wmptm 1897

nie tych zagadnień, ale wystarczyłyby przypadki najprostsze. Pominięcie równań różniczkowych zwyczajnych jest tym mniej uzasadnione, że wspomina się o równaniach różniczkowych o pochodnych cząstkowych (str. 212, ćw. 3-6).

Nie ma informacji o przybliżonym rozwiązywaniu równań, ani też o interpolacji.

Nieco zbyt rozbudowane w stosunku do potrzeb ekonomistów wydają się informacje o technice całkowania i o krzywych stożkowych. Być może zresztą, że Autor pragnął w zakresie omawianych zagadnień dać materiał możliwie pełny na przyjętym poziomie trudności.

Jednak właśnie z punktu widzenia pełności można by wysunąć szereg dalszych uwag. Dowodzi się, że funkcja posiadająca pochodną w danym punkcie jest w tym punkcie ciągła. Ale nie informuje się czytelnika, że twierdzenie odwrotne nie jest prawdziwe.

Brak przykładów funkcji nie dających się scałkować metodami elementarnymi, co mogłoby wywołać u czytelnika przekonanie, że całkowanie funkcji jest mniej czy bardziej żmudne, ale zawsze możliwe.

Przy wyrównywaniu metodą najmniejszych kwadratów dla funkcji wykładniczej i potęgowej może należałoby wyraźnie stwierdzić, że metoda ta daje minimum sumy kwadratów odchyleń od funkcji doprowadzonej do postaci liniowej, ale nie od funkcji nie przekształconej.

Dowodzi się, że punkt x_0 jest punktem przegięcia krzywej $y = f(x)$, jeżeli funkcja $f'(x)$ ma ekstremum w punkcie x_0. Nie mówi się jednak, że twierdzenie odwrotne nie jest prawdziwe.

Zasygnalizujemy przykładowo jeszcze kilka drobniejszych usterek. Mówi się o różniczkowalności (uwaga 8, str. 93) jeszcze przed podaniem definicji różniczki i funkcji różniczkowalnej. Różniczkowanie funkcji jest definiowane dwukrotnie (str. 113 i 121) w taki sam sposób. W powołaniach na poprzednie wyniki nie zawsze jest podawany paragraf, czy stronica, co utrudnia śledzenie toku rozumowań.

Zaletą książki jest jasność i zwięzłość sformułowań. Unika się podawania dowodów trudniejszych oraz takich, które byłyby podobne do dowodów innych twierdzeń. Dużo jest przykładów i ćwiczeń, dobrze dobranych. Przykłady są zaczerpnięte w miarę możności z ekonomii.

Biorąc ogólnie, należy stwierdzić, że zarówno ze względu na zakres, jak też na sposób wykładu, książka niewątpliwie spełni swoje zadanie i pomoże ekonomistom w zdobywaniu wiedzy o wyższej matematyce w potrzebnym dla nich zakresie. Jest to tym bardziej ważne, że proces matematyzacji nauk ekomonicznych postępuje nadal i z pewnością nie jest czymś przejściowym, ale wypływa z istoty rozwoju tej nauki, która na obecnym etapie dąży wyraźnie do kwantyfikacji pojęć i twierdzeń.

Egon Vielrose

Edmund Karaśkiewicz, *Zarys teorii wektorów i tensorów*, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1964, str. 525.

Rozwój rachunku tensorowego dokonywał się etapami, przy czym bądź na przemian, bądź równolegle impulsy wychodziły z geometrii oraz z fizyki. Dziś rachunek tensorowy stał się już nieodzownym narzędziem w ręku każdego technika. Zakres stosowalności rachunku tensorowego w różnych dziedzinach matematyki stosowanej i techniki zwiększa się stale. Stąd zrozumiała jest tendencja, że do pisania podręczników z tego zakresu garną się nie tylko matematycy, ale i ci przedstawiciele innych gałęzi nauk, dla których rachunek tensorowy jest jedynie narzędziem badawczym. A priori można przypuszczać, że technik, który sam był zmuszony (czasami przełamując duże trudności) opanować rachunek tensorowy, będzie zdolny do takiego przedstawienia

