wmptm 1897

nym byłoby jednak dopiero wprowadzenie definicji, którą Recenzent niesłusznie imputuje autorom.

4. Recenzent mówi: „W definicji funkcji (str. 151) nie jest zaznaczone, że w określeniu funkcji występują dwa zbiory: zbiór argumentów i zbiór wartości". Nie będę wytykał niezręczności tego sformułowania Recenzenta. Definicja funkcji podana w książce jest poprawna, a jej sformułowanie niczym nie różni się od sformułowań najczęściej spotykanych. W samej definicji funkcji jako pewnej relacji nigdy nie podaje się definicji zbioru argumentów i zbioru wartości funkcji, określane są one w odrębnych definicjach. W książce na str. 152 jest wyjaśnione, co nazywa się wartością funkcji $R$ dla argumentu $x$ oraz co to jest zbiór wartości funkcji $R$ dla argumentów należących do zbioru $X$.

5. W recenzji czytamy: „Gdy mowa o funkcjach charakterystycznych, nie bardzo widać, że w myśl przyjętych definicji moc zbioru podzbiorów zbioru mocy $m$ jest mocą $2^m$." Otóż należy zauważyć, że definicja funkcji charakterystycznej zbioru podana na str. 174 nie różni się wcale od definicji tego pojęcia podawanej przez innych autorów. Zaraz zaś po tej definicji podane jest wraz z dowodem twierdzenie (T10.2), o które chodzi Recenzentowi.

Sądzę, że z uwag podanych przeze mnie w punktach 3, 4 i 5 wynika, że w recenzowanej książce w rozważanych miejscach nie występują „przykre błędy matematyczne", na które Recenzent „zwraca uwagę czytelnikowi". Ponadto uwagi moje wykazują, że Recenzent nie zaznajomił się dokładniej z tymi miejscami recenzowanej książki, o których pisze w swej recenzji (jest to jaskrawo widoczne szczególnie w odniesieniu do miejsc tekstu, o których mowa w punktach 1, 2 i 5).

Recenzent narzeka, że książka zawiera za dużą ilość symboli i specjalnych oznaczeń. W znacznej większości są to jednak symbole i oznaczenia używane w innych pracach z tej dziedziny, a zaznajomienie się z tymi symbolami i oznaczeniami w trakcie przerabiania podręcznika powinno czytelnikowi ułatwić lekturę takich prac. W książce wprowadzono tylko 4 symbole nie występujące gdzie indziej ($A^0$, $A^+$, $\mathrm{fr}(A^+)$ i potrzebny tylko do dowodu dwóch lematów symbol $Z(R)$ i zdaje się, że ich wprowadzenie raczej ułatwia czytelnikowi przyswojenie sobie danego materiału.

Chciałbym jeszcze zauważyć, że — wbrew temu, co mówi Recenzent — system wyłożony w książce nie jest systemem Gentzena. Zauważa się dziś (por. np. W. Kneale and M. Kneale, *The Development of Logic*, str. 539), że współczesne systemy dedukcji naturalnej zbliżone są raczej do systemu Jaśkowskiego niż do systemu Gentzena. System przedstawiony w książce różni się pod wieloma względami zarówno od systemu Gentzena, jak i systemu Jaśkowskiego oraz od innych systemów dedukcji naturalnej. Dokładniejsze omówienie tej sprawy wykracza poza ramy tych uwag.

Błędnie sformułowane jest zawarte w recenzji zdanie mające informować o udowodnieniu przez Cohena niezależności aksjomatu wyboru, a mianowicie zdanie: „Wypowiedź na str. 191, mówiąca o tym, że problem niezależności pewnika wyboru nie został dotąd rozstrzygnięty, prawdziwa według Cohena, obecnie zdezaktualizowała się".

*Ludwik Borkowski*

## Kilka uwag w odpowiedzi na poprzednie sprostowanie

Ad. 1 i 2 — materiał str. 56-60 ustawiony jest źle pod względem redakcyjnym. Pisze się wpierw o potocznym rozumieniu implikacji, potem o określeniu pojęcia wynikania, a wreszcie o rozumieniu znaczenia spójników zdaniowych w różnych czasach. Takie ustawienie materiału na pewno utrudnia zrozumienie książki i to nie tylko takiemu czytelnikowi, dla którego książka jest przeznaczona, tzn. czytelnikowi nie mającemu poprzednio większej styczności z logiką.

