ROCZNIKI POLSKIEGO TOWARZYSTWA MATEMATYCZNEGO
Seria II: WIADOMOŚCI MATEMATYCZNE X (1967)

Ministerstwo Nauki i Szkolnictwa Wyższego

Ł. DUBIKAJTIS (Toruń)

Stanisław Jaśkowski
(1906-1965)

Stanisław Jaśkowski urodził się w Warszawie 22 kwietnia 1906 roku. Studia matematyczne rozpoczął na Uniwersytecie Warszawskim. Niestety w roku 1929 zmuszony był z powodu choroby płuc do ich przerwania, a ukończył je dopiero w roku 1932, uzyskując na Uniwersytecie Warszawskim stopień doktora filozofii w zakresie matematyki. Specjalizował się w logice matematycznej pod kierunkiem J. Łukasiewicza, S. Leśniewskiego, A. Tarskiego.

Po uzyskaniu doktoratu Stanisław Jaśkowski pracował w dalszym ciągu naukowo i przygotowywał rozprawę habilitacyjną. W chwili wybuchu wojny zgłosił się na ochotnika do wojska i wziął udział w obronie Warszawy we wrześniu 1939. Podczas wojny był przez kilka tygodni więziony w Rawie Mazowieckiej.

Po wyzwoleniu podjął natychmiast pracę dydaktyczną. Od 1. IV. 1945 do 30. IX. 1945 prowadził zlecone wykłady na Uniwersytecie Łódzkim, a 1. X. 1945 rozpoczął pracę na Uniwersytecie Mikołaja Kopernika w Toruniu, gdzie pracował nieprzerwanie aż do końca życia.

W październiku 1945 r. habilitował się na Uniwersytecie Jagiellońskim i został powołany przez rektora UMK na stanowisko profesora nadzwyczajnego (nominację KRN na to stanowisko otrzymał w roku 1946). W dniu 27. VI. 1957 został mianowany profesorem zwyczajnym.

Czynny udział profesora S. Jaśkowskiego w pracach organizacyjnych na uczelni przejawił się między innymi w piastowaniu przezeń szeregu odpowiedzialnych stanowisk. Był więc w roku 1952 organizatorem Wydziału Mat.-Fiz.-Chem., a następnie jego pierwszym dziekanem (1952-1954). W latach 1956-1959 był prorektorem do spraw nauki, a wreszcie w latach 1959-1962 rektorem Uniwersytetu Mikołaja Kopernika.

W tym okresie zachorował na żółtaczkę zakaźną. Choroba miała bardzo ciężki przebieg i spowodowała liczne komplikacje. Profesor Jaśkowski nigdy już nie wrócił do zdrowia. Podjął co prawda ponownie pracę naukową i zajęcia dydaktyczne, nie na długo jednak. Zmarł w wyniku komplikacji pożółtaczkowych w dniu 16 listopada 1965 roku.

Niemal do ostatniej chwili życia był twórczy i pełen energii. Podejmował nowe plany i wierzył, że je zrealizuje. Dla nauki polskiej i dla uczelni śmierć jego jest niepowetowaną stratą. Jego osiągnięcia stanowią ważny i trwały wkład do nauki. Dlatego podamy krótkie ich omówienie.

W roku 1934 na Uniwersytecie Warszawskim ukazał się pierwszy numer wydawnictwa poświęconego logice i jej historii, noszącego tytuł „Studia Logica". Redaktorem tego wydawnictwa był światowej sławy logik polski prof. Jan Łukasiewicz. Pierwszy — inaugurujący to wydawnictwo — zeszyt przeznaczył Łukasiewicz na wybitną pracę swego ucznia Stanisława Jaśkowskiego. Publikacja ta, [1], o tytule *On the Rules of Suppositions in Formal Logic* stanowiła rozwiązanie problemu wielkiej wagi znalezione przez Jaśkowskiego już w roku 1926. Zreferował wówczas swe wyniki na seminarium Łukasiewicza, a następnie na I Zjeździe Matematyków Polskich w roku 1927. W roku 1932 na podstawie tej pracy uzyskał S. Jaśkowski na Uniwersytecie Warszawskim tytuł doktora filozofii. Ośmioletnia zwłoka w opublikowaniu wyników pozbawiła Jaśkowskiego priorytetu, gdyż jednocześnie z nim niemiecki logik Gerhard Gentzen opublikował bardzo podobne rozwiązanie tego samego problemu.

Problem był następujący: Znaleźć system logiczny, który by w pełni odzwierciedlał sposoby rozumowania stosowane przez matematyków przy dowodzeniu twierdzeń. Sposoby te bowiem odbiegają w znacznym stopniu od reguł wnioskowania używanych w logice, dzięki czemu dowody matematyczne przeprowadzane w praktyce są znacznie krótsze od dowodów sformalizowanych na gruncie logiki.

Jako rozwiązanie tego problemu S. Jaśkowski zbudował system logiki oparty na tzw. regułach założeniowych — zupełnie odrębny od wszystkich innych systemów logicznych. Ponieważ brak miejsca nie pozwala tu na zreferowanie systemu Jaśkowskiego, ograniczymy się więc tylko do podania kilku jego cech specyficznych.

Jaśkowski scharakteryzował węższy rachunek predykatów przez podanie aksjomatyki składającej się wyłącznie z kilku reguł wnioskowania, bez żadnych aksjomatów. Reguły Jaśkowskiego są tak sformułowane, że dowód przeprowadzony przy ich pomocy nie jest ciągiem składającym się z samych twierdzeń, dzięki czemu jest o wiele krótszy od dowodu sformalizowanego, dokonanego jakąkolwiek inną metodą. Przy tym dowód taki pokrywa się niemal idealnie z dowodem przeprowadzonym w sposób niesformalizowany przez matematyka nie posługującego się logiką. Ta naturalność odróżnia system Jaśkowskiego od wszystkich innych systemów logicznych. Warto jeszcze podkreślić, że świadome stosowanie metody Jaśkowskiego dopomogłoby matematykom w uniknięciu rozmaitych błędów i przeoczeń w przeprowadzanych dowodach, nie zwiększając przy tym długości tych dowodów.

