ROCZNIKI POLSKIEGO TOWARZYSTWA MATEMATYCZNEGO
Seria II: WIADOMOŚCI MATEMATYCZNE X (1967)

Ministerstwo Nauki i Szkolnictwa Wyższego

J. ŁUKASZEWICZ (Wrocław)

Julian Perkal
(1913-1965)

17 września 1965 r. zmarł we Wrocławiu Julian Perkal, profesor matematyki, kierownik Katedry Zastosowań Matematyki na Wydziale Matematyki, Fizyki i Chemii Uniwersytetu Wrocławskiego, kierownik Działu Zastosowań Przyrodniczych, Gospodarczych i Technicznych oraz członek Rady Naukowej Instytutu Matematycznego Polskiej Akademii Nauk, członek Komitetu Nauk Matematycznych PAN, członek Komisji Terapii Wydziału VI Nauk Medycznych PAN, członek Prezydium Komisji Antropometrii PAN, członek Rady Naukowej Zakładu Antropologii PAN, kurator Zakładu Statystyki i Metod Matematycznych Akademii Wychowania Fizycznego w Warszawie, redaktor naczelny *Listów Biometrycznych*, członek Komitetu Redakcyjnego *Zastosowań Matematyki*, organizator i były prezes Polskiego Towarzystwa Biometrycznego, były prezes Oddziału Wrocławskiego Polskiego Towarzystwa Matematycznego, członek Wrocławskiego Towarzystwa Naukowego, The Institute of Mathematical Statistics oraz innych towarzystw naukowych krajowych i zagranicznych.

Julian Perkal, najstarszy z trzech synów Beniamina i Edwardy z domu Wierzbickiej, urodził się 24 kwietnia 1913 roku w Łodzi. Ojciec jego był technikiem mechanikiem, ale nie mogąc znaleźć pracy w swym zawodzie imał się różnych zajęć, a w 1924 roku osiadł na drobnym gospodarstwie rolnym w Brzeźnie koło Sieradza. Po uzyskaniu świadectwa dojrzałości w roku 1932 w gimnazjum Polskiej Macierzy Szkolnej w Sieradzu, Julian Perkal studiuje przez 5 lat matematykę na Uniwersytecie Warszawskim. Stopień magistra filozofii uzyskał w 1937 roku po przedłożeniu pracy magisterskiej *O zbiorach wypukłych w przestrzeni euklidesowej n-wymiarowej*. Do wybuchu drugiej wojny światowej pracował jako technik w prywatnym biurze mierniczym w Warszawie.

Wyjście z Warszawy we wrześniu 1939 roku jest początkiem długiej wojennej tułaczki, która zaprowadziła go aż do Andyżańskiego obwodu w Uzbekistanie, gdzie pracował jako robotnik w kołchozie, a potem jako mierniczy. Tak przeżył wojnę. Jego rodzice i obaj bracia zostali w 1940 roku wysiedleni przez Niemców do getta w Sieradzu i zamordowani w 1943 roku.

Po powrocie do kraju Julian Perkal osiada na stałe we Wrocławiu, gdzie od lipca 1946 roku pracował na Uniwersytecie i Politechnice, rozpoczynając swą karierę naukową jako starszy asystent przy katedrze profesora Steinhausa. W roku 1950 uzyskał na Uniwersytecie Wrocławskim stopień doktora na podstawie dysertacji *Uwagi o oznaczaniu objętości pni drzewnych* (1), a w roku 1957 doktora nauk matematycznych (stopień odpowiadający dzisiejszej habilitacji) po przedłożeniu pracy *O zbiorach punktów materialnych i punktów abstrakcyjnych w badaniach przyrodniczych* (2). W roku 1957 został mianowany profesorem nadzwyczajnym, a w roku 1960 objął kierownictwo Katedry Zastosowań Matematyki na Wydziale Matematyki, Fizyki i Chemii Uniwersytetu Wrocławskiego. Przedtem przez dwa lata (1951-1953) pracował w Wyższej Szkole Rolniczej we Wrocławiu, gdzie kierował Katedrą Statystyki Matematycznej. Od roku 1949 pracował dodatkowo w Instytucie Matematycznym Polskiej Akademii Nauk (dawniej Państwowy Instytut Matematyczny) ostatnio jako kierownik Działu Zastosowań Przyrodniczych, Gospodarczych i Technicznych.

