wmptm 1897

Książka jest pisana na ogół jasno, liczne i trafne komentarze nie pozwalają zejść intuicjom czytelnika na manowce. Autorzy nie ustrzegli się jednak szeregu niezbyt fortunnych sformułowań jak np. „... wszystko jest bowiem na ich gruncie (tj. teorii sprzecznych — przyp. mój) twierdzeniem, zarówno wyrażenia prawdziwe jak i fałszywe," (str. 106) lub „wykażemy, że aksjomat A2 jest wyrażeniem prawdziwym" (str. 41), a na str. 93 znajdujemy zdanie sugerujące istnienie twierdzeń „... których żaden człowiek nigdy nie udowodni", które to zdanie może nasunąć (chyba wbrew intencjom autorów) agnostyczne wnioski.

W tekście znajduje się parę błędów drukarskich: na str. $31_{6,3}$, 33^{14}, 47^{7} symbole zbiorów pełnego i pustego są wypisane złą czcionką, poza tym użyto nie zdefiniowanych pojęć podzbioru (str. 10) i kwantyfikatora ograniczonego (str. 36). Inne błędy zostały podane w recenzji zamieszczonej w piśmie Matematyka nr 3 z 1962 roku.

Książka adresowana jest do czytelnika, którego wiadomości nie wykraczają poza zakres szkoły średniej i stanowi wprowadzenie do problematyki metamatematycznej, zapełniając częściowo lukę pomiędzy zupełnie elementarnymi pozycjami z tego zakresu a stosunkowo obszernymi, mającymi charakter podręczników, a nawet monografii.

Janusz Onyszkiewicz

Ministerstwo Nauki i Szkolnictwa Wyższego

Wacław Sierpiński, *Liczby trójkątne*, Biblioteczka Matematyczna, t. 12, Państwowe Zakłady Wydawnictw Szkolnych, Warszawa 1962, str 68, tabl. 1.

Profesor W. Sierpiński kolejną swoją publikację popularnonaukową poświęcił zagadnieniu nieczęsto trafiającemu do podręczników i monografii z elementarnej teorii liczb: liczbom trójkątnym. Zgromadził w tej książeczce sporą porcję wiadomości o liczbach trójkątnych, a także elementarnych w sformułowaniu, lecz mimo to nierozwiązanych problemów dotyczących tych liczb.

Autor definiuje n-tą liczbę trójkątną t_n wzorem

$$t_n = \tfrac{1}{2}n(n+1) = 1+2+\ldots+n \qquad (n \geqslant 1).$$

Podawszy kilka informacji o możliwości łatwego wypisywania rozwinięć dziesiętnych dowolnie wielkich liczb trójkątnych dowodzi pewnych twierdzeń o sumach i różnicach liczb trójkątnych, np. twierdzenia analogicznego do twierdzenia Lagrange'a o rozkładach na sumy czterech kwadratów i twierdzenia mówiącego, że istnieje nieskończenie wiele par liczb trójkątnych, których suma i różnica są liczbami trójkątnymi. Kolejne stronice książki poświęcone są równaniom diofantycznym $mt_x = t_y$, $t_x^k + t_y^k = t_z^k$ $(k = 1, 2, -1)$, a następnie resztom trójkątnym (tzn. resztom z dzielenia liczb trójkątnych przez m). Dalej autor formułuje pewne twierdzenia i hipotezy dotyczące rozkładów liczb trójkątnych i różnych liczb z nimi związanych na czynniki pierwsze. Historia zagadnienia wyznaczenia wszystkich liczb trójkątnych, będących również liczbami Mersenne'a, i informacje o zagadnieniach pokrewnych to temat kolejnego paragrafu. Następnie autor zajmuje się rozmieszczeniem liczb trójkątnych między kwadratami liczb naturalnych i na odwrót, a także rozmieszczeniem liczb pierwszych między liczbami trójkątnymi oraz podaje kwadrat magiczny utworzony z liczb $\frac{1}{2}n(n+1)$, $0 \leqslant n \leqslant 63$. Ostatni paragraf poświęcony jest liczbom tetraedralnym T_n, zdefiniowanym wzorem

$$T_n = t_1 + t_2 + \ldots + t_n.$$

Przy omawianiu powyższych zagadnień autor często odsyła do literatury — zarówno do swojej *Teorii liczb*, jak i do artykułów w czasopismach matematycznych.

