wmptm 1897 299

W obu przypadkach przedmiotem zainteresowania lingwistyki matematycznej jest zbiór poprawnie zbudowanych zdań języka i metody jego opisywania.

W książce są opisane gramatyki proste (Chomskiego) i ich zastosowanie do badania języków naturalnych i sztucznych, gramatyki kategorialne Ajdukiewicza (tylko w zastosowaniu do języków naturalnych) oraz zastosowanie do badania języków automatów skończonych, przedstawionych tu jako maszyny Turinga o skończonej taśmie ze stałą ilością klatek.

Oprócz języków, w których poprawnie zbudowane zdania są linearnymi napisami w jakimś alfabecie, istnieją języki, których zdania mają budowę bardziej złożoną i nie tworzą już półgrupy ani jej podzbioru. Przykładem jest omawiany w książce język mozaik, budowanych z jednakowych trójkątów. Na bazie tego języka można utworzyć język, spełniający wszystkie znane własności kodów genetycznych, decydujących o budowie białek w żywych organizmach. Autor pokazuje, że te języki można także sprowadzić do języków z napisami linearnymi: każdej mozaice lub zdaniu języka genetycznego można przyporządkować drzewo, które z kolei można na różne sposoby opisywać liniowo.

Na zakończenie podane są krótkie uwagi o językach maszyn cyfrowych i ich budowie.

Stanisław Waligórski

Bolesław Gleichgewicht, *Elementy algebry abstrakcyjnej*, Biblioteczka Matematyczna, t. 24, Państwowe Zakłady Wydawnictw Szkolnych, Warszawa 1966, str. 216.

Książka składa się z czterech rozdziałów: I. Zbiory i działania, II. Grupoidy, III. Grupy, IV. Pierścienie i ciała.

Rozdział pierwszy zawiera podstawowe informacje o zbiorach, relacjach i działaniach. W rozdziale drugim bada się zasadnicze własności grupoidów, ich kongruencje, izomorfizmy, homomorfizmy, oraz grupoidy ilorazowe. Znacznie obszerniejszy rozdział trzeci rozpoczyna się omówieniem najprostszych własności grup, grup przekształceń, permutacji, podgrup. W dalszym ciągu przedyskutowano rozkład grupy na warstwy względem podgrupy i dzielnika normalnego, izomorfizmy i homomorfizmy grup, twierdzenie o zanurzaniu grupy w grupie permutacji, własności grup cyklicznych. W rozdziale czwartym podano definicję i najprostsze własności pierścieni, ciał, omówiono homomorfizmy i izomorfizmy pierścieni i ciał, określono pierścienie wielomianów, ciało kwaternionów i ciało liczb Cayleya. Przedyskutowano relacje kongruencji w pierścieniu, ich związek z ideałami i udowodniono twierdzenie o zanurzaniu pierścienia całkowitego w ciele.

Książka zawiera dużą ilość przykładów i zadań, które ułatwiają czytelnikowi przyswojenie materiału, i stanowią niezbędną ilustrację ogólnych pojęć. Przykłady są trafnie dobrane i nawet mało wyrobiony czytelnik powinien zrozumieć dostatecznie wiele z nich. Tego typu książka nie może oczywiście zawierać podstawowych faktów z algebry (jak sugeruje we wstępie Autor), jednak stanowi dobre wprowadzenie do najelementarniejszych pojęć algebry. Po przeczytaniu książki, czytelnik winien dojść do cennego wniosku, że algebra zajmuje się nie tylko rozwiązywaniem równań. Niestety, poza krótką wzmianką (dwa ostatnie zdania), brak informacji o związkach teorii grup i ciał z teorią równań.

Książka jest w zasadzie łatwo czytelna, chociaż pewne zdania, na szczęście nieliczne, stanowią istne łamigłówki np.: „dwa grupoidy izomorficzne mogą się różnić co do natury swych elementów, ale nie różnią się co do własności algebraicznych

