wmptm 1897 135

Paragraf trzeci poświęcony jest zastosowaniu metody układu ruchomego do przestrzeni afinicznej. Znajdujemy w nim także rozważania dotyczące teorii koneksji i zagadnienie zanurzania.

Czwarty artykuł pt. „Podstawowe pojęcia teorii układów Pfaffa i twierdzenie o istnieniu" został napisany przez R. Krasnodębskiego. Przedstawia w nim autor w sposób jasny zbudowaną przez R. Cartana teorię układów Pfaffa w inwolucji i twierdzenie o istnieniu rozwiązania. Teoria ta stanowi niezbędny instrument do rozwiązywania tak ważnych zagadnień jak zagadnienie równoważności dwóch obiektów różniczkowych i zagadnienia zanurzania rozmaitości różniczkowalnych.

W piątym artykule pt. „Elementy topologii algebraicznej" autor M. Rochowski podaje elementy algebry homologii oraz ich interpretację geometryczną na przykładzie kompleksu simplicjalnego.

Artykuł szósty i ostatni pt. „Formy zewnętrzne a topologia" opracowany przez doc. A. Goetza ma charakter przeglądowy. Znajdujemy w nim teorię homologii i kohomologii na krzywoliniowym kompleksie rozmaitości oraz sformułowanie i szkic dowodu twierdzenia de Rhama. Ostatni paragraf autor poświęca formom harmonicznym.

Wszystkie artykuły stanowią z założenia przedstawienie znanych zagadnień i metod nie zawierające własnych nowych wyników badań. Jednak sposób przedstawienia jest prosty, jasny i niejednokrotnie oryginalny. Jedynie artykuł piąty jest nieco mniej przystępny.

Książka jest poprzedzona bardzo ciekawą przedmową W. Ślebodzińskiego.

Włodzimierz Wrona

Witold Janowski, *Elementy rachunku prawdopodobieństwa*, Biblioteczka Nauczyciela Matematyki, t.1, Państwowe Zakłady Wydawnictw Szkolnych, Warszawa 1963, str. 75.

Zmiana programu nauczania matematyki w szkołach średnich postuluje między innymi wprowadzenie elementów rachunku prawdopodobieństwa. W dziedzinie tej w Polsce daje się odczuć dotkliwy brak literatury, szczególnie literatury o charakterze elementarnym, która mogłaby służyć zarówno uczniom jako materiał pomocniczy, jak i nauczycielom dla powiększania swoich (na ogół bardzo skromnych) wiadomości z rachunku prawdopodobieństwa. Próba uzupełnienia tego braku podjęta przez autora recenzowanej książeczki zasługuje więc na uwagę; zasługiwałaby również na uznanie, gdyby nie to, że książki tej nie można niestety uznać za udaną. Nie wdając się chwilowo w drobiazgowe zarzuty, można najogólniej powiedzieć, że książka jest po prostu nudna. Uczeń nie znajdzie w niej nic interesującego, prócz ewentualnie elementów kombinatoryki; nauczyciel nie będzie w stanie zrozumieć dlaczego żmudne obliczanie prawdopodobieństw miałoby być dla ucznia bardziej „politechnicznie kształcące" niż równie żmudne rozwiązywanie równań trygonometrycznych czy jałowa dyskusja nierówności kwadratowych. Książka nie ukazuje żadnych perspektyw rachunku prawdopodobieństwa ani w sensie dalszego rozwoju teorii, ani też w sensie praktycznych zastosowań.

A przecież na to, aby uczeń miał choćby przeczucie zrozumienia, że bezmyślne zadania rachunkowe, które zmuszony jest przerabiać na lekcjach matematyki, nie stanowią celu samego dla siebie, a są jedynie wstępem do tego co naprawdę stanowi istotę matematyki (tak jak gamy i wprawki w muzyce są jedynie nużącą, ale konieczną formą ćwiczeń stanowiącą wstęp do „prawdziwej" muzyki) należy go zachęcić ukazując mu choćby w zarysie to, co stanowi siłę atrakcyjną matematyki. Z takich możliwych czynników atrakcyjnych wymieniłbym trzy: przede wszystkim walory estetyczne ma-

Ministerstwo Nauki i Szkolnictwa Wyższego

tematyki, następnie jej walory poznawcze i wreszcie — jej walory utylitarne. Żaden z tych czynników nie został w recenzowanej książce uwzględniony.