Ministerstwo Nauki i Szkolnictwa Wyższego

Z powodu takiego zredagowania tekstu rzeczywiście, choć nie dostrzegają tego autorzy, można by się dopatrzyć kilku pojęć wynikania. Po omówieniu czterech znaczeń zwrotu „jeżeli $p$ to $q$", a więc de facto znaczeń implikacji, omawia się semantyczne pojęcie wynikania, zależne od jednego z tych znaczeń implikacji; według symboliki książki od implikacji $\rightarrow$ *nieprawda, że p i q*. Przejście do tego jednego konkretnego znaczenia implikacji jest wprawdzie w książce zaznaczone, jednak w tekście jest mało uchwytne. Ponowny powrót do tekstu, w którym omawia się znowu kwestie dotyczące okresu warunkowego, może jeszcze powiększyć rozterkę czytelnika. Dlatego napisałem w recenzji, że trudno się zorientować o jakim wynikaniu mówią autorzy. Cztery znaczenia okresu warunkowego mogą przecież dać cztery pojęcia wynikania.

Ad. 3 W książce na str. 142 u dołu podana jest definicja: ... „Terminami pierwotnymi algebry Boole'a są symbole $+, \cdot, ', i$ $B$. Pierwsze trzy są znakami dodawania, mnożenia i uzupełniania zbiorów. Symbol $B$ oznacza rodzinę *wszystkich* (podkreślenie moje) podzbiorów ustalonego zbioru niepustego. O zmiennych $u, v, w, \ldots$ zakładamy, że reprezentują zbiory rodziny $B$".

Przytoczona definicja jest typową definicją przez reprezentację. Do tego nie wszystkich algebr Boole'a a tylko tych, które mają moc postaci $2^m$, gdzie $m$ jest liczbą kardynalną skończoną lub nie. Nie jest prawdą, że tak definiują algebrę Boole'a inni autorzy. U Kuratowskiego i Mostowskiego, *Teoria mnogości*, str. 31, czytamy „... Mówić w niej będziemy tylko o równości i nierówności *pewnych* przedmiotów *zwanych* zbiorami i o pewnych działaniach (dodawanie, mnożenie, odejmowanie) wykonalnych na tych przedmiotach. ..." (Podkreślenia moje). Jest to przecież zupełnie co innego niż w omawianej przeze mnie książce.

Ad 4. Żeby pomóc sobie w wyjaśnieniu mego stanowiska dotyczącego tej kwestii sięgnę do innej książki; u A. Mostowskiego, *Logika matematyczna*, w rozdziale 4 mówiącym o algebrze zbiorów i relacji wprowadzone jest pojęcie relacji pełnej, „... zachodzącej między każdymi dwoma przedmiotami (*elementami zbioru pełnego*)" (podkreślenie moje). Następnie w rozdziale 6 mamy definicję funkcji podaną wzorem analogicznym jak w omawianej książce. Przy takim ujęciu z pojęciem funkcji związany jest jakiś zbiór czy też dwa zbiory przedmiotów: te mianowicie, między elementami których może zachodzić relacja zwana funkcją.

Wydaje mi się zresztą, że matematycy bardzo ściśle odróżniają funkcję $y = x^2$ ze zbioru liczb rzeczywistych od funkcji $y = x^2$ ze zbioru liczb rzeczywistych dodatnich.

W omawianej książce pojęcie pierwotne relacji nie zostało wyjaśnione przed wprowadzeniem pojęcia funkcji i dlatego sądzę, że błędem dydaktycznym przy podawaniu definicji funkcji w taki sposób jest nie wyjaśnienie, że funkcja jest to pewna relacja z jakiegoś zbioru $X$ (argumentów) do innego zbioru $Y$ (wartości). Cała ta sprawa nie ma nic wspólnego z wprowadzeniem zbiorów $D_l(R)$ i $D_p(R)$, które rzeczywiście nazywa się czasem zbiorem argumentów i zbiorem wartości funkcji.

Na zakończenie wyjaśnienia tego punktu chciałbym przeprosić autorów książki i czytelników mojej recenzji zamieszczonej w Wiadomościach Matematycznych VII.2 za nie oddzielenie akapitem uwagi (być może spornej) o dydaktycznie niewłaściwym określeniu funkcji od poprzedniej uwagi omawiającej matematycznie błędną (i to sądzę bezspornie błędną) definicję algebry Boole'a. Muszę z zażenowaniem przyznać, że sformułowanie o przykrych błędach matematycznych wypadło w druku z tego powodu w niezamierzony przeze mnie ostry sposób.

Ad. 5. Rzeczywiście autorzy mają tutaj rację.

*Andrzej Włodzimierz Mostowski*