ROCZNIKI POLSKIEGO TOWARZYSTWA MATEMATYCZNEGO
Seria II: WIADOMOŚCI MATEMATYCZNE IX (1966)

wmptm 1897

Ministerstwo Nauki i Szkolnictwa Wyższego

Recenzje

Sprostowania w związku z zamieszczoną w Wiadomościach Matematycznych 7 (1964) str. 294 recenzją A. W. Mostowskiego książki : J. Słupecki, L. Borkowski, *Elementy logiki matematycznej i teorii mnogości.*

W wymienionej recenzji następujące punkty wymagają sprostowania:

1. Recenzent mówi: „o implikacji ścisłej jest mowa już na str. 57, a wyjaśnienie tego pojęcia znajduje się kilka stron dalej (str. 60)". Nie jest to słuszne: na str. 56 podane są cztery znaczenia potocznego zwrotu „jeśli p, to q", jedno z tych znaczeń wyznaczone jest przez wyrażenie „nie jest możliwe, że (p i nie q)", na str. 57 mówi się, że ścisła implikacja jest implikacją o tym znaczeniu. Na str. 60, w uwagach historycznych, przytacza się symboliczny zapis definicji ścisłej implikacji, podanej przez Lewisa, rozumianej zgodnie z tą interpretacją, co nie wnosi niczego istotnie nowego dla wyjaśnienia tego pojęcia. Należy ponadto zauważyć, że znak ścisłej implikacji bywa wprowadzany przez różnych współczesnych autorów jako termin pierwotny. Jakieś ogólnikowe scharakteryzowanie ścisłej implikacji polega wówczas na wskazaniu przynajmniej niektórych bardziej znanych tez klasycznych, których odpowiedniki nie są ważne dla ścisłej implikacji. Jest o tym mowa na str. 57, przy pierwszej wzmiance o systemie ścisłej implikacji.

2. W recenzji czytamy: „Również, gdy mowa jest o różnych pojęciach wynikania (str. 57 i 58), trudno się zorientować o jakim wynikaniu mówią w danej chwili autorzy". Czytelnik recenzji, który by nie zaglądnął do odpowiedniego miejsca książki, mógłby na podstawie tych słów dojść do wniosku, że autorzy sami dobrze nie wiedzą, o czym mówią! Ale tymczasem na stronach cytowanych wprowadza się tylko jedno pojęcie wynikania, zaznacza się, że terminu „wynikanie" używa się tu zamiennie z terminem „wynikanie logiczne" i podaje się semantyczną definicję tego pojęcia pochodzącą od K. Ajdukiewicza. Trudno naprawdę zrozumieć, w jaki sposób Recenzent mógł dopatrzyć się na cytowanych stronach różnych pojęć wynikania. Owszem, mówi się na tych stronach również o implikacji materialnej i o implikacji ścisłej, nikt jednak, kto zna współczesną logikę, nie miesza wynikania z implikacją.

3. Recenzent mówi: „Nie można definiować algebry Boole'a (str. 142) jako algebry izomorficznej z algebrą wszystkich pozbiorów ustalonego zbioru". Oczywiście, że nie można. Któż mógłby to robić, skoro ten system jako elementarny nie jest kategoryczny i ma różne nieizomorficzne ze sobą interpretacje. Ale w książce nie ma tej definicji. Wprowadza się omawiany system jako rachunek zbiorów z pewną ustaloną interpretacją, a następnie mówi się o innych interpretacjach tego systemu. Tak samo postępują również niektórzy inni autorzy (por. np. K. Kuratowski i A. Mostowski, *Teoria mnogości*, str. 31; K. Kuratowski, *Wstęp do teorii mnogości i topologii*, II wyd., 1962, str. 25). Można oczywiście z takich lub innych względów kwestionować celowość takiego wprowadzania omawianego systemu, choć z drugiej strony pewne względy natury dydaktycznej skłaniają do takiego ujęcia. Można uważać, że raczej należy ten system wprowadzać jako czysto formalny, niezinterpretowany rachunek, a następnie dopiero omawiać różne jego interpretacje. Błędem matematycz-

nym byłoby jednak dopiero wprowadzenie definicji, którą Recenzent niesłusznie imputuje autorom.