Pominę tu sprawy walorów estetycznych: kwestia odczucia piękna jest dość subiektywna i kontrowersyjna; niemniej jednak można by w książce przytoczyć choć jeden przykład z gatunku tzw. „przeczących intuicji" (np. zadanie o człowieku, który ma pęk n kluczy, z których tylko jeden pasuje do zamka. Z powodów, których możemy się jedynie domyślać próbuje on je losowo jeden po drugim, eliminując raz sprawdzone klucze. Jakie jest prawdopodobieństwo, że drzwi zostaną otwarte przy k-tej próbie ?).

Z punktu widzenia lansowanej obecnie tzw. politechnizacji nauczania, bardziej poważnym brakiem niż pominięcie walorów estetycznych matematyki jest pominięcie jej walorów poznawczych i utylitarnych. A przecież chyba właśnie rachunek prawdopodobieństwa dostarcza największej ilości niebanalnych przykładów zastosowań i to już na poziomie możliwym do wyłożenia w szkole średniej. Przytoczę tu dwa przykłady, a można by ich podać znacznie więcej.

Jeżeli wiadomo, że na 100 par bliźniąt średnio k par to bliźnięta jednej płci, to jakie jest prawdopodobieństwo urodzenia bliźniąt tzw. jednojajowych ? Wiadomo skądinąd, że bliźnięta jednojajowe są zawsze tej samej płci (są to niejako dwa egzemplarze tego samego człowieka). Zakładamy, że szanse urodzenia chłopca są takie same jak szanse urodzenia dziewczynki. Oznaczając szukane prawdopodobieństwo przez p otrzymujemy łatwo

$$\tfrac{1}{200}k = \tfrac{1}{2}p + \tfrac{1}{4}(1-p),$$

czyli $p = \frac{2}{50}k - 1$ (wiadomo, że $k > 50$; bliźnięta różnej płci rodzą się średnio rzadziej niż bliźnięta tej samej płci).

Można by dyskutować potrzebę znajomości liczby p; istotnie, nie bardzo wiadomo, jakie praktyczne korzyści można by z niej wyciągnąć, trudno jednak zaprzeczyć, że sama jej znajomość jest pewnym wzbogaceniem naszej wiedzy o świecie.

A oto inny przykład, wskazujący na wartości czysto utylitarne rachunku prawdopodobieństwa: mamy do dyspozycji wagę szalkową z kompletem odważników i dwa przedmioty, których ciężary P_1 i P_2 należy wyznaczyć za pomocą ważenia. Załóżmy że średni błąd kwadratowy pojedynczego ważenia wynosi σ^2 i jest niezależny od ciężaru ważonego przedmiotu (jest to typowe założenie przyjmowane w teorii błędów pomiarów). Można ważyć te przedmioty kolejno; w dwóch ważeniach znajdziemy wtedy ciężary P_1 i P_2 ze średnim błędem kwadratowym σ^2 dla każdego z nich. Nie dla wszystkich jest jednak oczywiste, że za pomocą dwóch ważeń da się osiągnąć większą dokładność: w pierwszym ważeniu kładziemy po jednym przedmiocie na każdej szalce i równoważymy je odważnikami. W drugim ważeniu ważymy oba przedmioty naraz kładąc je na tej samej szalce. Jeżeli x_1 i x_2 są ciężarami, które należy dołożyć w kolejnych ważeniach dla uzyskania równowagi, to otrzymujemy dwa równania postaci

$$P_1 = P_2 + x_1, \qquad P_1 + P_2 = x_2,$$

skąd (x_1 może być ujemne)

$$P_1 = \tfrac{1}{2}(x_1 + x_2), \qquad P_2 = \tfrac{1}{2}(x_2 - x_1)$$

ak łatwo obliczyć, średni błąd kwadratowy dla P_1 i P_2 wyniesie $\sigma^2/2$!.