W ciągu 19 lat pracy naukowej Julian Perkal napisał 91 prac (3). Prawie wszystkie dotyczą zastosowań matematyki. Opracowywał zarówno konkretne zagadnienia praktyczne antropologii, medycyny, dendrometrii, biologii i rolnictwa, jak też ogólne metody przydatne w różnych dziedzinach nauk eksperymentalnych. W krótkim wspomnieniu nie sposób omówić całości tej różnorodnej twórczości naukowej. Spróbujemy jednak wyłowić najważniejsze cykle prac i zagadnień z warsztatu badawczego Juliana Perkala.

I. Metody taksonomiczne. Najliczniejszą grupę prac Juliana Perkala stanowią wyniki jego badań taksonomicznych (24 prace). Klasyfikacja indywiduów i ich opis jest podstawowym zagadnieniem wielu nauk eksperymentalnych. Julian Perkal jest współautorem *taksonomii wrocławskiej* (4), nowej metody porządkowania indywiduów. Treścią matematyczną tej metody jest konstrukcja najkrótszego dendrytu łączącego wszystkie punkty danego zbioru skończonego (zakłada się, że wszystkie odległości

---

(1) Ogłoszona drukiem pod tytułem *O oznaczaniu objętości pni drzewnych*, Prace Wrocławskiego Towarzystwa Naukowego, Seria B, 31 (1950).

(2) Główne tezy tej pracy zebrane są w publikacji ogłoszonej pod tym samym tytułem w dodatku do Sprawozdań Wrocławskiego Towarzystwa Naukowego 12 (1957), str. 1-14.

(3) Pełna lista jego publikacji zamieszczona jest w Colloquium Mathematicum 17 (1967), str. 153-159.

(4) Patrz praca: K. Florek, J. Łukaszewicz, J. Perkal, H. Steinhaus i S. Zubrzycki, *Sur la liaison et la division des points d'un ensemble fini*, Colloquium Mathematicum 2 (1951), str. 282-285; oraz tych samych autorów praca: *Taksonomia wrocławska*, Przegląd Antropologiczny 17 (1952), str. 193-211.

między punktami zbioru są znane, i że szukany dendryt może się rozgałęziać tylko w punktach zbioru). Interesujące jest jednak nie samo teoretyczne zadanie(5), ale to że możliwe jest dendrytowe uporządkowanie czaszek ludzkich, lasów, gatunków pszenicy i motorów lotniczych, a w każdym z tych przykładów dendryt pokazuje istotne związki między indywiduami.

Konstrukcja dendrytu w istotny sposób zależy od wyboru odpowiedniej definicji odległości indywiduów. Pożądane jest tak zdefiniować odległość, aby indywidua podobne były bliskie a indywidua niepodobne były dalekie. Julian Perkal zwrócił uwagę na fakt, że biologiczne podobieństwo indywiduów nie jest podobieństwem geometrycznym. Ta sama różnica w ustalonej cesze świadczy o podobieństwie dwu osobników w populacji o dużej zmienności tej cechy i o ich niepodobieństwie w populacji o znikomej zmienności tej cechy. W typologii indywiduów przyrodnicy stosują często różne wskaźniki, będące ilorazami dwu cech. Takie wskaźniki są niezmiennikami podobieństwa geometrycznego. Julian Perkal proponuje inne wskaźniki (6). Jeżeli x_{ij} $(i = 1, 2, \ldots, N;\ j = 1, 2, \ldots, n)$ oznacza wartość j-tej cechy u i-tego osobnika, to wskaźnikami i-tego osobnika będą wielkości

$$\gamma_{ij} = \frac{x_{ij} - \bar{x}_{\cdot j}}{\sigma_j} - m_i, \qquad j = 1, 2, \ldots, n,$$

gdzie:

$$\bar{x}_{\cdot j} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} x_{ij}$$

jest średnią wartością j-tej cechy;

$$\sigma_j = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} (x_{ij} - \bar{x}_{\cdot j})^2}$$

jest dyspersją j-tej cechy; a wielkość

$$m_i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{n} \frac{x_{ij} - \bar{x}_{\cdot j}}{\sigma_j}$$

jest według Perkala wskaźnikiem sumarycznym i-tego osobnika.

