wmptm 1897

J. Słupecki, Z. Garbaj i T. Sawicki, *Arytmetyka i algebra dla studiów nauczycielskich*, Państwowe Zakłady Wydawnictw Szkolnych, Warszawa 1968, str. 288, cena zł 31.—

Omawiana książka zatwierdzona została przez Ministerstwo Oświaty i Szkolnictwa Wyższego jako pomocnicza dla studium nauczycielskiego. Autorzy we wstępie wspominają też, że może służyć jako literatura pomocnicza dla czynnych nauczycieli oraz dla studentów wyższych szkół pedagogicznych. Od siebie dodałbym tu jeszcze studentów matematyki na sekcji ogólnej w uniwersytetach. Materiał w niej zawarty wyznaczony został przez program przedmiotu „Arytmetyka z algebrą" w studium nauczycielskim choć, jak to zaznaczają sami autorzy, programu tego (a szkoda) nie wyczerpuje.

Ministerstwo Nauki i Szkolnictwa Wyższego

Książkę rozpoczynają elementarne wiadomości z rachunku zdań, kwantyfikatorów oraz informacja o systemach aksjomatycznych. Następnie przedstawione są podstawowe wiadomości z teorii mnogości: działania na zbiorach, relacje dwuargumentowe z definiowaniem przez abstrakcję, liczby kardynalne i typy porządkowe z działaniami na nich, dobre uporządkowanie z zasadą indukcji. Rozdział III przynosi informację o podstawowych strukturach algebraicznych: grupie, pierścieniu i ciele. Rozdziały IV–VIII poświęcone są arytmetyce liczb: naturalnych (ujęcie teorio-mnogościowe i peanowskie), całkowitych, wymiernych, rzeczywistych (ujęcie Cantora) i wreszcie zespolonych. W rozdziale IX znajdujemy elementarne wiadomości z teorii liczb: podzielność z jej cechami, algorytm Euklidesa, liczby pierwsze i złożone. Rozdział X zaczyna część algebraiczną książki, w której omówiona jest teoria wielomianów jednej zmiennej, teoria równań i ich układów (rozważania ogólne oraz metody rozwiązywania niektórych typów). Zamykają książkę: rozdział XV poświęcony omówieniu sposobów rozwiązywania nierówności oraz rozdział XVI, w którym omówiono zagadnienie rozwinięcia dziesiętnego liczby rzeczywistej.

Rozdziały I–IX zostały opracowane przez pierwszego z autorów, rozdziały od X do XVI przez dwu pozostałych. Informacja ta jest dla czytelnika niniejszej recenzji szczególnie ważna; pierwsza część książki różni się bowiem w opracowaniu znacznie od drugiej. Uzasadnię to poniżej dokładniej w uwagach szczegółowych, obecnie nadmienię jedynie, że część pierwsza napisana jest bardzo ładnie, nowocześnie, ścisłym językiem i zawiera ujęcie naprawdę współczesne omawianych zagadnień. W części drugiej cechy te, choć też występują, są znacznie zaciemnione przez różnego rodzaju niedociągnięcia.

Przejdę do szczegółowych uwag krytycznych. Bardzo dużo jest w książce, zwłaszcza w jej pierwszej części, odsyłaczy. Wiele z nich można było, a niektóre powinno się, dać do tekstu głównego. Drugie ze zdań na końcu str. 5 jest konsekwencją pierwszego, czego nie uwidoczniono. Podobna sytuacja powtarza się w dalszym ciągu przy ustalaniu oceny logicznej funktorów zdaniotwórczych. Dlaczego prawa podwójnego przeczenia na str. 9 nie sformułowano przez równoważność? Szkoda, że przy omawianiu weryfikacji tautologii rachunku zdań nie podano metody matryc 0—1, bo jest ona prostsza i bardziej mechaniczna niż rozumowanie przytoczone w książce na str. 10–11. Nie wyjaśniono dlaczego w alternatywie i koniunkcji nie musimy wprowadzać nawiasów (str. 11). Do str. 20 wiadomo, że stosowanie symbolu abstrahowania do funkcji zdaniowej z nieograniczonym zakresem zmienności zmiennej może doprowadzać do sprzeczności. Dla wykazania fałszywości warunku 1 ze str. 22 wystarczy pierwsza część rozumowania pod nim na tej stronicy, całe rozumowanie dowodzi, że fałszem jest $\bigvee_a (a = \{a\})$. Poprawność przykładów po definicji różnicy i iloczynu zbiorów na str. 23 wymaga założenia, że różne litery oznaczają różne elementy. Warto by wspomnieć, że ustalenie przestrzeni w rozważaniach teorio-mnogościowych powo-

