napisanym przez E. A. Gorina i W. S. Mitjagina. Rozdział 7, opracowany przez W. P. Masłowa i Ł. D. Faddiejewa, dotyczy głównie operatora Schrödingera i zagadnień pokrewnych. Książkę kończy napisany przez N. J. Wilenkina rozdział 8 o dystrybucjach w ujęciu funkcjonałowym, ale bez stosowania aparatu przestrzeni liniowo-topologicznych. Główny nacisk położył autor na zagadnienie regularyzacji całek, przekształceń Fouriera i Radona, a wreszcie na konstruowanie rozwiązań podstawowych operatora różniczkowego oraz rozwiązań podstawowych zagadnienia Cauchy'ego. W tym rozdziale widać wyraźnie nastawienie książki: problematykę należącą bezpośrednio do analizy funkcjonalnej pominięto na korzyść zastosowań.

Książka nie jest pozbawiona usterek. Główną z nich jest chyba niepełne dopasowanie do siebie różnych rozdziałów, a nawet różnych części tego samego rozdziału. Np. na str. 25 określa się zwartość zbioru w przestrzeni metrycznej jako względną ciągową zwartość. Na str. 38 zbiór zwarty w przestrzeni topologicznej określony jest za pomocą pokryć; obydwa te pojęcia zwartości pokrywają się w przestrzeniach metrycznych tylko dla zbiorów domkniętych. Na str. 218, 219 i 241 używa się natomiast terminu „zbiór dwuzwarty". Jeśli mowa o terminologii, to zwrócę uwagę na to, że termin „funkcja abstrakcyjna" (str. 172) wychodzi obecnie z użycia na korzyść terminu „funkcja wektorowa". Niektóre nazwiska są źle napisane, np. przy nazwisku Fréchet w całym rozdziale 4 oraz w skorowidzu rzeczowym brak akcentu, a Hausdorff jest napisany przez podwójne s (str. 12, str. 240 i inne miejsca). Przy pisaniu tego rodzaju książki trudno uniknąć pomijania pewnych definicji czy też nieprecyzowania pewnych pojęć. Nie podano np. definicji otoczenia punktu, odsyłając na str. 12 do Bourbakiego. Określenie entropii zbioru informacji na str. 26 nie jest jasne. „Gładki brzeg" na str. 27 i w innych miejscach książki nie jest sprecyzowany. Książka zawiera również błędy rzeczowe. Na str. 24 „zasada kul ściągających" podana jest bez założenia domkniętości kul, bez którego jest fałszywa. Na str. 70 podano jako przykład 5 przestrzeni Hilberta przestrzeń funkcji $x(t)$, określonych i mierzalnych na całej osi liczbowej $(-\infty, +\infty)$, spełniających warunek $\lim_{T\to\infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} |x(t)|^2 dt < +\infty$. Przestrzeń ta nie jest jednak w ogóle liniowa (por. np. J. Albrycht, *The theory of Marcinkiewicz–Orlicz spaces*, Rozprawy Matematyczne XXVII, 1962, tw. 26). Prócz tego książka zawiera pewną ilość usterek drukarskich, nie zamieszczonych w erracie, łatwych jednak do zauważenia przez czytelnika, więc nieszkodliwych.

Te uwagi krytyczne nie zmniejszają zasadniczej wartości książki dla zajmujących się zastosowaniami matematyki, dla których będzie ona stanowiła z pewnością kompendium wiedzy z analizy funkcjonalnej.

Julian Musielak

Roman Leitner, *Zarys matematyki wyższej dla inżynierów*, cz. III, *Rachunek całkowy, równania różniczkowe zwyczajne*, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 1968, str, 313, cena zł 28.—

Jest to część trzecia i ostatnia, obejmująca 13 rozdziałów numerowanych od 17 do 29, zawierających rachunek całkowy i równania różniczkowe zwyczajne. O dwóch pierwszych częściach pisałem w poprzednich recenzjach (por. Wiadom. Mat. 10, str. 294–297).

Książka ta jest przeznaczona jako podręcznik matematyki dla studentów politechnik i szkół inżynierskich (dla studium dziennego, wieczorowego i zaocznego). Mogą z niej korzystać również inżynierowie, aby przypomnieć sobie nabyte w czasie studiów wiadomości, jak również samoucy.