(5) Jak się okazało, teoretyczne rozwiązanie znalazł 25 lat wcześniej O. Borůvka (*O jistém problému minimálním*, Práce Moravské Přirodovědecké Společnosti, Brno 1926).

(6) J. Perkal, *O wskaźnikach antropologicznych*, Przegląd Antropologiczny 19 (1953), str. 209-221.

Wskaźniki γ_{ij}, zwane dziś powszechnie *wskaźnikami Perkala*, są niezmiennikami biologicznego podobieństwa osobników. Dwa osobniki są według Perkala *biologicznie podobne* (na tle danej populacji), jeżeli różnice wartości odpowiednich cech tych osobników są proporcjonalne do dyspersji cech w populacji. Wskaźniki Perkala zostały pozytywnie ocenione przez reprezentantów różnych nauk empirycznych i były wielokrotnie stosowane w opracowaniach materiałów: antropologicznych, biologicznych, psychometrycznych i innych.

W dalszych pracach(7) autor zajął się bliżej wskaźnikiem sumarycznym m_i. Już wcześniej G. Teissier(8) stosował ten wskaźnik jako wspólny czynnik zespołu wszystkich badanych cech. Julian Perkal proponuje, aby zespół cech podzielić na rozłączne podzespoły, tak by wewnątrz każdego podzespołu cechy były dodatnio skorelowane. Obliczając wskaźnik sumaryczny dla każdego podzespołu otrzymuje się układ czynników analogicznych do faktorów Thurstone'a(9), dający dobrą charakterystykę osobnika. Czynniki proponowane przez Perkala są w porównaniu z faktorami Thurstone'a znacznie łatwiejsze do obliczenia i mają na ogół prostą interpretację przyrodniczą.

Inspirowany problematyką diagnozy lekarskiej wiele uwagi poświęcił Julian Perkal metodom dyskryminacji. W pracy *O dyskryminacji płaskiej*, przygotowanej do druku(10) już po śmierci autora, przedstawia modyfikację metody dyskryminacyjnej Fishera i podaje sposób wyznaczania nie prostej, jak u Fishera, ale płaszczyzny takiej, że rzuty wielowymiarowych populacji na tę płaszczyznę są najlepiej rozdzielone.

II. Metody badania rozwoju. Znaną jest rzeczą, że do każdego rozkładu dowolnego zbioru cech można znaleźć taki obrót układu współrzędnych, że nowe współrzędne, będące kombinacjami liniowymi mierzonych cech, są nieskorelowane. Te nowe, nieskorelowane współrzędne nie zawsze mają naturalną interpretację przyrodniczą. Taką interpretację dostrzegł Julian Perkal w kilku interesujących przypadkach. Dla dwu cech wyjściowych: wzrostu i wagi dziecka o ustalonym wieku, nieskorelowane współrzędne można interpretować jako *ogólny rozwój* dziecka i jego *anomalię*. Znajdując nieskorelowane współrzędne dla dzieci w różnym wieku uzyskujemy ruchomy układ współrzędnych. W tym ruchomym układzie można śledzić rozwój indywidualnego dziecka i w każdej chwili

---

(7) Patrz np. J. Perkal, *On the analysis of a set of characteristics*, Zastosowania Matematyki 5 (1960), str. 35-45.

(8) G. Teissier, *Allométrie de taille et variabilité chez Maia squinado*, Archives de Zoologie Expérimentale et Générale 92 (1955), str. 221-264.

(9) L. L. Thurstone, *Multiple-factor analysis*, Chicago 1947.

