wmptm 1897

Jan Mikusiński, Roman Sikorski, *Elementarna teoria dystrybucji*, Małe Monografie PWN, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1964, str. 128.

Teoria dystrybucji jest działem matematyki, który po raz pierwszy został wprowadzony poprzez stosunkowo zaawansowane pojęcie funkcjonału liniowego ciągłego. Jednocześnie teoria ta posiada genezę oraz niezwykle ważne intuicje fizyczne, a jej znajomość jest niezbędna dla zrozumienia matematycznego opisu szeregu problemów z zakresu fizyki.

W świetle tego wydaje się niezmiernie ważne uzyskanie takiego ujęcia teorii dystrybucji, które byłoby dostępne przy stosunkowo małym zaawansowaniu w matematyce, na przykład po zapoznaniu się z tak zwanym „rachunkiem różniczkowym i całkowym" oraz elementami algebry. Co ważniejsze, takie elementarne ujęcie teorii dystrybucji powinno bazować na metodach, pojęciach i intuicjach przyswojonych w trakcie studiowania rachunku różniczkowego i całkowego.

Niestety, intuicje związane z pojęciem funkcjonału liniowego ciągłego wywodzą się nie z analizy klasycznej, ale z funkcjonalnej, a zatem są obce tym, którzy analizy funkcjonalnej nie znają. Inaczej sprawa wygląda z pojęciem zbieżności i aproksymacji, które to pojęcia wyraźnie przewijają się poprzez całą analizę klasyczną, poczynając już od elementarnego rachunku różniczkowego i całkowego

W świetle tego wydaje się cenne opracowanie teorii dystrybucji w oparciu o pojęcie aproksymacji dystrybucji przez funkcję, co ma miejsce w *Elementarnej teorii dystrybucji*. Wykład prowadzony w tej książce jest precyzyjny i zwarty mimo operowania przez cały czas bardzo elementarnymi środkami. Książka podzielona jest na dwie części. W pierwszej rozważa się przypadek jednej zmiennej, a w części drugiej — przypadek wielu zmiennych. Szereg operacji nad dystrybucjami przeniesionych jest z funkcji na dystrybucje w sposób jednolity przy pomocy pojęcia tzw. operacji regularnej. Rozważa się ciągi dystrybucji, dystrybucje zależne od parametru, podstawienia jedno- i wielowymiarowe oraz szereg innych użytecznych operacji i pojęć dotyczących dystrybucji. Nie wprowadza się pojęcia nośnika dystrybucji oraz splotu dystrybucji o nośniku zwartym z dowolną dystrybucją. Szkoda, gdyż brak jest przez to wzoru przedstawiającego operator różniczkowy o stałych współczynnikach jako splot z dystrybucją o nośniku punktowym.

Podsumowując, książka stanowi bardzo cenną i chyba jedyną w swoim rodzaju pozycję w literaturze dotyczącej teorii dystrybucji.

Wojciech Słowikowski

Franciszek Otto i Edward Otto, *Zbiór zadań z geometrii wykreślnej*, cz. II, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1962, str. 243+ zeszyt z anaglifami.

Jednocześnie z pierwszym wydaniem omawianej tu drugiej części książki ukazało się czwarte wydanie części pierwszej. Już sam fakt czterech wydań części I w ciągu około dziesięciu lat świadczy niezbicie, jak potrzebna i wyczekiwana musiała być część druga. Stanowi ona kompletne uzupełnienie części I, zostało w niej bowiem omówione wszystko to czego nie było w części I, a jest objęte programem nauczania geometrii wykreślnej na jakimkolwiek wydziale wyższych uczelni w Polsce.

Tak więc, część I zawierała trzy obszerne rozdziały: 1. rzuty cechowane, 2. rzuty Monge'a, 3. rzuty aksonometryczne, w których omówiono zagadnienia dotyczące

Ministerstwo Nauki i Szkolnictwa Wyższego

wyłącznie utworów zbudowanych przy pomocy prostych i płaszczyzn. A oto tytuły rozdziałów części drugiej: 4. kolineacja, 5. krzywe, 6. powierzchnie, 7. linie i powierzchnie śrubowe, 8. powierzchnie topograficzne, 9. cienie, 10. rzut środkowy (perspektywa), 11. zastosowania. Poszczególne rozdziały dzielą się na paragrafy omawiające węższe klasy zagadnień.