Ministerstwo Nauki i Szkolnictwa Wyższego

Rachunek całkowy (8 rozdziałów) obejmuje całkę pojedynczą nieoznaczoną i oznaczoną, całkę podwójną, potrójną, krzywoliniową i powierzchniową oraz ich zastosowania. Pozostałe pięć rozdziałów zawierają: równania różniczkowe zwyczajne pierwszego i drugiego rzędu, elementy funkcji analitycznych oraz przekształcenie Laplace'a.

Układ materiału różni się nieco od tradycyjnego. Myślą przewodnią jest tu „dozowanie" materiału naukowego. Jest to uzasadnione względami korelacji z innymi przedmiotami (fizyką, mechaniką). Na przykład, po rozdziale pierwszym (17), którego treścią jest całka nieoznaczona, następuje rozdział, w którym autor omawia równania różniczkowe pierwszego i drugiego rzędu w najprostszych przypadkach. W dalszej dopiero kolejności następuje całka oznaczona. Układ ten nie jest w pełni dostosowany do żadnego z obowiązujących obecnie programów matematyki na wyższych uczelniach technicznych i korzystniejsze dla czytelnika byłoby umieszczenie dwóch rozdziałów o równaniach różniczkowych jeden po drugim, a nie przedzielanie ich innymi tematami.

Na uwagę zasługują przykłady wprowadzające do danego zagadnienia, przeważnie o treści fizycznej, podnoszące walory dydaktyczne książki. Nie wszystkie jednak są dobrze przemyślane. Np. na str. 13 funkcja $F(t)$ jest „pewną wielkością fizyczną" a dalej podaje się, że $F'(t) = f(t)$, gdzie $f(t)$ jest prędkością.

W wielu miejscach podane jest „streszczenie" definicji. Jest to uprzednio sformułowana definicja w innym wysłowieniu i przy zmienionej symbolice.

Autor opracował przejrzyście pierwszy rozdział dotyczący całki nieoznaczonej, uwzględniając przygotowanie matematyczne czytelnika oraz jego zainteresowania techniczne. Twierdzenia są jasno sformułowane i udowodnione. Niestety, pominięte są ilustracje graficzne występujących tu jednoparametrowych rodzin funkcji. We wzorach opuszczona jest stała całkowania, z wyjątkiem „wzorów podstawowych". Czytelnik może mieć wątpliwości, dlaczego wprowadzono nazwę „całka nieoznaczona", skoro obliczone całki są jak najbardziej „oznaczone". Autor wprowadził termin „złożenie" nie precyzując bliżej, co przez to rozumie. Można się jedynie domyślać, że chodzi tu o funkcję wymierną $R(x, y)$, gdzie np. $y = \sqrt{x}$, albo $x = \sin t$, $y = \cos t$. W podręcznikach na ogół dużo miejsca poświęca się na całkowanie funkcji wymiernych chociaż okazuje się, że w zastosowaniach mało korzysta się z tych całek. Autor przedstawił ten problem dosyć zwięźle, a mimo to wykorzystał 5 stron druku. Z powodzeniem można tu było zrezygnować z ogólnych rozważań dotyczących całek typu $\int \frac{Gx+H}{(x^2+px+q)^n}\,dx$ $(n \geqslant 2)$ i ograniczyć się jedynie do pewnych przypadków szczególnych, które wykorzystuje się w dalszych rozdziałach. Całkowanie funkcji niewymiernych i trygonometrycznych potraktował autor krótko, polecając czytelnikowi odpowiednie zbiory zadań.

Przed podaniem definicji całki oznaczonej autor podaje przykłady o treści fizycznej, ilustrowane rysunkami. Przykłady te ułatwiają zrozumienie celowości wprowadzenia „sumy całkowej funkcji". Dalsza tematyka, dotycząca całki oznaczonej, nie odbiega od typowych opracowań i jest dobrze przedstawiona. Autor w prosty sposób objaśnia nowe pojęcia, udowadnia twierdzenia i uzasadnia wzory. Należy jednak zauważyć, że „całka iterowana" (str. 86) winna znaleźć się w rozdziale 22. Czytelnika o nastawieniu technicznym spotka zawód, gdy zajrzy do rozdziału „Zastosowania całki oznaczonej". Są tu bowiem omówione tematy geometryczne, brak natomiast zagadnień o treści fizycznej. Przy omawianiu całki krzywoliniowej należało wspomnieć o planimetrze biegunowym Amslera.