(10) Zastosowania Matematyki 9, w druku.

można oceniać jego aktualny stan([11]). Zaprojektowane przez Juliana Perkala nomogramy eliminują potrzebę jakichkolwiek obliczeń związanych z wyznaczeniem nieskorelowanych współrzędnych. Cykl 8 prac na ten temat([12]) (niektóre z nich wspólne z pediatrą T. K. Nowakowskim, który dostarczał materiałów empirycznych) wzbudził ogromne zainteresowanie lekarzy i antropologów. Ostatnią publikacją na ten temat jest zbiór wykresów do oceny rozwoju dziecka, przeznaczony jako praktyczna pomoc dla lekarzy pediatrów. Wykresy te dają znacznie więcej informacji niż powszechnie stosowane tradycyjne tablice wzrostu i wagi.

Podobnie, dwie niezależne współrzędne obliczone na podstawie wysokości i przeciętnej średnicy drzew w lesie (przy ustalonym wieku jednolitego drzewostanu) określają *wysmukłość* i *bonitację* lasu (prace J. Perkala wspólne z J. Battkiem). Badania statystyczne wykazały, że tak zdefiniowana bonitacja jest skorelowana z objętością drzewa silniej niż ocena tej cechy podawana przez leśników w tablicach bonitacyjnych.

III. Dendrometria. Wspomniane już prace o rozwoju drzewostanów są tylko przykładem zainteresowań Juliana Perkala dendrometrią. Inne zagadnienia dendrometryczne omawiane są w cytowanej na początku dysertacji doktorskiej a także w 6 innych publikacjach Juliana Perkala. Przedmiotem dociekań autora były podstawowe zagadnienia dendrometrii: jak wyznaczyć pole poprzecznego przekroju pnia; jak obliczyć objętość pnia; jak konstruować przyrządy całkujące do obliczania objętości pni. Każde z tych zagadnień zostało przez Juliana Perkala szczegółowo przedyskutowane i w każdym z nich ma on istotne wyniki naukowe. Stosowanym powszechnie w dendrometrii teoretycznym wzorom na obliczanie pola przekroju i objętości pnia([13]) Julian Perkal przeciwstawia optymalne wzory empiryczne, uzyskane metodami statystycznymi na materiałach pomiarowych. Dla demonstracji proponowanych metod Julian Perkal sam gromadził dane eksperymentalne, mierząc własnoręcznie drzewa rosnące w lesie i pnie w magazynach tartacznych. Wzory empiryczne gwarantują minimum błędu w określonej klasie wzorów i dla takich populacji, dla których eksperymentalne materiały pomiarowe są reprezentatywne. Tak np. Julian Perkal udowodnił, że jednoparametrowy wzór empiryczny oceniający objętość pnia tylko na podstawie jednego

---

([11]) Podobne koncepcje ogłosił niemal jednocześnie z J. Perkalem włoski antropolog V. Correnti (*Sulla correlazione tra peso e statura nell' accrescimento*, Rivista di Antropologia 36 (1948-49)).

([12]) Pierwszą z nich jest streszczenie referatu wygłoszonego w roku 1949 na zjeździe matematycznym w Pradze (*O pewnych korelacjach obszarowych*, Časopis pro Pěstování Matematiky a Fysiky 75 (1949), str. 293-300).

([13]) Krytykę teoretycznych wzorów i pewne propozycje optymalnych rozwiązań można znaleźć już w pracy H. Steinhausa, *Sur la cubature des troncs de bois*, Colloquium Mathematicum 1 (1947), str. 23-28.

pomiaru h_{20} (jest to długość tej części pnia, której średnica przekracza 20 cm) daje tę samą dokładność (dla drzew ustalonego gatunku i przedziału wieku), co powszechnie stosowany wzór Hubera-Kästnera, wymagający dwóch pomiarów h i $d_{1/2}$ (całkowita długość i średnica pnia w połowie jego długości). Zaprojektowane przez Juliana Perkala przyrządy mechaniczne pozwalają w dowolnym miejscu mierzyć bez rozcinania pole przekroju poprzecznego pnia (*profilometr*) oraz obliczać objętość pnia traktowanego jako bryłę obrotową (*dendrometr*).