duje kłopoty z wykonalnością działań na liczbach kardynalnych. Zwrot „te same własności" przy objaśnianiu izomorfizmu relacji na początku str. 41 wymaga objaśnienia o jakie własności chodzi, bo są oczywiście własności różniące te relacje, w przeciwnym przypadku byłyby one identyczne. Przypadek $k = 1$ warto by jednak w rozumowaniu na str. 53 omówić dokładniej, wyjaśnia on bowiem dlaczego przy schemacie II indukcji niepotrzebny jest warunek (a) ze schematu I. W związku z rozważaniami na str. 54 warto było wspomnieć, że nie istnieje zbiór wszystkich liczb porządkowych. Sformułowanie uogólnienia II zasady indukcji dla dowolnych zbiorów dobrze uporządkowanych, a nie dla zbioru liczb porządkowych, miałoby te same walory kształcące, a pozwoliłoby uniknąć konieczności określania mniejszości dla liczb porządkowych oraz przyjmowania twierdzenia o dobrym uporządkowaniu zbiorów liczb porządkowych.

W odsyłaczu na str. 63 brak wyraźnego stwierdzenia, jakie aksjomaty spełnia pierścień nieprzemienny. W tw. 3.10a na str. 66 brak założenia $x \neq 0$. Odsyłacz 3) na str. 75 winien mieć brzmienie: zob. odsyłacz 1) na tej stronicy. W tw. 4. 10 na str. 78 brak dużego kwantyfikatora wiążącego k w poprzedniku. Wobec braku zdefiniowania (str. 84) działań na liczbach całkowitych, określenie modułów tych działań na tej stronicy „wisi w powietrzu". Szkoda, że w książce nie wspomniano o działaniu indukowanym, uprościłoby to znacznie niektóre jej fragmenty. W definicji kresu górnego na str. 112 niepotrzebnie rozróżniano przypadki. W tw. 8. 14 na str. 138 alternatywa co do argumentu jest zbędna, pierwszy jej człon jest szczególnym przypadkiem drugiego. Według definicji na str. 78 nie jest prawdą $0|0$, według def. na str. 142 mamy $0|0$. Definicje warunkowe występowały już przed str. 144. Związek j. ze str. 146 był już podany w związku e. na stronicy poprzedniej. W rozkładzie na czynniki pierwsze liczby m w dowodzie tw. 9.14 na str. 158 nie musi być k czynników. Wymienione na początku str. 168 własności nie są niezależne, np. własność 4 wynika z poprzednich. Przejście w dowodzie na początku str. 169 wymaga objaśnienia. W tw. 10.2 na str. 169 zastrzeżenie $n > m$ jest oczywiście nieistotne. Szkoda, że nie rozważano podzielności w pierścieniach — zunifikowałoby to rozważania dotyczące podzielności liczb i wielomianów. Zapis formalny tw. 10.6 na str. 172 rozmija się ze sformułowaniem słownym — wielomian niezerowy nie musi mieć stopnia ≥ 1. Po co w dowodzie tw. 10.7 na str. 173 zakładamy $u \neq 0$. Dopuszczenie wieloznaczności w pojęciu największego wspólnego dzielnika nie jest najszczęśliwszym pomysłem. Tw. 10.17 na str. 177 obejmuje wniosek 2 z poprzedniej stronicy. Ponadto winno być w nim v zamiast V. Redakcja dowodu tw. 10.25 na str. 180 jest niejasna. W zasadniczym twierdzeniu algebry na str. 182 założenie „wielomian niezerowy" należy zastąpić założeniem „wielomian stopnia niezerowego". Pomyłka bierze się stąd, że na stronicy tej (i podobnie na str. 184) używa się terminu wielomian niezerowy w innym znaczeniu niż poprzednio. We wniosku 3 na str. 182 należy wyraźnie powiedzieć, że $\mathrm{st}\, u = n$. W drugim wzorze Viète'a dla wielomianu stopnia 3 na str. 183 po prawej stronie ma być nie znak „$-$", a „$+$". Na początku str. 185 zauważyłem parę pomyłek druku. Definicja 11.4 ze str. 189 budzi zastrzeżenia — nie rozpatrzono w niej bowiem wszystkich możliwości co do P_φ. Odpowiedź w przykładzie 8b na str. 191 jest oczywiście błędna. Po co w definicji 11.9 na str. 192 nowy symbol P_Φ zamiast symbolu $\{x\colon \Phi(x)\}$. A w ogóle czy nie lepiej definicję tę sformułować za pomocą warunku