Funkcje specjalne, takie jak np. $\mathrm{Erf}z$, $\mathrm{Si}z$, $\Gamma(z)$ i ich wykresy są cenną pozycją książki. Brak jednakże fragmentów tablic tych funkcji. Nie ma również informacji o analizatorach harmonicznych.

Niektóre rozdziały mają zbyt skromny tytuł. Do tych należy rozdział 27 pt. „Liczby zespolone", który obok liczb zespolonych zawiera elementy teorii funkcji zmiennej zespolonej i elementy algebry (wzór Cardana oraz metodę trygonometryczną znajdowania pierwiastków równania 3 stopnia). Niewątpliwie interesujące są dla czytelnika informacje o twierdzeniach Abela i Galois.

Zbyt skąpo autor potraktował przekształcenie Laplace'a.

Ważną zaletą książki jest podkreślanie czynionych założeń. Rysunki są przejrzyste i dobrze wykonane. Na uwagę zasługują notki historyczne, dołączone do pojawiających się w tekście nazwisk. Do wielu nazwisk dołączono transkrypcję fonetyczną. Jest to ważne, ponieważ często zdarza się, że wymowa niektórych nazwisk jest przekręcana (np. Cauchy, Lebesgue). Autor wyjaśnia w wielu miejscach znaczenie polskich terminów i podaje ich odpowiedniki w językach obcych (np. na str. 65 znajduje się objaśnienie terminu całka).

Kończąc te uwagi, pragnę podkreślić, że omawiana tu książka stanowi pomoc dla studentów wyższych uczelni technicznych, jak również i innych osób pragnących zapoznać się z elementami matematyki wyższej.

Zygmunt Butlewski

Zenon Moszner, *O teorii relacji*, Biblioteczka Matematyczna, tom 27, Państwowe Zakłady Wydawnictw Szkolnych, Warszawa 1967, str. 207, cena zł 24.—

Książka składa się z sześciu rozdziałów. Pierwsze dwa zawierają podstawowe wiadomości z logiki matematycznej i torii mnogości. Wprowadzone zostają takie pojęcia, jak funktor zdaniotwórczy, zdanie, funkcja zdaniowa, ogólny i szczegółowy kwantyfikator, tautologia rachunku zdań i kwantyfikatorów itp. Na zakończenie podana jest aksjomatyka rachunku predykatów z regułami wnioskowania. Rozdział poświęcony teorii mnogości rozpoczyna się od podania aksjomatyki tej teorii, a następnie, po określeniu działań, omówiona jest algebra zbiorów. Ostatni paragraf tego rozdziału poświęcony jest pojęciu pary i iloczynu kartezjańskiego. W rozdziale trzecim wprowadzone jest pojęcie relacji dwuczłonowej, podane są pewne działania (złożenie i branie relacji odwrotnej), jak również pewne własności relacji (zwrotność, symetryczność, przechodniość itp.). Rozdział czwarty poświęcony jest relacjom równoważności i zawiera omówienie roli tych relacji w definiowaniu nowych pojęć, następny zaś dotyczy relacji porządku (a raczej liniowego porządku). Książkę kończy rozdział o relacjach wieloczłonowych.

Jak już z tego przeglądu treści wynika, dobór materiału nie jest najszczęśliwszy. Część logiczno-teoriomnogościowa jest niepotrzebnie rozbudowana. Przyjmując nawet, że czytelnik powinien znaleźć w książce wszystkie wiadomości niezbędne do zapoznania się z głównym jej tematem, wydaje się, że z bardzo wielu rzeczy można by zrezygnować (np. z aksjomatycznego ujęcia rachunku predykatów lub też zamkniętego układu twierdzeń), a zainteresowanych odesłać do innych pozycji, choćby z tej samej Biblioteczki Matematycznej.

Mankamentem książki jest zdawkowe omówienie relacji częściowego porządku. Poświęcono im zaledwie dwie strony, na których poza definicją i paroma prostymi uwagami niczego praktycznie rzecz biorąc nie ma. Jest to tym bardziej rażące, że bezpośrednio po tym autor na 10 stronach omawia sylogistykę Arystotelesa mającą dzisiaj już tylko historyczne znaczenie.

Podobnie po macoszemu potraktowane są relacje dobrego porządku. Poza definicją i zasadą indukcji pozaskończonej czytelnik niczego się o nich nie dowiaduje,