Ministerstwo Nauki i Szkolnictwa Wyższego

wynikających z samej definicji grupoidu" (str. 35). Różnicę symetryczną zbiorów Y i W, po podaniu wzoru opisano jako zbiór „składający się z tych ... elementów, które należąc do Y nie należą do W i należąc do W nie należą do Y" (str. 66). „Powyższe przykłady wskazują na bliski związek geometrii zteorią grup. Związek ten legł u podstaw tak zwanego Programu Erlangeńskiego Feliksa Kleina, będącego metodą klasyfikacji i badania różnych geometryj na podstawie tych własności obiektów geometrycznych, które są niezmiennikami danej grupy przekształceń geometrycznych." (str. 77). „Wszystkie $n!$ uporządkowań zbioru X można ustawić jedno za drugim w ten sposób, że każde następne można otrzymać z poprzedniego poprzez jedną transpozycję, przy czym rozpocząć to można od dowolnego uporządkowania" (str. 80). „Jeśli każda warstwa lewostronna grupy G względem podgrupy H jest jednocześnie jej warstwą prawostronną, a więc i każda warstwa prawostronna jest warstwą lewostronną, co wynika z równoliczności zbiorów warstw lewostronnych i prawostronnych względem H, ..." (str. 98) — z równoliczności nic tutaj nie wynika, należy korzystać z tego, że warstwy jednostronne są rozłączne i ich sumą jest grupa G. „Ze względu na to, że izomorfizm jest relacją typu równoważności, iloczyn dwóch automorfizmów grupy jest jej automorfizmem" (str. 110) — izomorfizm nie jest relacją równoważności a z tego, że relacja „być izomorficznym z" jest relacją równoważności, nie wynika żądana teza.

Błędy rzeczowe są nieliczne: na str. 37 zaleca się czytelnikowi sprawdzenie, że zbiór liczb całkowitych z działaniem mnożenia nie posiada nietrywialnego automorfizmu, tymczasem każda nietrywialna permutacja zbioru liczb pierwszych wyznacza w naturalny sposób odpowiedni nietrywialny automorfizm zbioru liczb całkowitych. Na str. 91 (zad. 15) polecono udowodnić, „że zbiór wszystkich komutatorów elementów grupy generuje podgrupę w G" (o dzielnikach normalnych mowa dopiero w następnym paragrafie): Na str. 101 w zad. 10 i na str. 186_8 brak założenia $a \neq 0$, na str. 102^{10} zamiast „czworościan" powinno być „ośmiościan", a na str. 120^{15} zamiast $\{e\}$ powinno być G. Na str. 152 (zad. 6) polecono udowodnić, „że pierścień macierzy danego stopnia o elementach rzeczywistych odwzorowuje się homomorficznie na ciało liczb rzeczywistych", co jest prawdą tylko dla pierścienia macierzy stopnia jeden.

Błędów drukarskich nieomal brak: na str. 31_6 zamiast x powinno być $\bar{x}$, na str. 111_{12} zamiast $\mu_a - 1$ powinno być μ_{a-1}, a na str. 163^{17} zamiast r powinno być $\bar{r}$.

Niektóre fragmenty książki budzą wątpliwości czy Autor wybrał właściwy sposób przedstawienia materiału. Argumenty zapisuje się po lewej stronie symbolu funkcji, jednak nie wskazano dogodności tego zapisu (dla grup przekształceń). Zapisy takie są zresztą nieliczne, nie warto więc walczyć z przyzwyczajeniami czytelników. Na str. 12 Autor przyjmuje pojęcie relacji za pojęcie pierwotne, a przykłady ($<$, $=$ $\leqslant$, $\subset$, przystawanie figur geometrycznych) nie wyjaśniają dostatecznie czym jest relacja. Ponieważ pojęcie relacji odgrywa w dalszym ciągu bardzo dużą rolę, niezbędne jest określenie relacji jako podzbioru kwadratu kartezjańskiego. Jeśli element x jest odwzorowany na element y, to przeciwobrazem elementu y nazwano element x. Obraz odwzorowania zbioru X w zbiór Y jest podzbiorem właściwym Y, po czym „w przypadku gdy nie zaznacza się, czy zbiór wartości ... jest podzbiorem właściwym zbioru Y, mówimy również o odwzorowaniu X w Y" (str. 10-11) — Określenie iloczynu „kilku czynników" (str. 24) jest nieprecyzyjne, gdyż nie wypisano elementów, których iloczyn określa się. Autor wznawia zaniechaną już wersję określenia homomorfizmu jako odwzorowania epimorficznego. Opis przekształceń płaszczyzny na str. 68-70 zawiera wiele rażących fragmentów: x, y to stare, x', y' — nowe współrzędne punktu, izometrię określa się jako przekształcenie, „które zapisuje się w postaci wzoru $x' = x \cos a - \ldots, y' = \ldots$", po czym wzory te „odpowiadają obrotowi płaszczyzny o kąt a i translacji o wektor (c_1, c_2) ". „ Obroty są to te ruchy sztywne, w któ-