Metodę swą Jaśkowski później jeszcze udoskonalił, włączając do

niej reguły wnioskowania dla alternatywy, koniunkcji i równoważności. Szczegółowy wykład metody założeniowej przedstawił w skrypcie [3] opublikowanym w roku 1947 na UMK. W skrypcie tym zamieścił ponadto szereg przykładów zastosowania swej metody przy wyprowadzaniu najważniejszych twierdzeń logicznych oraz jej zastosowań do innych dziedzin matematyki, a także udowodnił niesprzeczność i zupełność rachunku zdań opartego na metodzie założeniowej.

Metoda założeniowa jest cytowana w najpoważniejszych monografiach z logiki, a ostatnio weszła do programu nauczania na wyższych uczelniach pedagogicznych w Polsce.

Zastanawiając się nad ideami, które przyświecały Jaśkowskiemu, gdy tworzył metodę założeniową, możemy wysnuć wniosek, iż interesował go ważki problem zbliżenia logiki do życia. Nie było to jednak zainteresowanie przejściowe. Na pozór wydawałoby się, że trudno o bardziej abstrakcyjną dziedzinę niż logika matematyczna i że matematyk poświęcający się tej dziedzinie obraca się całkowicie w sferze abstrakcji. Jaśkowski był zupełnym tego przeciwieństwem. Ukochał on co prawda myślenie abstrakcyjne, charakterystyczne dla logiki, jednocześnie jednak dążył z pasją do ściągnięcia tej logiki z obłoków na ziemię i uczynienia z niej nauki jak najbardziej związanej z życiem i rzeczywistością. Zbudowanie przezeń metody założeniowej jest dopiero pierwszym tego objawem. W dalszym ciągu swej pracy twórczej Jaśkowski nadal postępował konsekwentnie w tym samym kierunku.

Ponieważ logika klasyczna nie jest zdolna do oddania w pełni zależności pomiędzy konkretnymi zjawiskami świata realnego (1), poświęcił więc on wiele czasu na stworzenie szeregu nieklasycznych systemów logicznych, które by w większym stopniu oddawały związki zachodzące w świecie rzeczywistym. Omówię tu pokrótce kilka takich systemów (2). Wszystkie one posługują się wprowadzonym w roku 1930 przez Heytinga pojęciem zmiennej zależnej.

1. Weźmy pod uwagę zbiór wszystkich twierdzeń α węższego rachunku predykatów o następującej własności: każdy predykat występujący na jakimkolwiek miejscu w α ma te same argumenty, a przy tym są one wszystkie różne i występują w tej samej kolejności. (Np. $\bigwedge_x\{\bigvee_y[P(x,y) \to \to Q(x,y)] \leftrightarrow [\bigwedge_y P(x,y) \to \bigvee_y Q(x,y)]\}$.) Jeżeli teraz opuścimy w wyrażeniu α wszystkie nawiasy występujące po predykatach wraz z zawartymi w nich argumentami, a predykaty nazwiemy zmiennymi zależnymi, to otrzymamy pewne wyrażenie z rachunku zmiennych zależnych Heytinga.

(1) Np. relacja implikacji klasycznej ma bardzo mało wspólnego ze związkami przyczynowości.

(2) Jaśkowski stosował w swych pracach rozmaite rodzaje symboliki logicznej (najczęściej Łukasiewicza). Tutaj przyjęliśmy symbolikę ujednoliconą.

(W naszym przykładzie będzie to: $\bigwedge_x\{\bigvee_y[p \to q] \leftrightarrow [\bigwedge_y p \to \bigvee_y q]\}$.) Zbiór wszystkich uzyskanych w ten sposób wyrażeń stanowi twierdzenia nowego systemu logiki (systemu częściowego w stosunku do rachunku zmiennych zależnych Heytinga). System ten, który Jaśkowski nazwał w [24] systemem Q, a w [11] systemem I — stanowi punkt wyjścia dla dalszych rozważań i ułatwia określenie następnych systemów logicznych Jaśkowskiego.

2. Dwa następne systemy Jaśkowskiego (oznaczone przez niego w [11] jako systemy II i II_n) są określone aksjomatycznie i stanowią podsystemy systemu I. Ściślej mówiąc, zachodzą pomiędzy nimi związki: $\mathrm{II}_n \subset \mathrm{II} \subset \mathrm{I}$. Opiszemy tu tylko system II_n.

W systemie tym występują zmienne zdaniowe (czyli zmienne zależne), funktory rachunku zdań, oraz n zmiennych indywiduowych (czyli zmiennych niezależnych): $x_1, x_2, \ldots, x_n$ umieszczanych wyłącznie po znaku kwantyfikatora dużego: $\bigwedge$. Aksjomatami systemu są:

1° dowolny ustalony zbiór aksjomatów rachunku zdań poprzedzonych przez wyrażenie: $\bigwedge_{x_1}\bigwedge_{x_2}\cdots\bigwedge_{x_n}$,

2° następujące wyrażenia poprzedzone przez taki prefiks jak w 1°:

$$\bigwedge_{x_i}(p \to q) \to (\bigwedge_{x_i} p \to \bigwedge_{x_i} q),$$

$$\bigwedge_{x_i} p \to \bigwedge_{x_i}\bigwedge_{x_i} p,$$

$$\neg\bigwedge_{x_i} p \to \bigwedge_{x_i}(\neg\bigwedge_{x_i} p),$$

$$\bigwedge_{x_i} p \to p,$$

$$\bigwedge_{x_i}\bigwedge_{x_j} p \leftrightarrow \bigwedge_{x_j}\bigwedge_{x_i} p,$$

gdzie $i = 1, \ldots, n$, $j = 1, \ldots, i-1$,

3° wyrażenia (bez prefiksu) postaci $\bigwedge_{x_i} p \to p$ (dla $i = 1, \ldots, n$).