IV. Długość krzywych empirycznych. Osobną grupę tworzy 7 prac Juliana Perkala poświęconych pojęciu *ε-wypukłości* zbiorów, *ε-długości* krzywych i *geograficznej generalizacji*. Krzywa empiryczna nie jest linią abstrakcyjną i matematyczne pojęcie długości łuku nie zawsze prowadzi w praktyce do zadowalających wyników. Długość rzeki zależy od dokładności mapy, na której ją mierzymy; przy próbach bardzo dokładnego pomiaru może się okazać, że np. lewy brzeg rzeki jest znacznie dłuższy od prawego a długości obu brzegów będą dążyły do nieskończoności gdy zechcemy coraz dokładniej uwzględniać mikrostrukturę lądu. Pierwszą praktyczną receptę na uniknięcie tego paradoksu podał H. Steinhaus([14]) określając *zgeneralizowaną długość* rzędu k i podając efektywny sposób mierzenia tej długości. Służy do tego *longimetr*, przeźroczysty ekran z narysowaną siatką prostych. Do wyznaczenia długości krzywej należy losowo nałożyć longimetr na rysunek krzywej i liczyć ilość przecięć krzywej z prostymi siatki. Zgeneralizowaną długość rzędu k otrzymamy uwzględniając co najwyżej k-krotne przecięcia z jedną prostą. Dalszym krokiem była definicja Perkala *ε-długości* krzywej, oparta na koncepcji *ε-uwypuklenia* zbioru([15]). Zamiast mierzyć długość krzywej, mierzy się powierzchnię zbioru punktów, których odległość od krzywej jest nie większa niż ε. Powierzchnia zbioru jest funkcjonałem ciągłym, podczas gdy własności tej nie ma długość krzywej. Kapitalność pomysłu Perkala polega na tym, że do pomiaru pola ε-uwypuklenia krzywej nie potrzebna jest efektywna konstrukcja tego zbioru. Wystarczy nałożyć na krzywą longimetr kołowy — przeźroczysty ekran z siatką kół o promieniu ε — i liczyć ilość kół przeciętych przez krzywą.

V. Inne prace naukowe. Omówione cykle prac nie wyczerpują całości tematyki uprawianej przez Juliana Perkala i jego wyników naukowych.

([14]) Patrz np. prace H. Steinhausa: *Sur la portée pratique et théorique de quelques théorèmes sur la mesure des ensembles de droites*, Sprawozdania z Pierwszego Kongresu Matematyków Krajów Słowiańskich, Warszawa 1929, (1930), str. 348-354; *Length, shape and area*, Colloquium Mathematicum 3 (1954), str. 1-13.

([15]) Patrz prace J. Perkala: *Sur les ensembles ε-convexes*, Colloquium Mathematicum 4 (1956), str. 1-10; *On the ε-lenght*, Bulletin de l'Académie Polonaise des Sciences 4 (1956), str. 399-403.

Z pozostałych wymienię już tylko kilka tematów. Praca *O populacjach ruchomych*[16] jest interesującym studium populacji przemieszczających się indywiduów. Na przykładzie słodyszka rzepakowego (*Melighetes aeneus Fabr.*) autor rozważa metody badania skuteczności środków owadobójczych. Praca *O pewnym zagadnieniu programowania liniowego*[17] zawiera opis nowego algorytmu i 2 maszyn analogowych (grawitacyjnej i elektrycznej) do rozwiązywania zagadnienia przydziału pracy. Praca *Projekt pewnego testu genetycznego*[18], podobnie jak kilka innych prac, poświęcona jest zagadnieniom genetycznym. Julian Perkal opracował test genetyczny na rozpoznanie dwu modeli dziedziczenia cechy użytkowej zwierząt hodowlanych: *epistazy* i *over-dominacji*. Proponowana metoda ilustrowana jest przykładami zastosowania tego testu w stadkach kur selekcjonowanych ze względu na nieśność. Z ostatnich lat życia Juliana Perkala pochodzi kilka prac dotyczących cybernetycznych modeli w medycynie[19] i prób ogólnego sformułowania zagadnień diagnozy i terapii[20].

