wmptm 1897 131

Książki cytowane

[1] K. Bartel, *Geometria wykreślna*, Warszawa 1948.
[2] E. Otto, *Geometria wykreślna*, Warszawa 1950.
[3] A. Plamitzer, *Geometria wykreślna*, Warszawa 1959.
[4] S. Szerszeń, *Nauka o rzutach*, Warszawa 1959.

Lech Dubikajtis

Ministerstwo Nauki i Szkolnictwa Wyższego

Tadeusz Czechowski, *Rachunek różniczkowy i całkowy dla ekonomistów i statystyków*, wydanie drugie, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1963, str. 390.

Książka jest napisana dla potrzeb studentów wyższych uczelni ekonomicznych. Zgodnie z oświadczeniem Autora w przedmowie, wykład nawiązuje do programu matematyki szkoły średniej i zawiera nawet powtórzenie pewnych zagadnień z tego zakresu. Z tych względów materiał jest obszerniejszy niżby to wynikało z tytułu, obejmuje mianowicie poza rachunkiem różniczkowym i całkowym także wiadomości o liczbach, elementy kombinatoryki oraz pewne informacje z zakresu geometrii analitycznej i algebry. W związku z tym bardziej odpowiedni byłby inny tytuł, np. Matematyka wyższa dla ekonomistów. Toteż w dalszym ciągu będziemy traktowali książkę jako podręcznik matematyki wyższej.

Ponieważ książka jest pisana z wyraźnym przeznaczeniem dla określonej grupy czytelników, rozpatrzymy ją z dwóch punktów widzenia: w jakim stopniu uwzględnia potrzeby w tym zakresie i w jaki sposób stara się te potrzeby zaspokoić.

Książka zawiera 13 rozdziałów, których tytuły są następujące: I. Liczby rzeczywiste, II. Kombinatoryka i dwumian Newtona, III. Funkcja jednej zmiennej, IV. Ciągi nieskończone, V. Funkcje ciągłe, VI. Pochodne, VII. Badanie funkcji jednej zmiennej, VIII. Krzywe stopnia drugiego, IX. Funkcje dwu i wielu zmiennych, X. Pochodne cząstkowe i ich zastosowania, XI. Całki nieoznaczone, XII. Całki oznaczone, XIII. Szeregi nieskończone. Na końcu zamieszczony jest dodatek: O macierzach, wyznacznikach i równaniach liniowych.

Kilka paragrafów jest poświęconych wyłącznie zagadnieniom ekonomicznym: model nieciągły procesów renowacyjnych (rozdz. IV, § 8), elastyczność funkcji (rozdz. VII, § 7), funkcja produkcji (rozdz. IX, § 7).

Zakres poruszonych zagadnień jest więc szeroki. Wystarcza to jako podstawa dla dalszych bardziej pogłębionych studiów matematycznych, potrzebnych w niektórych dyscyplinach bądź to wyraźnie ekonomicznych (np. ekonometria, teoria wzrostu), bądź też związanych z ekonomią i wykładanych na wydziałach ekonomicznych (np. statystyka, teoria programowania, badania operacyjne).

Można jednak zasygnalizować pewne zagadnienia, które być może warto by włączyć do podręcznika, oraz inne, które bez większego uszczerbku można by skreślić.

Pierwszym zagadnieniem, jakie należałoby rozważyć z tego punktu widzenia, jest teoria liczb zespolonych. Włączenie wiadomości o liczbach zespolonych stanowiłoby lepsze wykończenie informacji dotyczących liczb w ogóle, a poza tym dałoby podstawowe informacje matematyczne tym ekonomistom, którzy chcieliby zająć się teorią wzrostu.

Nie mówi się o równaniach różniczkowych zwyczajnych, których zastosowania w ekonomii rozszerzają się coraz bardziej i które już obecnie pojawiają się np. w podstawowych podręcznikach ekonometrii. Niepotrzebne byłoby zbyt szerokie potraktowa-

nie tych zagadnień, ale wystarczyłyby przypadki najprostsze. Pominięcie równań różniczkowych zwyczajnych jest tym mniej uzasadnione, że wspomina się o równaniach różniczkowych o pochodnych cząstkowych (str. 212, ćw. 3-6).