Reguły wnioskowania są w tym systemie takie same jak w rachunku zdań (reguła odrywania i podstawiania za zmienne zdaniowe).

System II zbudowany jest za pomocą dowolnych zmiennych indywiduowych, ma prostsze aksjomaty, ale za to bogatszy jest o dodatkową (dość specyficzną) regułę podstawiania za zmienne indywiduowe.

Systemy II i II_n są interesujące jako próby zaksjomatyzowania systemu I, a także ze względu na zagadnienia rozstrzygalności, o czym piszemy dalej.

3. W oparciu o system Q podał Jaśkowski bardzo interesującą definicję systemu S5 Lewisa. Jeżeli mianowicie w systemie Q ograniczymy się tylko do tautologii, w których występuje wyłącznie jedna zmienna x i zastąpimy symbole $\bigwedge_x$ i $\bigvee_x$ odpowiednio przez symbole $\bigwedge_m$ i $\bigvee_m$, to otrzymamy zbiór tautologii nowego systemu logiki, systemu (oznaczonego przez Jaśkowskiego w [24] przez Q_m, w [13] zaś przez M_2) równoważnego

systemowi S5 Lewisa. Symbole: $\bigwedge_m$ i $\bigvee_m$ mają w tym systemie intuicyjny sens: „jest konieczne..." i „jest możliwe...".

4. Następną z kolei teorią wprowadzoną przez Jaśkowskiego jest tzw. rachunek czynników (oznaczony w [24] przez Q_f, w [11] zaś — przez III). Podajemy jego określenie. Jeżeli w systemie Q będziemy stosować zmienne indywiduowe wyłącznie postaci: x_i (gdzie i jest liczbą naturalną), to możemy w nim określić pojęcie czynnika formuły α. Mianowicie wyrażenie $\neg\bigwedge_{x_1}\bigwedge_{x_2}\dots\bigwedge_{x_n}(\alpha \to \bigwedge_{x_i}\alpha)$ będziemy czytali: „x_i jest czynnikiem α dla danego n". Intuicyjny sens tego pojęcia jest następujący: w dowolnym modelu teorii Q prawdziwość α zależy w istotny sposób od wartości x_i, a dokładniej: przy pewnych ustalonych wartościach pozostałych zmiennych indywiduowych (tzn. zmiennych: $x_1, \dots, x_{i-1}, x_{i+1}, \dots, x_n$) zmieniając wartości x_i jesteśmy w stanie uzyskać dwie możliwości: dla jednej wartości x_i wyrażenie α będzie prawdziwe, dla innej zaś — fałszywe. W oparciu o pojęcie czynnika nietrudno już określić następującą relację: „formuła β zachodzi dla wszystkich wartości tych zmiennych indywiduowych, które są czynnikami formuły α dla danej wartości n". Zapisujemy to za pomocą symbolu: $[\bigwedge_f^n \alpha]\beta$. Zbiór wyrażeń systemu Q dających się zapisać wyłącznie za pomocą zmiennych zależnych, funktorów rachunku zdań oraz symboli $\bigwedge_f^n$ i będących twierdzeniami systemu Q dla każdej wartości n, stanowi system Q_f, czyli rachunek czynników. Ze względu na treść powyższego określenia, pisanie wskaźników n przy kwantyfikatorze staje się w systemie Q_f zbyteczne. W systemie Q_f określamy relację: „β zachodzi przy pewnych wartościach czynników α" (symbolicznie: $[\bigwedge_f \alpha]\beta$), za pomocą wzoru $\neg[\bigwedge_f \alpha]\neg\beta$. W rachunku tym bardzo łatwo jest również określić pojęcia $\bigwedge_m$ i $\bigvee_m$ (stosowane w Q_m). Mianowicie:

$$\bigwedge_m \alpha = [\bigwedge_f \alpha]\alpha, \qquad \bigvee_m \alpha = [\bigvee_f \alpha]\alpha.$$

Opisane wyżej teorie, aczkolwiek bardzo interesujące, nie stanowiły ostatecznego osiągnięcia Jaśkowskiego. Najciekawsze — i to zarówno z punktu widzenia czysto logicznego, jak i filozoficznego — są dwie końcowe teorie: Q^* określona w [24] oraz D_2 określona w [13]. A oto ich pobieżna charakterystyka:

5. Jeżeli w systemie Q będziemy stosować zmienne indywiduowe wyłącznie postaci x_i (gdzie i jest liczbą naturalną), to możemy określić w nim pojęcie czynnika sprawczego (efficient): x_k jest wtedy i tylko wtedy *czynnikiem sprawczym* formuły α dla danego n, gdy prawdziwość α przy ustalonych wartościach $x_1, \dots, x_{k-1}$ zależy od wartości x_k nie zależy natomiast od wartości $x_{k+1}, \dots, x_n$. W tym przypadku zbiór zmiennych $x_{k+1}, \dots, x_n$ nazywamy zbiorem definitywnych argumentów ze względu na formułę α przy danym n. Wprowadzimy teraz symbole o następujących znaczeniach:

$[\bigwedge_e^n \alpha]\beta$ — dla każdej wartości czynnika sprawczego formuły α (przy danym n) zachodzi β.