VI. Prace dydaktyczne, organizacyjne i wydawnicze. Julian Perkal był świetnym dydaktykiem. Jego wykłady i referaty cieszyły się zawsze dużym uznaniem zwłaszcza wśród przyrodników, którym potrafił przedstawić trudne pojęcia matematyczne w sposób bardzo przystępny i zrozumiały. Swe bogate doświadczenia naukowe i dydaktyczne zebrał i przekazał czytelnikom w trzytomowym podręczniku *Matematyka dla przyrodników i rolników*[21]. Podręcznik ten został wysoko oceniony zarówno przez matematyków jak i innych specjalistów a autor uzyskał zań nagrodę Ministra Szkolnictwa Wyższego.

W Instytucie Matematycznym Polskiej Akademii Nauk był stałym uczestnikiem, a przez ostatnich 5 lat życia kierownikiem seminarium z zastosowań matematyki. Seminarium to jest platformą interesujących spotkań matematyków z przedstawicielami różnych specjalności naukowych i gospodarczych. Założył je w 1948 roku Hugo Steinhaus, a w dniu 22 czerwca 1965 odbyło się 552 posiedzenie tego seminarium, ostatnie posiedzenie prowadzone przez Juliana Perkala.

---

[16] Zastosowania Matematyki 3 (1957), str. 162-181.

[17] Ogłoszona wspólnie z J. Battkiem w Zastosowaniach Matematyki 5 (1961), str. 359-373.

[18] Zastosowania Matematyki 6 (1962), str. 257-285.

[19] Patrz np. praca: T. Bogdanik i J. Perkal, *Analiza dwu grup chorych na raka, wyodrębnionych z pomocą schematu cybernetycznego*, Prace Wrocławskiego Towarzystwa Naukowego, seria B, 103 (1961), str. 53-92.

[20] Patrz np. J. Perkal, *O kilku zagadnieniach matematycznych medycyny*, Sprawozdania Wrocławskiego Towarzystwa Naukowego, seria B, 19 (1965), str. 8 (streszczenie) oraz dodatek, str. 1-20 (pełny tekst).

[21] Tom 1 (wydany pod tytułem *Matematyka dla rolników*), Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1958, str. 254; tom 2, 1963, str. 315; tom 3, 1963, str. 359.

Na Uniwersytecie Wrocławskim Julian Perkal był inicjatorem i kierownikiem specjalizacji zastosowań matematyki na Wydziale Matematyki, Fizyki i Chemii. Wykształcił wielu magistrów i doktorów, a jego uczniowie pracują dziś w licznych zakładach naukowych, wyższych uczelniach i innych instytucjach.

Uczestniczył aktywnie w życiu organizacyjnym różnych instytucji i towarzystw, matematycznych oraz zajmujących się innymi naukami, w których matematykę się stosuje. Z inicjatywy Juliana Perkala i dzięki jego niezmordowanej pracy powstało w roku 1961 Polskie Towarzystwo Biometryczne. W latach 1961-1964 był prezesem tego towarzystwa, a przez cały czas członkiem jego Rady Naukowej. Pod kierunkiem Juliana Perkala powstało w roku 1964 specjalne czasopismo *Listy Biometryczne*, organ Polskiego Towarzystwa Biometrycznego. Pierwsze cztery zeszyty tego czasopisma były przez niego redagowane, a ponad połowa treści tych zeszytów wyszła spod pióra Juliana Perkala. Również *Zastosowania Matematyki*, czasopismo Instytutu Matematycznego Polskiej Akademii Nauk, zawdzięcza Julianowi Perkalowi, który był członkiem Komitetu Redakcyjnego tego pisma, 9 jego własnych prac i wiele prac jego współpracowników i uczniów.

*

Zmarł w pełni sił umysłowych, sprawując swe mnogie i ważne obowiązki do ostatniej chwili.

Był człowiekiem dobrym i prawym. Jego postawa moralna budziła zawsze największy szacunek u wszystkich, którzy mieli okazję z nim się zetknąć. Wymagający względem siebie był bardzo wyrozumiały wobec innych. Umiał w każdym dostrzec człowieka, widział i rozumiał trudności i potrzeby ludzi.