Ministerstwo Nauki i Szkolnictwa Wyższego

i wyłożenia tego przedmiotu, które byłoby należycie zrozumiałe i przystępne dla techników. Łączy się to niewątpliwie z ogólnym zagadnieniem stopnia ścisłości, jaki powinien być wymagany przy wykładzie dyscyplin matematycznych dla tych, dla których te dyscypliny stanowią jedynie narzędzie badania, dla techników w szczególności. Jakkolwiek problem ten jest dyskusyjny, to jednak nie ulega wątpliwości, że pewien stopień ścisłości musi być wymagany, zwłaszcza jeśli idzie o ścisłe precyzowanie pojęć oraz o porządne wysławianie twierdzeń. Odstąpienie od tych minimalnych wymagań może się poważnie zemścić; może spowodować to, że czytelnik bądź napotka na trudności nie do przezwyciężenia, bądź to, że wywoła u czytelnika fałszywe przeświadczenie, iż tekst został zrozumiany.

Najszczęśliwszym wyjściem z trudnej sytuacji, jeśli idzie o pisanie podręczników z dyscyplin matematycznych dla inżynierów, są spółki autorskie, gdzie jednym partnerem jest matematyk, drugim inżynier. Przykładem takiego szczęśliwego rozwiązania jest właśnie w zakresie rachunku tensorowego trzytomowy podręcznik „Grundzüge der Tensorrechnung in analytischer Darstellung", którego autorami jest para A. Duschek i A. Hochrainer, złożona z matematyka i elektrotechnika.

Omawiany „Zarys teorii wektorów i tensorów", napisany przez profesora katedry mechaniki technicznej, ma służyć — jak wynika z przedmowy autora — studentom uniwersytetów i politechnik, przy czym, należy sądzić, autor miał głównie na myśli studentów politechnik.

Podręcznik jest dość obszerny: zawiera algebrę wektorów, analizę wektorów (niezrozumiałe rozbicie na dwa rozdziały: analizę wektorów i analizę pól), a następnie tensory w przestrzeni afinicznej, w przestrzeni metrycznej Euklidesa i wreszcie w przestrzeniach Riemanna.

Podręcznik jest zbyt rozwlekły, ale nie to jest jego główną wadą. Zasadniczym mankamentem jest właśnie to, że wykład nie czyni zadość podstawowym wymogom, jeśli idzie o ścisłe precyzowanie pojęć, przy czym braki te są zbyt gęsto rozsiane po całej książce. Dla uzasadnienia tej opinii pozwolę sobie zwrócić uwagę na pewną ilość tych braków.

1. Brak porządnej definicji zarówno wektora związanego, jak i swobodnego. To samo odnosi się do pojęcia sumy wektorów.
2. Nie wiadomo z określenia na str. 16, czy wektory niewłaściwe można mnożyć przez liczby.
3. Definicja iloczynu skalarnego niekompletna.
4. Pojęcie prawo- i lewoskrętności niewłaściwie przedstawione.
5. Definicja iloczynu wektorowego niekompletna.
6. Ostatnie zdanie na str. 125 fałszywe.
7. Definicja funkcji liniowej wektora niepoprawna.
8. Wektor normalny główny nie zawsze musi istnieć.
9. § 63 niepoprawnie przedstawiony.
10. Dowody, że dywergencja i rotacja są niezmiennikami, zbyt późno podane, powinny znajdować się tuż po definicji.
11. Rozdziały 117 i 118 mętnie zredagowane (czytelnik nie wie np. jaki jest stosunek przestrzeni afinicznych do przestrzeni Banacha).
12. Brak porządnej definicji pojęcia układu współrzędnych.
13. Niezerowanie się jakobianu pociąga za sobą jedynie lokalną odwracalność transformacji.
14. Co to znaczy, że tensory muszą być określone w tym samym układzie współrzędnych ?
15. Brak poprawnej definicji kontrakcji tensora.
16. Terminologia pseudoskalara niekonwencjonalna.
17. Termin „symbol antysymetryczności" nieużywany.

