skłonność do rozumowania „przez analogię" wynikającą ze zbieżności terminologicznej. Natomiast przy obliczaniu $\int_0^1 x^2\,dx$ na str. 225-226 nie podkreślono, że wykorzystujemy tu fakt istnienia tej całki, wynikający z twierdzeń poznanych wcześniej. Na str. 226 chodzi oczywiście nie o miary wektorów $\vec{AB}$ i $\vec{F}$, ale o ich długości. Twierdzenie 6 na str. 229 uzasadniono na str. następnej tylko dla $a<b$ (a potrzebne jest i dla $a>b$). Ponadto nie uzasadniono, że $\xi\in(a,b)$, a tylko, że $\xi\in[a,b]$. W wierszu 11 od góry na str. 231 zamiast „por. str. 223" ma być „por. tw. 1 na str. 227", a w wierszu 6 od dołu zamiast „w myśl tw. 2" ma być „w myśl uwagi uzupełniającej po tw. 2". W zastosowanej na str 245-248 metodzie wyznaczania pola wycinka należy założyć, że występujące tam funkcje są klasy C^1. Wskazuje to na niedogodność użytej metody przy wyprowadzaniu wzoru (5) na str 247 (można go bez trudu uzyskać przy słabszym założeniu). O funkcji $f(x)$ na str. 251 i 259 należy założyć klasę C^1 nie w przedziale (a,b), a w przedziale $[a,b]$. Przy obliczaniu powierzchni kuli na str. 262 jedna z całek jest niewłaściwa. Wypowiadanie reguły de L'Hospitala aż w dwu twierdzeniach jest zbyteczne, tym bardziej, że pominięto bardzo wiele przypadków zastosowania tej reguły, a można je było wszystkie ująć elegancko w jedno twierdzenie. Uwagę po przykładzie 4 na str. 268 należało koniecznie podać zaraz po wypowiedzi twierdzenia de L'Hospitala, bowiem niektóre z podanych przykładów nie podpadają pod wypowiedziane twierdzenie (np. w przykładzie 3 na str. 267 $\lim_{x\to 0}\frac{1}{x}$ nie istnieje). Ponadto w uwadze tej zamiast „do ilorazu $f(x)/g(x)$" ma być „do ilorazu $\frac{g(x)}{f(x)}$". Wniosek „Jeżeli funkcja $\varphi(t)$ jest malejąca, to $x'_t<0,\ldots$" w dodatku na str. 269, nie jest oczywiście prawdziwy. Związek (2), jak to wynika z przeprowadzonego rozumowania, został uzasadniony przy założeniu, że $\varphi(t)$ jest funkcją monotoniczną. Wprawdzie gdy $\varphi'(t)\neq 0$ w przedziale, to $\varphi(t)$ jest funkcją monotoniczną, ale należało o tym przynajmniej wspomnieć.

Rysunki w recenzowanej książce budzą też zastrzeżenia. Wskażę niektóre z nich. Na rysunku 1, str. 6, dwa różne punkty oznaczone tą samą literą „a". Na rysunku 3, str. 9, punkt (0,1) powinien być usunięty z wykresu funkcji. Te same zastrzeżenia dotyczą rysunków 5, 30, 31, 33, 38, i 40. Rysunek 37 na str. 45 nie odpowiada założeniom twierdzenia 2 z poprzedniej stronicy, ponadto pomylono na nim funkcję f z funkcją h.

Utrudnieniem w korzystaniu z książki będzie niewątpliwie brak skorowidza.

Proszę wybaczyć recenzentowi wiele drobiazgowych uwag krytycznych, wydaje się jednak, że książki przeznaczone dla młodzieży, zwłaszcza z matematyki, powinny być wydawane z dużą starannością pod względem merytorycznym i graficznym.

Zenon Moszner

Wacław Sierpiński, *O teorii mnogości*, Biblioteczka Nauczyciela Matematyki, t. 5, Państwowe Zakłady Wydawnictw Szkolnych, Warszawa 1964, str. 68.