rych $c_1 = c_2 = 0$, a więc gdzie nie zachodzi translacja" (str. 77). Deklaracja o identyfikowaniu grup izomorficznych (str. 107) jest zbyt beztroska. „Możemy patrzeć z niepokojem" na dyskusję (str. 170-172) przygotowującą definicję wielomianu jako ciągu współczynników, w której „znak równości (w równaniu algebraicznym) traktujemy nie w sensie równości tożsamościowej, lecz jako dyspozycję do rozwiązania równania". To prawda, że „podgrupy grup abelowych nazywa się niekiedy modułami" (str. 120), lecz lepiej pojęcia modułu nie łączyć zbyt mocno z pojęciem kongruencji modulo podgrupa.

Żałować należy, że w trakcie pracy redakcyjnej nie usunięto błędów stylistycznych, których jest zbyt wiele, aby wszystkie wymienić. Np. „Działaniem jest również wektorowe mnożenie wektorów, lecz nie ich mnożenie skalarne" (str. 20), „dla każdego elementu $a \in G$ istnieje w G element odwrotny do a i tylko jeden", „zbiór przeciwobrazów ... w homomorfizmie ..." (str. 119) „twierdzenia o własnościach niezmienniczych grupoidów przy homomorfizmach" (str. 41) itd.

Pomimo wymienionych usterek książkę można uznać za przydatną dla nauczycieli i innych czytelników, pragnących poznać podstawowe pojęcia algebry.

Stanisław Balcerzyk

I. F. C. Kingman, S. I. Taylor, *Introduction to Measure and Probability*, Cambridge University Press, 1966, str. 394.

Pomimo dość skromnego tytułu, książka jest właściwie monografią teorii miary i podstaw teorii prawdopodobieństwa. Dziewięć pierwszych rozdziałów dotyczy teorii miary: omówione są tam niezbędne wiadomości z teorii mnogości i topologii, konstrukcje miar i ich rozszerzeń, funkcje mierzalne, całki, miary w przestrzeniach produktowych, elementy analizy funkcjonalnej i teorii różniczkowania miar. Dalszych sześć rozdziałów zawiera omówienie podstaw teorii prawdopodobieństwa i procesów stochastycznych: prawdopodobieństwo, zmienne losowe i wartości oczekiwane, podstawowe narzędzia analityczne używane przy badaniach zmiennych losowych (funkcje charakterystyczne i funkcje tworzące), problemy zbieżności ciągów sum zmiennych niezależnych i rozkładów tych sum, pojęcie prawdopodobieństwa warunkowego i podstawy teorii procesów stochastycznych.

Pierwsza część książki jest lepsza od drugiej; wykład teorii miary wydaje się co najmniej tak dobry, jak wykład w książce Halmosa (co jest chyba opinią pozytywną), choć oczywiście obejmuje mniejszy zakres materiału. Część książki dotycząca teorii prawdopodobieństwa jest już nieco gorsza: czytelnikowi trudno byłoby po jej przeczytaniu zrozumieć czym właściwie jest teoria prawdopodobieństwa i mógłby pozostać przekonany, że jest ona jedynie rozwinięciem teorii miary w kierunku badania pewnych specjalnych zagadnień, nie zaś samodzielną dyscypliną, dla której teoria miary stanowi jedynie narzędzie służące do usprawiedliwienia operacji formalnych i wyeliminowania sytuacji patologicznych (przykładem tego ostatniego może być teorio-miarowe pojęcie ośrodkowości dla procesów stochastycznych, ważne dla podstaw tej teorii, ale raczej marginesowe z punktu widzenia jej treści probabilistycznej).

Reasumując, książkę można by polecać jako podręcznik teorii miary, natomiast jej użyteczność dla ludzi zajmujących się teorią prawdopodobieństwa jest mniejsza niż użyteczność innych książek z tej dziedziny, takich jak np. książek Fellera (tom II) lub Loéve'a.

Robert Bartoszyński