$[\bigvee_e^n \alpha]\beta$ — dla pewnej wartości czynnika sprawczego formuły α (przy danym n) zachodzi β.

$[\bigwedge_d^n \alpha]\beta$ — dla wszystkich wartości zmiennych należących do zbioru argumentów definitywnych ze względu na formułę α przy danym n, zachodzi β.

$[\bigvee_d^n \alpha]\beta$ — dla pewnych wartości zmiennych należących do zbioru argumentów definitywnych ze względu na formułę α przy danym n, zachodzi β.

Zbiór wszystkich wyrażeń systemu Q dających się zapisać bez zmiennych niezależnych, a za pomocą symboli $\bigwedge_e^n$, $\bigvee_e^n$, $\bigwedge_d^n$, $\bigvee_d^n$, $\bigwedge_f^n$, $\bigvee_f^n$, a przy tym takich, że są one twierdzeniami systemu Q dla każdej wartości n, stanowi zbiór twierdzeń systemu Q^*. Oczywiście wskaźniki n przy symbolach kwantyfikatorów możemy w tym systemie pominąć.

Interpretacja systemu Q^* jest niesłychanie interesująca. Przyjmujemy mianowicie, że $x_1, x_2, \ldots$ są to zmienne ilustrujące przebieg zjawisk następujących kolejno po sobie w czasie. Wówczas np. czynnik sprawczy jest ostatnim w czasie zjawiskiem mającym wpływ na prawdziwość danego zdania. Dzięki tej interpretacji 18 funkcji „przyczynowych", które Jaśkowski określił dalej w systemie Q^*, przybiera ciekawy sens intuicyjny, przedstawiają one mianowicie przykłady związków przyczynowych w rozmaitym znaczeniu tego słowa. Niestety brak miejsca uniemożliwia tu dokładniejsze omówienie i przeprowadzenie analizy filozoficznej znaczenia wspomnianych funkcji.

6. W systemie Q_m (czyli M_2) można wprowadzić następujące pojęcia:

$$p \underset{d}{\rightarrow} q = (\bigvee_m p) \rightarrow q,$$

$$p \underset{d}{\wedge} q = p \wedge (\bigvee_m q),$$

$$p \underset{d}{\leftrightarrow} q = (p \underset{d}{\rightarrow} q) \underset{d}{\wedge} (q \underset{d}{\rightarrow} p).$$

Jaśkowski określił w [13] i [19] nowy system logiki, tzw. „system dyskusyjny", czyli system D_2, w sposób następujący:

Wyrażenie zbudowane w sposób sensowny ze zmiennych zdaniowych i symboli: $\neg$, $\vee$, $\underset{d}{\rightarrow}$, $\underset{d}{\leftrightarrow}$, $\underset{d}{\wedge}$ jest twierdzeniem systemu D_2 wtedy i tylko wtedy, gdy poprzedzone symbolem $\bigvee_m$ staje się twierdzeniem rachunku Q_m. W systemie D_2 reguła odrywania jest słuszna w odniesieniu do relacji $\underset{d}{\rightarrow}$ zwanej implikacją dyskusyjną.

Interpretacja systemu D_2 jest następująca: Jeżeli dyskutuje kilka osób, to każda z nich może przykładać inny sens do wypowiadanych przez siebie słów, skąd płynie możliwość pozornych sprzeczności w wypo-

wiedziach różnych osób. Jeżeli każdą wypowiedź uznamy nie za absolutną prawdę, lecz za prawdę, która zachodzi przy pewnym znaczeniu terminów, to system D_2 będzie właśnie logiką odpowiadającą poprawnym wnioskowaniom rozmówców (zdających sobie sprawę ze względności sensu poszczególnych wypowiedzi).

System D_2 jest sprzeczny w tym sensie, że mogą w nim zachodzić jednocześnie a i $\neg a$ (wypowiedzenie bowiem dwu sprzecznych ze sobą zdań przez dwie różne osoby nie prowadzi jeszcze do przepełnienia systemu, gdyż nie zachodzi w nim prawo $p \underset{d}{\rightarrow} (\neg p \underset{d}{\rightarrow} q)$). Do sprzeczności doprowadziłoby dopiero wypowiedzenie dwu sprzecznych ze sobą zdań przez jedną osobę.

System D_2 nie jest przepełniony, tzn. nie każde jego wyrażenie jest twierdzeniem.

Jako ciekawostkę warto dodać, że w omawianym systemie dopuszczalne są niektóre rozumowania, które prowadziły w logice klasycznej do sprzeczności, np. antynomia kłamcy.

Na systemie D_2 zakończyć można przegląd nowych teorii logicznych, których twórcą był prof. Jaśkowski. Nie kończy się jednak na tym długa lista jego prac logicznych. Wprost przeciwnie, był autorem szeregu bardzo interesujących i cennych wyników z logiki, które postaramy się tu pokrótce scharakteryzować.

1. Na pierwszym miejscu należy omówić pracę z roku 1936 o logice intuicjonistycznej [2]. Poprzednio omówione prace nie przyniosły Jaśkowskiemu tak wiele rozgłosu jak ostatnia, zawierająca rozwiązanie podstawowego problemu logiki intuicjonistycznej. Wynik ten, będący jego najważniejszym osiągnięciem, polegał na skonstruowaniu macierzy adekwatnej dla logiki intuicjonistycznej.

