_n(x)-f_n(x_0)+f_n(x_0)-f(x_0), \tag{5}$$

gdzie już każda z trzech różnic daje się łatwo ocenić. Profesor Ważewski, widząc bezradność studenta i chcąc mu pomóc podyktował mu po prostu wzór (5). Student przyglądał się przez chwilę nadal bezradnie wypisanemu na tablicy wyrażeniu i nagle z rozjaśnioną twarzą wykrzyknął: Panie Profesorze, przecież tutaj wszystko się znosi. Nawiasem mówiąc, mimo dużego poczucia humoru, profesor Ważewski nie mógł ocenić tego egzaminu pozytywnie.

Zaraz po wojnie został prof. Ważewski wybrany na członka korespondenta Polskiej Akademii Umiejętności. Z chwilą utworzenia Polskiej Akademii Nauk został powołany na członka korespondenta PAN, a w 1957 r. został członkiem rzeczywistym PAN. W 1959 r. został wybrany prezesem Polskiego Towarzystwa Matematycznego, które w 1967 r. przyznało mu tytuł członka honorowego. W tym samym roku otrzymał w Uniwersytecie Jagiellońskim najwyższą godność naukową, doktorat honoris causa. Tadeusz Ważewski jest redaktorem czasopisma Annales Polonici Mathematici, stanowiącego kontynuację czasopisma Annales de la Société Polonaise de Mathématique, którego był również redaktorem w latach powojennych. Profesor Ważewski był dwukrotnym laureatem Państwowej Nagrody Naukowej. W uznaniu jego zasług Rada Państwa przyznała mu wysokie odznaczenia państwowe: Krzyż Kawalerski i Krzyż Komandorski Orderu Odrodzenia Polski oraz Sztandar Pracy I klasy.