Wydaje się, że zarówno zainteresowanie matematyką, jak i rozsądnie pojętą politechnizację powinno się osiągać drogą wskazywania rzeczywistych przykładów zastosowań, nawet tak prostych jak powyższe. A co robi autor recenzowanej książeczki ? W klasycznym zadaniu o dwustopniowym losowaniu z jednej z kilku urn zastępuje słowo „urna" słowem „fabryka", „kulę czarną" zastępuje „żarówką wadliwą" i oblicza

prawdopodobieństwo, że „wylosowana żarówka wadliwa pochodzi z produkcji i-tej fabryki". Rozsądny uczeń, po uzyskaniu odpowiedzi liczbowej na to pytanie będzie miał zupełną rację robiąc uwagę, że prościej byłoby przeczytać etykietkę na opakowaniu żarówki, aby wiedzieć na pewno, która fabryka wypuściła dany brak, i nauczyciel, po najbardziej uważnym przestudiowaniu recenzowanej książeczki nie będzie umiał znaleźć lepszej odpowiedzi niż uniwersalne „siadaj i nie mądrz się". A przecież nawet i ten przykład z żarówkami, pomimo całej swojej nierealności, mógłby posłużyć za punkt wyjścia do naszkicowania zasad wnioskowania statystycznego — temat bardzo ciekawy i na pewno kształcący, o którym w książce nie ma nawet wzmianki!

W powodzi powyższych zarzutów pozostałe wydają się już mało istotne: dlaczego np. autor używa terminu „zjawisko" na oznaczenie tego, co zarówno w literaturze, jak i w dość powszechnym odczuciu językowym nazywa się „zdarzeniem"? Dlaczego używa okropnej dziewiętnastowiecznej maniery zapisywania wzorów słowami? („Prawdopodobieństwo, że wartość bezwzględna różnicy pomiędzy zmienną losową i jej wartością średnią jest mniejsza od dowolnej liczby $\varepsilon > 0$, jest nie mniejsze od różnicy pomiędzy jednością i stosunkiem wariancji tej zmiennej do ε^2" — tu dopiero (uff!) następuje wzór

$$P\{|\xi - M(\xi)| < \varepsilon\} \geqslant 1 - \frac{D(\xi)}{\varepsilon^2},$$

którego cała prostota zdążyła się już zagubić w powodzi słów (str. 70). Dlaczego używać rosyjskiego oznaczenia $M(\xi)$ dla wartości średniej, zamiast używanego u nas $E(\xi)$?

I na zakończenie jeszcze jeden cytat (str. 17): „Rachunek prawdopodobieństwa jest gałęzią matematyki stosowanej..." Nieprawda! Rachunek prawdopodobieństwa jest po prostu gałęzią matematyki, równie abstrakcyjną jak analiza czy topologia algebraiczna, a o jego stosowalności (jak zresztą o stosowalności każdej innej dziedziny matematyki) decyduje jedynie łatwość i adekwatność przyporządkowania jego podstawowych pojęć obiektom świata rzeczywistego, który chcemy opisywać.

Robert Bartoszyński

Witold Janowski, *Przekształcenia izometryczne na płaszczyźnie*, Biblioteczka Nauczyciela Matematyki, t. 3, Państwowe Zakłady Wydawnictw Szkolnych, Warszawa 1964, str. 200.

System aksjomatyczny geometrii euklidesowej, jaki siłą tradycji przetrwał w podręcznikach geometrii dla szkół średnich, jest dziś anachronizmem z wielu punktów widzenia. Jeśli idzie o precyzję logiczną, to jedynie próbuje on mieć w tym kierunku pretensje. Z punktu widzenia intuicji ma on również braki. Poza tym jest on bardzo niekompletny, musząc (niekiedy z konieczności) pomijać pewne ważne a trudne pojęcia związane bądź z topologią, bądź ze sprawą orientacji.

Niezależnie od bardziej czy mniej szczęśliwych prób modernizacji nauki geometrii w szkołach średnich powstaje problem dokształcenia szerokich rzesz nauczycieli w kierunku udostępnienia im nowoczesnych dzieł dotyczących podstaw geometrii. W języku polskim mamy takie dzieło K. Borsuka i W. Szmielew „Podstawy geometrii" (1955).

Autor omawianej książeczki, który jest przewodniczącym Komisji (złożonej z członków Polskiego Towarzystwa Matematycznego, przedstawicieli nauczycieli szkół średnich oraz przedstawicieli resortu oświaty) powołanej dla stworzenia nowych programów matematyki, ma niewątpliwie dobre rozeznanie co do braków dotychczasowych podręczników oraz co do potrzeb dla nowych podręczników. Autor wyszedł