Już w roku 1932 Gödel wykazał [3], że logika intuicjonistyczna nie jest logiką skończenie-wartościową. Nie umiano jednak efektywnie zbudować macierzy wartości działań dla tej logiki. Dopiero S. Jaśkowski rozwiązał ten problem. Z samego kształtu przedstawionej przezeń konstrukcji widać jak trudne i skomplikowane było to zadanie. O wielkiej wadze wyniku Jaśkowskiego świadczą liczne jego zastosowania. Umożliwił on rozwiązanie szeregu ważnych problemów, a ilość prac na nim opartych stale wzrasta. Do ciekawszych należą wyniki G. F. Rose'a z lat pięćdziesiątych [4].

2. Jedną z „najkrótszych" aksjomatyk rachunku zdań jest aksjo-

[3] K. Gödel, *Zum intuitionistischen Aussagenkalkül*, Anzeiger der Wissenschaften in Wien, Math.-Nat. Kl. 69, 65 (1932).

[4] G. F. Rose, *Propositional Calculus and Realizability*, Trans. Amer. Math. Soc. 75 (1953), str. 1-18.

matyka Łukasiewicza, której najdłuższy aksjomat składa się z 11 znaków. Jaśkowski podał [10] bardzo prostą aksjomatykę, w której dwa najdłuższe aksjomaty mają po 9 znaków i udowodnił, że dalsza redukcja długości aksjomatów, nawet za cenę zwiększenia ich ilości, jest niemożliwa.

3. Jak wiadomo, w dwuwartościowym rachunku zdań można określić 256 różnych funktorów trójargumentowych. Zdefiniowanie ich wszystkich za pomocą klasycznych funktorów dwuargumentowych i negacji jest pracą bardzo żmudną. Jaśkowski podał [10] bardzo prosty przepis na wykonanie tego zadania. Określił on mianowicie 8 trójargumentowych funktorów $F_i(p, q, r)$ i pokazał 5 prostych schematów ($1.\ \alpha$, $2.\ \alpha \leftrightarrow (p \vee q)$, $3.\ \alpha \leftrightarrow (p \leftrightarrow q)$, $4.\ \alpha \leftrightarrow (p \wedge q)$, $5.\ \alpha \leftrightarrow (p \rightarrow q)$), z których przez podstawienie funktorów F_i lub ich negacji otrzymuje się 80 różnych funkcji trójargumentowych, takich że każdy inny funktor trójargumentowy różni się od nich co najwyżej porządkiem argumentów.

4. Podstawieniem odwracalnym funkcji zdaniowej nazwiemy takie podstawienie nowych wyrażeń za zmienne zdaniowe, które za pomocą innego podstawienia można sprowadzić do podstawienia tożsamościowego. Podstawienia odwracalne n zmiennych tworzą grupę. Jaśkowski badał niezmienniki tej grupy. Wykazał on [10], że dla dowolnego wyrażenia rachunku zdań niezmiennikiem omawianej grupy, i to jedynym, jest tzw. prawdopodobieństwo tego wyrażenia. Przez prawdopodobieństwo rozumiemy ułamek wskazujący stosunek ilości różnych podstawień zero-jedynkowych, przy których wyrażenie przyjmuje wartość 1, do ilości wszystkich możliwych podstawień zero-jedynkowych (która wynosi przy wyrażeniu o n zmiennych zdaniowych 2^n). Dowodząc, że prawdopodobieństwo jest jedynym niezmiennikiem pokazał Jaśkowski, iż dwa wyrażenia o tym samym prawdopodobieństwie dadzą się zawsze przekształcić jedno w drugie za pomocą przekształcenia odwracalnego. (Dotyczy to w szczególności tautologii, których prawdopodobieństwo równa się oczywiście 1). Udowodnił on ponadto, że jeżeli do predykatów stanowiących zbiór pojęć pierwotnych jakiejś teorii zastosujemy podstawienie odwracalne, to uzyskakamy nowy zbiór predykatów mogących służyć jako pojęcia pierwotne tej samej teorii.

Na marginesie warto zauważyć, jak bardzo skromnym człowiekiem był prof. Jaśkowski. Świadczy o tym fakt, że trzy wyżej wymienione prace (2-4) zamieścił w jednej publikacji pod bagatelizującym ich wartość tytułem: *Trzy przyczynki do dwuwartościowego rachunku zdań*. Podobnie i systemy logiczne opisane wyżej — były publikowane przeważnie po kilka w jednej pracy.

5. W pracy *O interpretacjach zdań kategorycznych Arystotelesa w rachunku predykatów*, [20], Jaśkowski zanalizował możliwości zdefiniowania w rachunku predykatów klasycznych relacji: a, e, i, o zachodzących

pomiędzy predykatami, w taki sposób, aby spełniały one wszystkie prawa klasycznej teorii sylogizmów. Jaśkowski pokazał, że takich interpretacji istnieje więcej, ale tylko jedna z nich zachowuje zwykły sens zdań kategorycznych dla nazw arystotelesowych (niepustych i nieuniwersalnych). Ta jedyna interpretacja jest jednak dość sztuczna i niezbyt zgodna z językiem potocznym, toteż Jaśkowski uznał swoje wyniki za dowód znikomej przydatności klasycznej teorii wnioskowania kategorycznego w jej tradycyjnej postaci.

6. Jaśkowski zajmował się własnościami logicznymi wyrażeń, w których każda zmienna występuje najwyżej k-krotnie. Otrzymał on bardzo interesujące wyniki w przypadku $k = 2$. W szczególności wykazał, że w pewnych określonych przypadkach wnioskowanie dotyczące wyrażeń tej postaci (oparte na regułach odrywania i podstawiania) może być znacznie uproszczone, a nawet niekiedy sprowadzone do zwykłej zamiany zmiennych. Uzyskane wyniki zastosował do teorii nierówności [41], a także posłużył się nimi w celu podania metod rozstrzygalności dla pewnych implikacyjnych rachunków zdań [37].