Nazwa serii, w której ukazała się książka oraz wstępna notka od redakcji wyjaśniają, że mamy do czynienia z książką przeznaczoną dla nauczycieli matematyki. Podtytuł „Wybrane zagadnienia dla szkół średnich", a także parę uwag w tekście sugeruje, że materiał przedstawiony w książce będzie wykorzystany na zajęciach praktycznych z tą częścią młodzieży, która przejawia specjalne zainteresowanie matematyką. Fakt, że książka tego rodzaju była pilnie potrzebna i ma do odegrania dużą rolę w moderniza-

Ministerstwo Nauki i Szkolnictwa Wyższego

cji nauczania matematyki w szkole średniej jest powszechnie znany. Świadczą o tym nie tylko zamieszczone w recenzowanej książce cytaty (str. 45), ale i spis książek, które autor poleca do dalszej, bądź równoległej lektury: są to albo książki od dawna niedostępne na rynku księgarskim, albo obcojęzyczne monografie. Jedynym wyjątkiem jest książka K. Kuratowskiego „Wstęp do teorii mnogości i topologii". Polski czytelnik nie dysponuje obecnie żadną książką wprowadzającą w łatwy i ciekawy sposób w zagadnienia teorii mnogości. Pojawienie się takiej książki właściwie rozwiązywałoby sprawę, bowiem po wyrobieniu sobie podstawowych intuicji czytelnik mógłby (przez lekturę lub zajęcia pozalekcyjne) zapoznawać się stopniowo z pewnymi partiami wspomnianej wyżej książki K. Kuratowskiego oraz bardziej specjalnych monografii. Wydaje mi się jednak, że recenzowana książka nie spełnia wszystkich warunków jakie można by postawić owej książce wprowadzającej. Wynika to przede wszystkim stąd, że przy małej objętości autor zdecydował się na poruszenie dużej liczby tematów, co nadało książce (szczególnie w pierwszej części) charakter informacyjny. Rola, jaką książka ta może odegrać i jaką miała z pewnością odegrać w intencji autora i wydawcy (por. tytuł), będzie polegała przede wszystkim na poinformowaniu, że istnieje dziedzina matematyki, zwana teorią mnogości, i na przybliżonym określeniu przedmiotu jej badań. Nie wątpię, że dostanie się ona również w ręce uczniów, dla których nazwisko znakomitego uczonego posiada wielką siłę przyciągającą. Znajdą oni w tej książce niejedno co pobudzi ich fantazję i ambicję: opowieść o odkryciu przez Suslina błędu w pracy Lebesgue'a i wynikłej stąd teorii zbiorów analitycznych, powtarzające się często nazwiska polskich matematyków, obcojęzyczne tytuły książek i czasopism, prawie współczesność przedstawionych wyników. Znajdą wreszcie sami, albo za pośrednictwem nauczycieli, próbkę prawdziwej matematyki — eleganckie i ścisłe rozumowania (szczególnie w drugiej części). Skupienie uwagi uczniów na teorii mnogości jest rzeczą bardzo ważną i nikt nie jest bardziej od W. Sierpińskiego predestynowany do napisania książki o tym charakterze. Żeby jednak uwaga nie rozproszyła się na nowo, trzeba by dostarczyć nauczycielom i uczniom dalszych książek na pokrewne tematy, bardziej wyczerpujących, zawierających więcej geometrycznych przykładów, bardziej wreszcie systematycznych, jednym słowem dobitniej przekonywających o znaczeniu i uroku teorii mnogości i topologii. Miejmy nadzieję, że PZWS już o tym pomyślały.

Książka składa się z dwóch rozdziałów. Pierwszy z nich nosi tytuł „O zbiorach i ich własnościach". W 32 krótkich punktach omawia się w nim tradycyjny materiał popularnej książki z teorii mnogości: działania na zbiorach, moc zbioru, zbiory przeliczalne i nieprzeliczalne, zbiory uporządkowane i dobrze uporządkowane, pewnik wyboru i hipoteza continuum. Uwzględnione są również niektóre zagadnienia topologii — definicja przestrzeni metrycznej i topologicznej, zbiory otwarte i domknięte, zbiory borelowskie i rzutowe, a także mosty Królewca, wstęga Möbiusa i zagadnienie czterech barw. Objętość książki, przy dość szerokim wachlarzu poruszanych tematów, sprawiła, że autor nie wychodzi na ogół daleko poza definicje. W tej części podano dowody jedynie paru prostych faktów (m. in. wykazano, że suma przeliczalnie wielu zbiorów przeliczalnych jest przeliczalna, oraz że zbiór liczb rzeczywistych nie jest przeliczalny). Pewne zastrzeżenia budzi dobór przykładów, jest ich niewiele i wzięte są głównie z teorii liczb; jeśli uczeń nie znał wcześniej hipotezy Goldbacha, to poznając ją jako ilustrację pojęcia równości zbiorów napotyka na podwójną trudność.