Książkę uzupełniają tablice liczb t_n ($1 \leqslant n \leqslant 200$) i T_n ($1 \leqslant n \leqslant 100$) oraz zestawienie ciągów, których wyrazy łatwo jest wypisać w układzie dziesiętnym, złożonych z liczb trójkątnych. Zauważmy, że liczby trójkątne i tetraedralne to liczby $\binom{n+k-1}{k}$ odpowiednio dla $k = 2$ i 3.

Przy czytaniu książki nasunęły mi się następujące uwagi:

Na str. 7 i 9 nazwisko Khatri jest błędnie pisane.

Szkoda, że fałszywe twierdzenie Khatriego, o którym mowa na str. 7-8 i które jest obalone przez podanie kontrprzykładu, nie zostało zacytowane — kontrprzykład jest przez to niezrozumiały dla czytelnika. Chodzi tu o twierdzenie: jeżeli a, b, c, d tworzą postęp arytmetyczny, to t_{ac}, t_{bc}, t_{bd} też tworzą postęp arytmetyczny. Łatwo sprawdzić, że jest ono prawdziwe tylko w przypadku, gdy różnica postępu a, b, c, d jest równa -1, 0 lub 1. Jeżeli różnica ta jest równa 1 lub -1, to twierdzenie wyraża po prostu tożsamość podaną w wierszu 5 od dołu na str. 7.

Szkoda również, że nie jest podane sformułowanie hipotezy Schinzla o liczbach pierwszych, która jest kilkakrotnie wspominana.

W wierszu 5 na str. 32 powinno być: $2x+1$ i y.

W wierszu 11 na str. 56 powinno być: każda liczba tetraedralna.

Na str. 57, gdy mowa o wynikach B. Bienias, brakuje oczywistego rozwiązania $T_3T_6 = T_{14}$.

Do niedociągnięć redakcyjnych zaliczyłbym podawanie odsyłaczy do literatury w tekście i notkach (np. na str. 47 zastosowane są obydwa sposoby).

Pomimo wyżej wymienionych usterek książkę czyta się przyjemnie. Czytelnik interesujący się elementarną teorią liczb, a takich jest w Polsce, w dużym stopniu dzięki dotychczasowym publikacjom prof. Sierpińskiego z tej dziedziny, bardzo wielu, otrzymał książkę, która dostarczy mu materiału do dalszych studiów, czytelnik zaś początkujący zobaczywszy, jak ciekawe i trudne mogą być problemy dotyczące bardzo prostych pojęć matematycznych i poznawszy równocześnie różne metody stosowane w elementarnej teorii liczb oraz jej wyniki, w przyszłości na pewno sięgnie po inne książki matematyczne, zostając miłośnikiem królowej matematyki. Warto tu jeszcze zauważyć, że prawie nie praktykowanym dziś w polskich wydawnictwach matematycznych zwyczajem ta ładnie wydana książka zawiera fotografię autora wraz z facsimile jego podpisu.

Uwagi recenzenta: K. Szymiczek znalazł parę liczb trójkątnych, których suma, różnica i iloczyn są liczbami trójkątnymi (zob. str. 23). Ponadto stwierdził on (*L'équation $uv = w^2$ en nombers triangulaires*, Publ. Inst. Math. (Beograd) 3(1963), 139-141), że istnieje nieskończenie wiele postępów geometrycznych rosnących złożonych z liczb trójkątnych (zob. str. 23); niestety, priorytet ma tu A. Gérardin. Ukazała się już praca D. H. Lehmera *On a problem of Störmer*, Illinois J. Math. 8(1964), 57-79, anonsowana w Amer. Math. Soc. Notices (zob. notkę na str. 46).

Andrzej Mąkowski

A. Włodzimierz Mostowski, *Rozwiązywanie równań algebraicznych*, Biblioteczka Matematyczna, t. 16, Państwowe Zakłady Wydawnictw Szkolnych, Warszawa 1964, str. 176.

Prawie połowa tej książki dotyczy liczb zespolonych, równań kwadratowych i pierwiastków z jedności, potem jeden rozdział zawiera zasadnicze twierdzenie algebry ze szkicem dowodu i dopiero od str. 100 począwszy mówi się naprawdę o rozwiązywaniu równań wyższych stopni.