$$\bigwedge_{x \in S} \Phi(x) \equiv \Psi(x).$$

We wniosku 11.4b na str. 193 (dokładniej, w konieczności podanego warunku) warunek a) jest zbędny. Definicja 11.10 na tejże stronicy nie jest (z powodu warunku a)) równoważna definicji 11.9. Definicja ta nie określa, wbrew odsyłaczowi 1) na str. 193, relacji

równoważnościowej — nie jest ona bowiem symetryczna (z powodu występowania φ w symbolu zbioru, w którym rozważamy równoważność). W przykładzie 10b na str. 194 zbiór Z podany jest błędnie. Założenia a) i b) tw. 11.5 na str. 198 można wypowiedzieć krótko: zbiór wartości funkcji g równa się Y. Uwaga na str. 200 jest niezbyt zrozumiała. Dlaczego przy metodzie analizy starożytnych nie wspomniano o trudnościach, jakie niesie ta metoda przy niektórych typach równań (równania nieoznaczone o dostatecznie obszernym zakresie). Dowód tw. 12.4 na str. 208/209 został przeprowadzony w ten sposób, że nie wykorzystano założenia istotnego w tym twierdzeniu. Zdanie przed definicją 12.8 na str. 218 jest co najmniej niezrozumiałe (np. „i odwrotnie" w tym zdaniu jest wręcz fałszywe, a i wynikanie wprost wymaga zastrzeżeń). Tw. 12.10 na str. 222 jest oczywiście fałszywe, a dowód przeprowadzono tylko w jednym przypadku. Wyjaśnienie po dowodzie tw. 12.14 na str. 225 jest niejasne. W tw. 13.2 na str. 233 należałoby objaśnić, co oznacza, wieloznaczny na gruncie zespolonym, symbol $\sqrt{\Delta}$. We wnioskach 13.1 a—b należałoby uwidocznić poczynione powyżej założenia. Zupełnie nie podkreślono, że celem rozważań na str. 238 jest obniżenie stopnia równania. Szkoda, że nie wspomniano, iż nie wszystkie równania można rozwiązać przez pierwiastniki (do str. 232). Zastrzeżenie, że k_1, k_2 i k_3 są liczbami wymiernymi, uczynione po związku (6a) na str. 243, jest zbyteczne. Przy przejściu z (8b) do (8c) na str. 245 ze względu na występujące tam dzielenie niezbędna jest dyskusja. Uwaga na str. 248 jest zupełnie niezrozumiała, podobnie zdanie po związku (12d) na str. 250. Sensowność nierówności (str. 262) lub równania (str. 188) lepiej od razu zdefiniować przez iloczyn mnogościowy pól. Dobrze byłoby — i zgodnie z intencjami nowego programu w liceum — traktować równania jednocześnie z nierównościami (zwłaszcza teorię ogólną). Brak w książce definicji równoważności nierówności, do twierdzeń o nierównościach nasuwają się analogiczne uwagi jak przy równaniach. Zapis tezy tw. 15.5c na str. 274 nie jest poprawny, brak pod kwantyfikatorem wyraźnego „lub". Na początku str. 277 zauważyłem parę pomyłek druku. Zakończenie dowodu tw. 16.1 na str. 281 jest niezbyt jasne. Dlaczego rozdział XVI ma w tytule sformułowanie: Rachunki przybliżone, skoro nie ma o nich mowy w jego tekście?

Pominąłem w powyższych uwagach szczegółowe wymienianie pomyłek druku, częściej występujących w części drugiej książki, ale na ogół niezbyt licznych oraz rzadkie niedociągnięcia układu i opracowania graficznego (np. pewne wnioski wyróżniono kursywą, inne zaś nie).

Konkluzja ostateczna: książka bardzo pożyteczna dla czytelnika wymienionego we wstępie, ale w drugiej części wymagająca wprowadzenia poprawek.

Zenon Moszner

Książki nadesłane

P. S. Modenow i A. S. Parchomienko, *Przekształcenia geometryczne*, Biblioteczka Matematyczna, tom 28, Państwowe Zakłady Wydawnictw Szkolnych, Warszawa 1967, str. 240, cena zł 33.— Z rosyjskiego tłumaczył Edward Piegat.

I. Definicje ogólne. II. Przekształcenia izometryczne. III. Przekształcenia podobieństwa. IV. Przekształcenia afiniczne. V. Przekształcenia rzutowe. VI. Inwersja.