18. Definicja (str. 421) przestrzeni Euklidesa niepoprawna.
19. Termin „prawdziwa wielkość" (str. 458) nieużywany.

Żałować wypada, że autor, który włożył dużo wysiłku w opracowanie zastosowań oraz zebranie materiału zadaniowego, nie zadał sobie fatygi, by podstawowe pojęcia skonfrontować z poprawnym ich przedstawieniem (np. w książce T. Trajdosa) i przez to spowodował to, że książki tej nie można polecić inżynierom jako studium rachunku wektorowego i tensorowego.

Stanisław Gołąb

A. Goetz, T. Huskowski, R. Krasnodębski, H. Pidek-Łopuszańska, M. Rochowski, *Zewnętrzne formy różniczkowe i pewne ich zastosowania*, Referaty wygłoszone na Konferencji Geometrii Różniczkowej, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 1965, str. 218.

Wprowadzone przez E. Cartana formy zewnętrzne różniczkowe stały się współcześnie użytecznym i ważnym narzędziem badawczym, mającym szerokie zastosowanie nie tylko w geometrii różniczkowej i teorii grup Liego, ale także w wielu dziedzinach fizyki i techniki.

W dniach od 5 do 10 listopada 1962 r. odbyła się zorganizowana przez Katedrę Geometrii Politechniki Warszawskiej konferencja szkoleniowa poświęcona teorii różniczkowych form zewnętrznych. Przygotowaniem naukowym konferencji zajęli się matematycy wrocławscy, uczniowie W. Ślebodzińskiego.

Książka zawiera wygłoszone przez nich referaty na wspomnianej konferencji. Referaty te dają stosunkowo przystępny wykład trudnej teorii E. Cartana i jej głównych zastosowań. Metoda i ścisłość przedstawienia problemów odpowiada poziomowi współczesnych metod i rozważań w naukach matematycznych. W pełni została zastosowana algebraizacja w przedstawieniu przedmiotu, co pozwoliło rozwinąć teorię Cartana w sposób doskonalszy pod względem logicznym. Autorzy podają literaturę specjalną, która ma służyć czytelnikowi do rozszerzenia i pogłębienia omawianych tematów.

Pierwsze dwa artykuły zostały opracowane przez H. Pidek-Łopuszańską. W artykule pt. „Formy zewnętrzne algebraiczne i różniczkowe" autorka daje zwięzły, lecz przystępny wykład podstawowych własności form zewnętrznych. Autorka rozwija na początku artykułu elementy algebry Grassmana oraz wprowadza pojęcie rozmaitości różniczkowalnej. Następnie określa formy zewnętrzne oraz wprowadza pojęcie różniczki zewnętrznej. W końcu po zdefiniowaniu całki z formy zewnętrznej różniczkowej wypowiada twierdzenie Stokesa.

W drugim artykule tej samej autorki pt. „Układy Pfaffa nieograniczenie całkowalne" znajdujemy pierwsze ważne zastosowanie form różniczkowych do teorii równań różniczkowych o pochodnych cząstkowych rzędu pierwszego. Autorka podaje określenie układu równań Pfaffa i jego rozmaitości całkowych oraz dowód podstawowego twierdzenia Frobeniusa o nieograniczonej całkowalności układu.

Trzeci artykuł pt. „Grupy Liego i podstawy metody układu ruchomego" został opracowany przez T. Huskowskiego. Jak wiadomo, metoda układu ruchomego opiera się na teorii grup Liego. W pierwszym paragrafie artykułu znajdujemy więc zwięzłe przedstawienie teorii grup Liego i algebry Liego. W drugim paragrafie autor wprowadza pojęcie jednoparametrowej grupy Liego globalnej i lokalnej oraz definiuje pochodną Liego. Następnie omawia transformacje skonstruowane za pomocą grup Liego w rozmaitości różniczkowalnej i w końcu przedstawia metodę układu ruchomego.