Jednym z problemów, którymi Jaśkowski szczególnie się interesował, były właśnie zagadnienia rozstrzygalności. O jego zainteresowaniach tą dziedziną świadczy artykuł przekrojowy o problemach rozstrzygalności opublikowany w czechosłowackim czasopiśmie Časopis pro Pěstování Matematiky a Fysiky [17].

Wiele prac Jaśkowskiego poświęconych było zagadnieniom rozstrzygalności, w wielu innych poruszał to zagadnienie w sposób marginesowy. W szczególności posiadał liczne wyniki polegające na sprowadzeniu zagadnienia rozstrzygalności węższego rachunku predykatów do rozstrzygalności pewnych innych teorii, czy też pewnych wąskich klas wyrażeń w rozmaitych teoriach. Wykazał między innymi, że klasami takimi są:

1° klasa twierdzeń z teorii grup, w których prócz zmiennych typu indywiduum może występować jedna zmienna typu zbioru, [6],

2° analogiczna klasa twierdzeń w teorii grup abelowych, zawierających co najwyżej trzy różne zmienne typu zbioru, [6],

3° klasa twierdzeń w teorii grupoidu wolnego, mających postać $\wedge_E \vee_{x_1} \vee_{x_2} \cdots \vee_{x_n} \alpha$ (gdzie E jest zmienną typu zbioru, x_i — zmiennymi indywiduowymi, α zaś — wyrażeniem rzędu 1), [27],

4° dwie interesujące klasy twierdzeń topologicznych (których ścisłych definicji nie podajemy tu z braku miejsca), [6],

5° klasa tautologii logicznych wyrażonych za pomocą: najwyżej trzech zmiennych indywiduowych, kwantyfikatorów wiążących te zmienne, jednego predykatu trójargumentowego od tych zmiennych i funktorów rachunku zdań, [6],

6° pewna ściśle określona klasa tautologii węższego rachunku predykatów, w których występują 2 zmienne indywiduowe i 4 predykaty (w tym 3 dwuargumentowe i 1 jednoargumentowy), [6],

7° klasa rozwiązalnych układów równań różniczkowych zwyczajnych pewnego specyficznego kształtu, [26],

8° klasa wszystkich twierdzeń wspominanego wyżej systemu Π_3, [11],

9° klasa wyrażeń ze zmienną zależną jednego kształtu i zmiennymi niezależnymi co najwyżej trzech kształtów, prawdziwych w systemach I i II (omówionych wyżej), [11],

10° pewna wąska klasa tautologii rachunku zdań, [11],

11° klasa równości algebry Boole'a zawierających prócz zmiennych indywiduowych jedną zmienną typu zbioru, [18].

Uwaga: nie wszystkie wyliczone tu klasy wyrażeń byliśmy w stanie zdefiniować. Ze względu na brak miejsca zrezygnowaliśmy z podania ścisłych definicji klas wymienionych w 4°, 6°, 7°, 10°.

Prócz wyliczonych tu dowodów nierozstrzygalności podał Jaśkowski również szereg interesujących rozwiązań pozytywnych tego zagadnienia. I tak udowodnił rozstrzygalność:

1° klasy twierdzeń elementarnych całkowicie addytywnej algebry Boole'a, [18],

2° elementarnej teorii pierścieni Boole'a, [18],

3° systemu S5 Lewisa, [13],

4° swojej własnej logiki dyskusyjnej (systemu D_2), [13],

5° nieklasycznego rachunku zdań opartego na następujących aksjomatach:

(1) $(p \to q) \to [(q \to r) \to (p \to r)]$,

(2) $[p \to (q \to r)] \to [q \to (p \to r)]$,

(3) $p \to (q \to p)$, [37],

6° zbliżonego doń rachunku zdań opartego na tych samych aksjomatach (1) i (2) oraz aksjomacie (3′) $p \to p$, [37].

Dwa ostatnie wyniki są szczególnie interesujące z tego względu, że macierze adekwatne dla omawianych systemów nie są dotychczas znane i dowód rozstrzygalności przeprowadzony przez Jaśkowskiego oparty był (wbrew tradycjom rachunku zdań) na zupełnie innej metodzie, mianowicie na właściwościach wspomnianych już wyżej wyrażeń, w których zmienne występują co najwyżej dwa razy.

Dorobek naukowy Stanisława Jaśkowskiego nie ogranicza się tylko do prac czysto logicznych. Interesował się również podstawami arytmetyki i geometrii. Był twórcą interesujących definicji liczby rzeczywistej na gruncie logiki z aksjomatem nieskończoności. Zagadnienie to sięga począt-

ków wieku XX, kiedy to Bertrand Russel podał pierwszą tego rodzaju definicję. Traktowała ona liczbę rzeczywistą w pewnym sensie jako przekrój Dedekinda. Definicja Jaśkowskiego miała zupełnie odmienny charakter. Nawiązywała ona raczej do tradycji geometrycznych: liczby rzeczywiste są w niej traktowane (podobnie jak u Euklidesa) jako stosunki pomiędzy zbiorami. Obszerna praca poświęcona tej nowej definicji liczby i analizująca wnikliwie całe zagadnienie, [12], została w roku 1945 przedstawiona na Uniwersytecie Jagiellońskim jako praca habilitacyjna.

Następny wynik Jaśkowskiego dotyczący pojęcia liczby (zreferowany na posiedzeniu Towarzystwa Naukowego w Toruniu, [23]) i polegający na obniżeniu typu logicznego definicji liczby rzeczywistej — nie został opublikowany ze względu na utratę priorytetu.