Podobnie jak w części I, Autorzy poprzedzili każdą serię zadań gruntownym wstępem teoretycznym, zawierającym omówienie wszystkich występujących w niej pojęć i metod rozwiązywania oraz przykładami dokładnych rozwiązań, zwanych tu „ćwiczeniami". Omówienia te są tak wyczerpujące, że książka może świetnie służyć jako repetytorium, a nawet jako podręcznik geometrii wykreślnej, co dodatkowo zwiększa jej wartość.

Do podniesienia wartości książki przyczynia się również dołączony do niej zeszyt z anaglifami, które bardzo ułatwiają korzystanie z niej (zwłaszcza czytelnikom pozbawionym wyobraźni przestrzennej). Anaglify wykonane są (podobnie jak i rysunki w tekście) bardzo starannie i bezbłędnie, a ich strona drukarska także jest bez zarzutu: kolory dobrano doskonale, tak że uzyskano w pełni wrażenie przestrzenności. Przy omawianiu szaty graficznej, trzeba jednak niestety stwierdzić, że sposób oprawienia książki (dwie oddzielne części we wspólnej broszurowej okładce) jest bardzo niepraktyczny i przy częstym używaniu zupełnie nie zdaje egzaminu.

Omawiana książka nie jest wolna od pewnych drobnych usterek: W szczególności, niekiedy można spotkać rozbieżności terminologiczne pomiędzy rozmaitymi partiami książki, co jest o tyle wytłumaczalne, że pisało ją dwóch autorów. Tak więc np. na str. 6_{19-16} termin „powinowactwo" jest użyty w innym sensie niż na str. 13^{9-10}; oznacza on mianowicie pojęcie, które na str. 13^{3} nazwano „powinowactwem osiowym". Ponadto na str. 43 wprowadzono jeszcze termin „powinowactwo środkowe". Warto by gdzieś wyraźnie zaznaczyć, jakie związki i różnice zachodzą pomiędzy tymi trzema pojęciami. Podobnie, terminy: „oś" i „oś symetrii" stożkowej stosowane są w rozmaitych miejscach w tym samym znaczeniu, ale nigdzie nie napisano, że oznaczają to samo. Na str. 48_{6-3} korzysta się z definicji rzutowej stożkowej, podczas gdy jedyne określenie stożkowej, jakie podano w książce (str. 19) było metryczne.

W ogóle Autorzy stali wobec trudnego zadania. Mianowicie, z jednej strony starali się podać określenia wszystkich omawianych pojęć, z drugiej zaś — musieli to uczynić możliwie zwięźle, gdyż książka nie jest podręcznikiem, a tylko zbiorem zadań i teoria nie powinna w niej zajmować zbyt wiele miejsca. W efekcie, w wielu miejscach powstały pewne niedokładności polegające bądź na podaniu niezbyt precyzyjnych określeń pewnych pojęć, bądź też w ogóle na zastąpieniu tych określeń przez jakieś przykłady, czy omówienia.

Brak jest np. określenia niezmiennika charakterystycznego i współzmiennika (str. 12). Nie wiadomo, co to jest „suma w znaczeniu geometrycznym" (str. 39). Ze zdania na str. 88_{6-3} trudno się zorientować co to jest powierzchnia nierozwijalna (co to znaczy „sąsiednie tworzące" ?). Warunek $\chi(t) = 0$ na str. 19^{10-11} jest tylko warunkiem dostatecznym, a nie — jak mógłby się łatwo zasugerować czytelnik — definicją krzywej płaskiej. Nie wiadomo, czy półoś to liczba czy odcinek (str. 24^{5-10}). Trudno się również pogodzić z określeniami przystawania i przekształcenia podobnościowego jako szczególnymi przypadkami kolineacji środkowej (str. 6). Określenia takie chyba zbytnio zawężają sens omawianych pojęć.

Jednocześnie jednak Autorzy w innych przypadkach znaleźli bardzo pomysłowe i nie spotykane w polskiej literaturze sposoby zwięzłego wprowadzania niektórych pojęć. Do takich należy np. stosowanie w wielu przypadkach geometrii analitycznej (choćby przy określeniu pojęcia krzywej — str. 19, powierzchni — str. 39, czy linii śrubowej — str. 81).