4. Recenzent mówi: „W definicji funkcji (str. 151) nie jest zaznaczone, że w określeniu funkcji występują dwa zbiory: zbiór argumentów i zbiór wartości". Nie będę wytykał niezręczności tego sformułowania Recenzenta. Definicja funkcji podana w książce jest poprawna, a jej sformułowanie niczym nie różni się od sformułowań najczęściej spotykanych. W samej definicji funkcji jako pewnej relacji nigdy nie podaje się definicji zbioru argumentów i zbioru wartości funkcji, określane są one w odrębnych definicjach. W książce na str. 152 jest wyjaśnione, co nazywa się wartością funkcji R dla argumentu x oraz co to jest zbiór wartości funkcji R dla argumentów należących do zbioru X.

5. W recenzji czytamy: „Gdy mowa o funkcjach charakterystycznych, nie bardzo widać, że w myśl przyjętych definicji moc zbioru podzbiorów zbioru mocy m jest mocą 2^m." Otóż należy zauważyć, że definicja funkcji charakterystycznej zbioru podana na str. 174 nie różni się wcale od definicji tego pojęcia podawanej przez innych autorów. Zaraz zaś po tej definicji podane jest wraz z dowodem twierdzenie (T10.2), o które chodzi Recenzentowi.

Sądzę, że z uwag podanych przeze mnie w punktach 3, 4 i 5 wynika, że w recenzowanej książce w rozważanych miejscach nie występują „przykre błędy matematyczne", na które Recenzent „zwraca uwagę czytelnikowi". Ponadto uwagi moje wykazują, że Recenzent nie zaznajomił się dokładniej z tymi miejscami recenzowanej książki, o których pisze w swej recenzji (jest to jaskrawo widoczne szczególnie w odniesieniu do miejsc tekstu, o których mowa w punktach 1, 2 i 5).

Recenzent narzeka, że książka zawiera za dużą ilość symboli i specjalnych oznaczeń. W znacznej większości są to jednak symbole i oznaczenia używane w innych pracach z tej dziedziny, a zaznajomienie się z tymi symbolami i oznaczeniami w trakcie przerabiania podręcznika powinno czytelnikowi ułatwić lekturę takich prac. W książce wprowadzono tylko 4 symbole nie występujące gdzie indziej (A^0, A^+, $\mathrm{fr}(A^+)$ i potrzebny tylko do dowodu dwóch lematów symbol $Z(R)$) i zdaje się, że ich wprowadzenie raczej ułatwia czytelnikowi przyswojenie sobie danego materiału.

Chciałbym jeszcze zauważyć, że — wbrew temu, co mówi Recenzent — system wyłożony w książce nie jest systemem Gentzena. Zauważa się dziś (por. np. W. Kneale and M. Kneale, *The Development of Logic*, str. 539), że współczesne systemy dedukcji naturalnej zbliżone są raczej do systemu Jaśkowskiego niż do systemu Gentzena. System przedstawiony w książce różni się pod wieloma względami zarówno od systemu Gentzena, jak i systemu Jaśkowskiego oraz od innych systemów dedukcji naturalnej. Dokładniejsze omówienie tej sprawy wykracza poza ramy tych uwag.

Błędnie sformułowane jest zawarte w recenzji zdanie mające informować o udowodnieniu przez Cohena niezależności aksjomatu wyboru, a mianowicie zdanie: „Wypowiedź na str. 191, mówiąca o tym, że problem niezależności pewnika wyboru nie został dotąd rozstrzygnięty, prawdziwa według Cohena, obecnie zdezaktualizowała się".

Ludwik Borkowski

Kilka uwag w odpowiedzi na poprzednie sprostowanie

Ad. 1 i 2 — materiał str. 56-60 ustawiony jest źle pod względem redakcyjnym. Pisze się wpierw o potocznym rozumieniu implikacji, potem o określeniu pojęcia wynikania, a wreszcie o rozumieniu znaczenia spójników zdaniowych w różnych czasach. Takie ustawienie materiału na pewno utrudnia zrozumienie książki i to nie tylko takiemu czytelnikowi, dla którego książka jest przeznaczona, tzn. czytelnikowi nie mającemu poprzednio większej styczności z logiką.