Podane przez siebie definicje liczby rzeczywistej traktował Jaśkowski jako pewnego rodzaju urealnienie pojęcia liczby i zbliżenie go do konkretu. W podobnym kierunku szły również jego zainteresowania geometryczne. Pasjonował go problem usunięcia z geometrii pojęć tak abstrakcyjnych jak pojęcie punktu, czy prostej i zastąpienie ich pojęciami bardziej konkretnymi, w szczególności pojęciem bryły, [14], [15]. Dlatego zainteresował się geometrią brył Tarskiego opartą na pojęciu pierwotnym kuli. Jaśkowski uprościł teorię Tarskiego wprowadzając do niej pewne odmienne pojęcia wtórne i modyfikując definicje innych, [7], [15]. Prócz tego Jaśkowski rozwinął także geometrię brył i w innym kierunku, stwarzając odrębną teorię opartą na pojęciu półpłaszczyzny, [8], [14].

Prace geometryczne Jaśkowskiego miały głęboki charakter. Od wielu lat przygotowywał dużą monografię zatytułowaną, *Podstawy geometryj*. Nie została ona niestety ukończona, ale z niektórych fragmentarycznych lecz bardzo wnikliwych wypowiedzi na tematy geometryczne uczniowie profesora Jaśkowskiego mogli się zorientować, jak głęboka była jego wiedza i w tej dziedzinie.

Zainteresowania geometryczne Jaśkowskiego objawiły się również przez jego prace dotyczące symetrii. Jedna z tych prac, [16], to bardzo interesujący projekt nowej klasyfikacji kryształów w oparciu o teorię grup. Dwie inne, to książki popularno-naukowe o symetrii i o ornamentach [25], [30]. Książki te, aczkolwiek mają charakter popularny i mogą być czytane przez nieprzygotowanego czytelnika — są raczej małymi monografiami i świadczą o głębokiej znajomości tematu, a przy tym zawierają pewne nowe wyniki uzyskane przez niego w tej dziedzinie.

Prócz działalności ściśle naukowej uprawiał także publicystykę popularno-naukową. Do prac tego rodzaju należy zaliczyć pozycje bibliografii: [5], [9], [15], [25], [30], a także recenzje książek matematycznych [36], [38] oraz artykuły naukowe typu referatowego [17], [42] i skrypty [3], [4].

Odrębny dział zainteresowań Stanisława Jaśkowskiego stanowiła

dydaktyka szkoły średniej. Napisał szereg artykułów ([21], [31], [32], [33], [34], [35]) na te tematy i wziął czynny i to bardzo intensywny udział w pracach dotyczących przygotowania nowych programów szkolnych.

Na zakończenie pragnąłbym w paru zdaniach zreasumować to, co już dotychczas powiedziałem o sylwetce Profesora jako naukowca.

Stanisław Jaśkowski był przede wszystkim logikiem. Z zamiłowaniem snuł wysoce abstrakcyjne rozumowania i przeprowadzał sformalizowane dowody o najdalej posuniętej ścisłości. Z drugiej jednak strony, wszystkie jego prace były jak najściślej związane z życiem. Był twórcą szeregu nowych teorii, ale żadna z nich nie była czystą abstrakcją oderwaną od życia. Wręcz przeciwnie: tworzył nowe teorie niemal wyłącznie po to, aby matematykę i logikę jak najbardziej do tego życia przybliżyć, aby odzwierciedlała ona jak najdokładniej wszelkie zjawiska i przejawy konkretnego świata. Dążył do tego, aby matematyka stała się ludziom bliższa, łatwiejsza i pożyteczniejsza. Świadczą o tym wszystkie jego prace i to zarówno popularyzatorskie, czy też poświęcone dydaktyce, jak i czysto naukowe (np. nowe teorie logiczne i geometryczne).

Dążył do ułatwienia i umożliwienia innym przeprowadzania rozważań i dowodów matematycznych. Jego metoda założeniowa logiki dała matematykom w tym zakresie potężne, z punktu widzenia praktycznego, narzędzie. Przybliżyła abstrakcyjne prawa logiki do praw rozumowania stosowanych w praktyce. To był jednak dopiero początek. Po tej samej linii szły jego dalsze poszukiwania. Poszukiwania dotyczące metod rozstrzygalności rozmaitych dziedzin matematyki.

W ostatnich latach swego życia usilnie dążył do sprowadzenia do Uniwersytetu Toruńskiego maszyny matematycznej i szkolił kadrę młodych logików, a głównym celem, który mu przy tym przyświecał były badania nad automatycznym dowodzeniem twierdzeń. Badania te szły jak najbardziej po linii dotychczasowej twórczości i zainteresowań Profesora. Byłyby one ukoronowaniem całego jego dzieła. Dla nas, jego uczniów, nie ulega bowiem wątpliwości, że tak jak kiedyś, na początku swej kariery naukowej, potrafił dostosować metody dowodzenia twierdzeń do sposobów myślenia człowieka-matematyka, tak teraz uzyskałby z pewnością podobne rezultaty, modyfikując logikę, aby dostosować ją do sposobów myślenia maszyny matematycznej. Trudno tu snuć spekulacje na temat osiągnięć, jakich można się było spodziewać w tym wypadku. Można jednak śmiało powiedzieć, że profesor Stanisław Jaśkowski począwszy od swej pierwszej publikacji konsekwentnie tworzył jedno wielkie dzieło swego życia. Dzieło przerwane przedwczesną śmiercią.

Pragnąłbym w tym miejscu złożyć hołd pamięci profesora Jaśkowskiego nie tylko ze względu na jego wybitne osiągnięcia naukowe i nie tylko w podzięce za wszystko, czego mnie nauczył. Przede wszystkim

jako Człowiekowi. Bowiem jako Człowiekowi, który był mi równocześnie wzorem i opiekunem w początkach mej pracy naukowej, mam mu najwięcej do zawdzięczenia.