Z drobnych usterek, które warto by poprawić w następnym wydaniu, należy jeszcze zwrócić uwagę na brak pewnych haseł w skorowidzu (twierdzenie Dendelina — str. 114,

średnice sprzężone — str. 30). Użyte na str. $13^{14,15}$ znakowanie $XY(ZY)$ jest niezbyt czytelne; lepiej było napisać: „XY (ewentualnie ZY)". Niejasne jest także, w jaki sposób wysnuto wniosek 2 na str. 36^{6-7}, tym bardziej, że przecież własność Pascala posiada również stożkowa zdegenerowana do dwóch prostych.

W książce nie ograniczono się do samych suchych przepisów na rozwiązywanie zadań, lecz przeprowadzono ponadto w niektórych miejscach interesującą analizę sposobów rozwiązywania. Na przykład na str. 31 dokonano podziału konstrukcji dotyczących stożkowych — na konstrukcje „pierwszego" i „drugiego stopnia" oraz wyszczególniono środki, jakimi należy się posługiwać przy obu rodzajach konstrukcji. Dowód twierdzenia Pascala podany przez Autorów jest ścisły oraz wyjątkowo krótki i jasny. Również samo sformułowanie tego twierdzenia jest bardzo precyzyjne (jest to jedyna książka w języku polskim poza [2], w której określono w sposób ogólny a prosty, co to są boki przeciwległe sześciokąta — str. 25).

Na ogół w podręcznikach geometrii wykreślnej panuje tradycja stosowania zwrotów: szeregi homologiczne (perspektywiczne) oraz homograficzne (jednokreślne) i użycia symbolów $p \overline{\overline{\wedge}} q$ oraz $p \overline{\wedge} q$ (np. [1], str. 215, [3], str. 51, [4], str. 182). Tego rodzaju postępowanie nie tylko może spowodować nieporozumienia, ale nawet jest — z punktu widzenia logiki — błędne. W omawianej tu książce Autorzy celowo unikają tego, wzorując się na podręczniku E. Otta [2], w którym zastosowano pojęcie przekształcenia homologicznego potraktowanego jako funkcja, a na jego oznaczenie użyto symbolu $f(X)$.

Dobrze jest, że w książce — prócz pojęcia kolineacji środkowej — określono również ogólniejsze pojęcie: kolineację (str. 5). Szkoda tylko, że nie wyjaśniono, jaki jest związek tego pojęcia z przekształceniem rzutowym zdefiniowanym na str. 14.

Odrębną zaletę książki stanowi wprowadzenie do niej bardzo interesującego rozdziału pt. Zastosowania. Szkoda tylko, że nie ma w nim większej liczby zadań oraz że nie pokazano większej ilości przykładów przenikania dachów.

Na zakończenie pragnąłbym wysunąć pewne dezyderaty pod adresem Autorów. Przede wszystkim wydaje mi się, że dobrze by było przy następnym wydaniu wzbogacić książkę o nowe zadania. W niektórych bowiem rozdziałach jest ich nieproporcjonalnie mało, np. w § 33 — tylko jedno zadanie, a w §§ 34, 35, 36, 45, 52 nie ma ich wcale. Zdarzają się poza tym paragrafy, w których wszystkie zadania, aczkolwiek niezwykle pomysłowe i interesujące, są jednak na tyle trudne, że rozwiązanie ich przekracza możliwości przeciętnego studenta. Wprowadzenie takich zadań podnosi znacznie wartość książki, lecz powinny być one moim zdaniem poprzedzone zadaniami łatwiejszymi (choćby banalnymi), tak aby najsłabszy nawet student znalazł w każdym paragrafie zadania, które potrafi rozwiązać. Na przykład w rozdziale o kolineacji warto by podać zadania typu: Dokonać przekształcenia podanej na rysunku figury, gdy dane są środek i oś kolineacji oraz oś zbiegu, itp.

Proponowałbym również, aby zastąpić skorowidz tomu drugiego wspólnym skorowidzem, w którym wyszczególniono by również pojęcia określone w tomie I.

Wreszcie, wydaje mi się bardzo celowe (przede wszystkim ze względu na oryginalność i nietypowość większości zadań podanych w książce) wydanie III części zawierającej dokładne rozwiązania podanych w dwóch pierwszych tomach zadań. Jeżeli nie wszystkich, to przynajmniej tych trudniejszych — zaczynających się od słowa „udowodnić...".