Nie ma informacji o przybliżonym rozwiązywaniu równań, ani też o interpolacji.

Nieco zbyt rozbudowane w stosunku do potrzeb ekonomistów wydają się informacje o technice całkowania i o krzywych stożkowych. Być może zresztą, że Autor pragnął w zakresie omawianych zagadnień dać materiał możliwie pełny na przyjętym poziomie trudności.

Jednak właśnie z punktu widzenia pełności można by wysunąć szereg dalszych uwag. Dowodzi się, że funkcja posiadająca pochodną w danym punkcie jest w tym punkcie ciągła. Ale nie informuje się czytelnika, że twierdzenie odwrotne nie jest prawdziwe.

Brak przykładów funkcji nie dających się scałkować metodami elementarnymi, co mogłoby wywołać u czytelnika przekonanie, że całkowanie funkcji jest mniej czy bardziej żmudne, ale zawsze możliwe.

Przy wyrównywaniu metodą najmniejszych kwadratów dla funkcji wykładniczej i potęgowej może należałoby wyraźnie stwierdzić, że metoda ta daje minimum sumy kwadratów odchyleń od funkcji doprowadzonej do postaci liniowej, ale nie od funkcji nie przekształconej.

Dowodzi się, że punkt x_0 jest punktem przegięcia krzywej $y = f(x)$, jeżeli funkcja $f'(x)$ ma ekstremum w punkcie x_0. Nie mówi się jednak, że twierdzenie odwrotne nie jest prawdziwe.

Zasygnalizujemy przykładowo jeszcze kilka drobniejszych usterek. Mówi się o różniczkowalności (uwaga 8, str. 93) jeszcze przed podaniem definicji różniczki i funkcji różniczkowalnej. Różniczkowanie funkcji jest definiowane dwukrotnie (str. 113 i 121) w taki sam sposób. W powołaniach na poprzednie wyniki nie zawsze jest podawany paragraf, czy stronica, co utrudnia śledzenie toku rozumowań.

Zaletą książki jest jasność i zwięzłość sformułowań. Unika się podawania dowodów trudniejszych oraz takich, które byłyby podobne do dowodów innych twierdzeń. Dużo jest przykładów i ćwiczeń, dobrze dobranych. Przykłady są zaczerpnięte w miarę możności z ekonomii.

Biorąc ogólnie, należy stwierdzić, że zarówno ze względu na zakres, jak też na sposób wykładu, książka niewątpliwie spełni swoje zadanie i pomoże ekonomistom w zdobywaniu wiedzy o wyższej matematyce w potrzebnym dla nich zakresie. Jest to tym bardziej ważne, że proces matematyzacji nauk ekomonicznych postępuje nadal i z pewnością nie jest czymś przejściowym, ale wypływa z istoty rozwoju tej nauki, która na obecnym etapie dąży wyraźnie do kwantyfikacji pojęć i twierdzeń.

Egon Vielrose

Edmund Karaśkiewicz, *Zarys teorii wektorów i tensorów*, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1964, str. 525.

Rozwój rachunku tensorowego dokonywał się etapami, przy czym bądź na przemian, bądź równolegle impulsy wychodziły z geometrii oraz z fizyki. Dziś rachunek tensorowy stał się już nieodzownym narzędziem w ręku każdego technika. Zakres stosowalności rachunku tensorowego w różnych dziedzinach matematyki stosowanej i techniki zwiększa się stale. Stąd zrozumiała jest tendencja, że do pisania podręczników z tego zakresu garną się nie tylko matematycy, ale i ci przedstawiciele innych gałęzi nauk, dla których rachunek tensorowy jest jedynie narzędziem badawczym. A priori można przypuszczać, że technik, który sam był zmuszony (czasami przełamując duże trudności) opanować rachunek tensorowy, będzie zdolny do takiego przedstawienia