Bibliografia

[1] *On the rules of suppositions in formal logic*, Studia Logica 1 (1934), str. 1-32.

[2] *Recherches sur la logique intuitioniste*, Actes du Congrès de la Philosophie Scientifique, 6, Paris 1936, str. 58-61.

[3] *Elementy logiki matematycznej i metodologii nauk ścisłych* (skrypt), Toruń 1947, str. 1-99.

[4] *Wstęp do rachunku różniczkowego i całkowego* (skrypt), Toruń 1947, str. 1-44.

[5] *Zagadnienia logiczne a matematyka*, Myśl współczesna 1947, (7-8), str. 57-70.

[6] *Sur le problème de decision de la topologie et de la théorie des groupes*, Colloq. Math. 1 (1948), str. 176-178.

[7] *Une modification des définitions fondamentales de la géométrie des corps de M. A. Tarski*, Ann. Soc. Polon. Math. 21 (1948), str. 298-301.

[8] *Sur certains axiomes de la géométrie élémentaire*, tamże, str. 349-350.

[9] *Czym są krakowiany?* Życie Nauki 5 (25-26) (1948), str. 104-105.

[10] *Trois contributions au calcul des propositions bivalent*, Studia Soc. Scien. Torunensis, sectio A, 1 (1948), str. 3-15.

[11] *Sur les variables propositionelles dépendantes*, tamże, str. 17-21.

[12] *Sur certains groupes formés de classes d'ensembles et leur application aux définitions des nombres*, tamże, str. 23-35.

[13] *Rachunek zdań dla systemów dedukcyjnych sprzecznych*, tamże, str. 57-77.

[14] *Sur axiomes de la géométrie des corps*, Sprawozdania VI Zjazdu Matematyków Polskich 1948.

[15] *Geometria bryl*, Matematyka 2 (1949), str. 1-7.

[16] *Sur l'application de la théorie générale de symétrie à la cristallographie*, Experientia 5 (1949), str. 66-69.

[17] *Quelques problèmes actuels concernant les fondements des mathématiques*, Časopis Pěst. Mat. Fyz. 74 (1949), str. 74-78.

[18] *Z badań nad rozstrzygalnością rozszerzonej algebry Boole'a*, tamże, str. 136-137.

[19] *O koniunkcji dyskusyjnej w rachunku zdań dla systemów dedukcyjnych sprzecznych*, Studia Soc. Scien. Torunensis, sectio A, 1 (1949), str. 171-172.

[20] *O interpretacjach zdań kategorycznych Arystotelesa w rachunku predykatów*, tamże 2 (1950), str. 77-90.

[21] *O granicy i pochodnej w programie szkolnym*, Matematyka 3 (1950), str. 35-38.

[22] *O pewnej metodzie rozstrzygania wyrażeń algebry klas z funkcją addytywną*, Sprawozd. Tow. Nauk. w Toruniu 1 (1949), str. 171.

[23] *O pewnej definicji liczby rzeczywistej*, tamże 4 (1950), str. 106.

[24] *On the modal and causal functions in symbolic logic*, Studia Philosophica 4 (1951), str. 71-92.

[25] *O symetrii w zdobnictwie i przyrodzie*, Warszawa 1952, str. 1-168.

[26] *Пример класса систем обыкновенных дифференциальных уравнений неимеющего алгорифма разрешимости для проблема существования*, Biul. PAN Wydz. III, 2 (1954), str. 153-155.

[27] *Undecidability of first order sentences in the theory of free groupoids*, Fund. Math. 43 (1956), str. 36-45.

[28] *Wydział Matematyki Fizyki i Chemii*, w książce *Uniwersytet Mikołaja Kopernika 1945-1955*, Warszawa 1957, str. 116-122.

[29] *Katedra Matematyki*, tamże, str. 122-125.

[30] *Matematyka ornamentu*, Warszawa 1957, str. 1-99.

[31] *Problem modernizacji materiału programowego w zakresie matematyki w szkołach ogólnokształcących*, Sprawozd. z prac Kom. Nauki Wydz. Nauk Społ. PAN, 1958, str. 39-40.

[32] *Problem modernizacji materiału programowego matematyki z zakresu szkoły ogólnokształcącej*, Matematyka 12 (1959), str. 46-55.

[33] *Jak unowocześnić naukę matematyki w szkole*, Wiadom. Mat. 4 (1960), str. 59-71.

[34] *W sprawie reformy programów matematyki*, Nowa Szkoła, (1960), nr 10, str. 7-10.

[35] *Uwagi w sprawie realizacji elementów analizy matematycznej w projekcie programu ramowego komisji PTM*, Matematyka 14 (1961) str. 217-221.

[36] *Recenzja książki*: *Hermann Weyl, Symetria*, Wiadom. Mat. 5 (1962), str. 158-160.

[37] *Über Tautologien in welchen keine Variable mehr als zweimal vorkommt*, Zeitschr. Math. Logik Grundlagen. Math. 9 (1963), str. 219-228.

[38] *Recenzja książki*: *Andrzej Grzegorczyk, Zarys logiki matematycznej*, Wiadom. Mat. 7 (1964), str. 283-284.

[39] Artykuł pt. *Liczba*, Encyklopedia Przyroda i Technika, Wyd. II, w druku.

[40] *Katedra Matematyki*, w książce *Uniwersytet Mikołaja Kopernika 1956-1965*, Toruń 1965, str. 77-79.

[41] *On formulas in which no individual variable occurs more than twice*, Journ. Symb. Logic 31 (1966), str. 1-6.

[42] Współpraca przy artykule A. Mostowskiego pt. *The present state of investigations on the foundations of mathematics*, Rozprawy Mat. 9 (1955), 48 str.