Ani powyższe moje propozycje, ani wyszczególnione poprzednio usterki nie umniejszają w niczym wartości książki. I to nie tylko dlatego, że wypełniła ona poważną lukę w polskiej literaturze matematycznej — lukę dotkliwie odczuwaną przez studentów, którzy dotychczas musieli korzystać z zadań rozsianych po rozmaitych podręcznikach geometrii wykreślnej, operujących nie zawsze tą samą terminologią. Wartość tej książki polega w dużym stopniu na twórczym i oryginalnym podejściu do wielu rozpatrywanych w niej zagadnień.

Książki cytowane

[1] K. Bartel, *Geometria wykreślna*, Warszawa 1948.
[2] E. Otto, *Geometria wykreślna*, Warszawa 1950.
[3] A. Plamitzer, *Geometria wykreślna*, Warszawa 1959.
[4] S. Szerszeń, *Nauka o rzutach*, Warszawa 1959.

Lech Dubikajtis

Tadeusz Czechowski, *Rachunek różniczkowy i całkowy dla ekonomistów i statystyków*, wydanie drugie, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1963, str. 390.

Książka jest napisana dla potrzeb studentów wyższych uczelni ekonomicznych. Zgodnie z oświadczeniem Autora w przedmowie, wykład nawiązuje do programu matematyki szkoły średniej i zawiera nawet powtórzenie pewnych zagadnień z tego zakresu. Z tych względów materiał jest obszerniejszy niżby to wynikało z tytułu, obejmuje mianowicie poza rachunkiem różniczkowym i całkowym także wiadomości o liczbach, elementy kombinatoryki oraz pewne informacje z zakresu geometrii analitycznej i algebry. W związku z tym bardziej odpowiedni byłby inny tytuł, np. Matematyka wyższa dla ekonomistów. Toteż w dalszym ciągu będziemy traktowali książkę jako podręcznik matematyki wyższej.

Ponieważ książka jest pisana z wyraźnym przeznaczeniem dla określonej grupy czytelników, rozpatrzymy ją z dwóch punktów widzenia: w jakim stopniu uwzględnia potrzeby w tym zakresie i w jaki sposób stara się te potrzeby zaspokoić.

Książka zawiera 13 rozdziałów, których tytuły są następujące: I. Liczby rzeczywiste, II. Kombinatoryka i dwumian Newtona, III. Funkcja jednej zmiennej, IV. Ciągi nieskończone, V. Funkcje ciągłe, VI. Pochodne, VII. Badanie funkcji jednej zmiennej, VIII. Krzywe stopnia drugiego, IX. Funkcje dwu i wielu zmiennych, X. Pochodne cząstkowe i ich zastosowania, XI. Całki nieoznaczone, XII. Całki oznaczone, XIII. Szeregi nieskończone. Na końcu zamieszczony jest dodatek: O macierzach, wyznacznikach i równaniach liniowych.

Kilka paragrafów jest poświęconych wyłącznie zagadnieniom ekonomicznym: model nieciągły procesów renowacyjnych (rozdz. IV, § 8), elastyczność funkcji (rozdz. VII, § 7), funkcja produkcji (rozdz. IX, § 7).

Zakres poruszonych zagadnień jest więc szeroki. Wystarcza to jako podstawa dla dalszych bardziej pogłębionych studiów matematycznych, potrzebnych w niektórych dyscyplinach bądź to wyraźnie ekonomicznych (np. ekonometria, teoria wzrostu), bądź też związanych z ekonomią i wykładanych na wydziałach ekonomicznych (np. statystyka, teoria programowania, badania operacyjne).

Można jednak zasygnalizować pewne zagadnienia, które być może warto by włączyć do podręcznika, oraz inne, które bez większego uszczerbku można by skreślić.

Pierwszym zagadnieniem, jakie należałoby rozważyć z tego punktu widzenia, jest teoria liczb zespolonych. Włączenie wiadomości o liczbach zespolonych stanowiłoby lepsze wykończenie informacji dotyczących liczb w ogóle, a poza tym dałoby podstawowe informacje matematyczne tym ekonomistom, którzy chcieliby zająć się teorią wzrostu.

Nie mówi się o równaniach różniczkowych zwyczajnych, których zastosowania w ekonomii rozszerzają się coraz bardziej i które już obecnie pojawiają się np. w podstawowych podręcznikach ekonometrii. Niepotrzebne byłoby zbyt szerokie potraktowa-