Tytuł drugiego rozdziału brzmi „O przystawaniu zbiorów i ich równoważności przez skończony rozkład". Podano w nim 14 prostych twierdzeń (wraz z dowodami) oraz sformułowano parę innych twierdzeń i kilka nierozwiązanych zagadnień. Elegancja dowodów w połączeniu z niewielkim stopniem abstrakcji, naturalnością i poglądowością problemów z pewnością przyciągnie niejednego czytelnika. Bardziej przedsiębiorczy nauczyciel czy zdolniejszy uczeń będą umieli postawić nowe pytania związane z tematem tego rozdziału, a może i odpowiedzieć na nie. Rozdział ten zdecydowanie gó-

ruje nad nieco chaotycznym rozdziałem pierwszym: nie tylko budzi zainteresowanie, ale i częściowo je zaspokaja.

Opracowanie redakcyjne książki nie jest bez zarzutu. Nie postarano się np. o właściwe zespolenie pierwszej i drugiej części książki. W części drugiej powtarzają się niektóre definicje, twierdzenia i zagadnienia z części pierwszej (relacja zawierania, str. 7 i 48; iloczyn zbiorów, str. 27 i 58; suma zbiorów, str. 14 i 54; twierdzenia i zagadnienia dotyczące równoważności przez skończony rozkład brył oraz figur płaskich, str. 26 i 59). Można to ostatecznie traktować jako powtórzenie czy przypomnienie, nieco gorzej jest, jeśli definicje podane w pierwszej i drugiej części są różne (choć równoważne), jak to ma miejsce w przypadku definicji zbioru ograniczonego (str. 40 i 48). Dalsze usterki tego typu, to włączenie definicji funkcji, obrazu i przeciwobrazu do punktu zatytułowanego „Zasada indukcji matematycznej", stwierdzenie, że dowód warunku trójkąta dla metryki n-wymiarowej przestrzeni euklidesowej nie sprawia trudności, nieprecyzyjne sformułowanie pewnika Ascoliego (terminu odcinek używa się potocznie zarówno w znaczeniu odcinka z końcami jak i bez końców, należało więc zaznaczyć, że idzie o odcinki domknięte). Uwadze korektora również wymknęło się trochę błędów. Jeden jest szczególnie przykry: własność operacji domknięcia opisana wzorem (2) na str. 41, którą autor pozostawia czytelnikowi do sprawdzenia, powinna brzmieć $\overline{(\overline{Z})} = \overline{Z}$, a nie $\overline{(\overline{Z})} = Z$. Brak również zgodności między brzmieniem tytułu serii na okładce i odwrocie karty tytułowej oraz między spisem treści i jej układem (nota „Od Redakcji" włączona do rozdziału pierwszego). A oto zestawienie innych zauważonych błędów

strona, wiersz	jest	ma być
45_{18}	strona	stron
54^{10}	$\cong$	$\simeq$
55	$\overline{\overline{s}}$	$\overline{\overline{s}}$
56^{14}	(6)	(7)
58^{6}	Z_3	Z_2
60_{15}	$p+1-\alpha$	$p_k+1-\alpha$
$60_{19,14}$	$E(k-1)\alpha$	$E[(k-1)\alpha]$
60_{5}	p_{k-1}	p_{k+1}

Ryszard Engelking

Witold A. Pogorzelski, Jerzy Słupecki, *O dowodzie matematycznym*, Biblioteczka Matematyczna, t. 11, Państwowe Zakłady Wydawnictw Szkolnych, Warszawa 1962, str. 128.

Książka składa się z trzech rozdziałów. Rozdział pierwszy ma charakter wstępny, zostają w nim wprowadzone podstawowe pojęcia teorii mnogości, jak pojęcie zbioru i relacji należenia, zawiera ponadto elementy rachunku zdań i kwantyfikatorów. Nie ma on charakteru ścisłego wykładu, jego celem jest raczej ukazanie intuicji tkwiących u podstaw teorii mnogości i logiki formalnej, o czym autorzy na wstępie lojalnie uprzedzają.

Drugi z kolei rozdział poświęcony jest pojęciu dowodu i jego własnościom (m. in. udowodnione jest twierdzenie o finitystyczności i twierdzenie o dedukcji), rozdział trzeci omawia takie pojęcia, jak system, zbiór aksjomatyzowalny, zupełny i niezależny, oraz interpretowalność jednego systemu w drugim. Na zakończenie podany jest dowód niesprzeczności geometrii Łobaczewskiego.