wmptp 1897 1955

kład P zależy od pewnego (nieznanego) parametru $\omega \in \Omega$, charakteryzującego dane zjawisko (zwykle Ω interpretuje się jako zbiór możliwych „stanów natury").

Na podstawie zaobserwowanej wartości x zmiennej losowej X należy podjąć decyzję $d \in D$ (gdzie D jest zbiorem dopuszczalnych decyzji), w taki sposób, aby ponieść możliwie najmniejszą stratę, gdzie strata wyrażona jest pewną funkcją $L(d, \omega)$, $d \in D$, $\omega \in \Omega$. Jeżeli założyć, że ω jest pewną zmienną losową o rozkładzie π, to rozwiązanie zadania nie przedstawia specjalnych trudności pojęciowych: należy zbudować taką funkcję φ: $R \to D$ (gdzie R jest zbiorem możliwych wartości zmiennej losowej X), aby

$$A(\varphi) = \int_{\Omega} \int_{R} L(\varphi(x), \omega)\ P(dx, \omega)\ \pi(d\omega)$$

osiągało minimum (pomijamy tu oczywiste zastrzeżenie dotyczące mierzalności rozważanych funkcji i istnienia wypisanych całek). W wielu przypadkach praktycznych założenie losowości parametru ω nie wydaje się być uzasadnione (np. gdy obserwacje dotyczą zjawiska przebiegającego tylko raz); powstaje zagadnienie zbudowania kryteriów postępowania, które obejmowałyby takie sytuacje, kiedy ω nie jest zmienną losową. Bayesowski punkt widzenia polega na zakładaniu, że wszystkie rozsądne metody statystyczne otrzymuje się przez przyjęcie, że ω jest zmienną losową, której rozkład daje się zbudować z informacji o tym lub podobnych zjawiskach, z przeszłych doświadczeń, itp. To prawdopodobieństwo w odniesieniu do ω nie musi mieć interpretacji częstościowej; może ono być subiektywną miarą przekonania o jakichś własnościach ω.

Lindley w swojej książce usiłuje bronić poglądu Bayesowskiego i podaje rozwiązanie wielu zagadnień za pomocą tej metody (zresztą w wielu przypadkach efektywne postępowanie decyzyjne jest takie same przy rozwiązaniu metodą Bayesa i przy rozwiązaniu metodami klasycznej „niebayesowskiej" statystyki).

Robert Bartoszyński

Wacław Sierpiński, *Elementary Theory of Numbers*, Monografie Matematyczne, t. 42, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1964 r., str. 480.

Książka jest pomyślana jako wstęp do elementarnej teorii liczb, który równocześnie informowałby o głównych kierunkach, metodach i wynikach badań w tej dziedzinie, aż do chwili obecnej. Wobec braku odpowiedniego opracowania w literaturze światowej i szybkiego rozwoju elementarnej teorii liczb, książka wyraźnie odpowiada obecnym zapotrzebowaniom.

Problemy z teorii liczb zjawiają się coraz częściej na drodze badań zarówno matematyków pracujących w różnych dziedzinach nauki, jak i fizyków, ekonomistów i innych twórców nauki i techniki. Zagadnienia praktyki numerycznej, budowy maszyn matematycznych, zagadnienia programowania wiążą się coraz bardziej z tą dziedziną. Dla zainteresowanych książka może być źródłem podstawowych informacji. Poza tym może ona stanowić pomoc i zachętę dla młodych ludzi, którzy wkraczają na drogę pracy naukowej.

Treść książki oparta jest na poprzednich dziełach autora: *Teoria liczb*, wydanie III, rok 1950, którą w dalszym ciągu będziemy nazywać częścią I, oraz na *Teorii liczb*, część II. Warszawa 1959. Do omawianej książki weszły podstawowe tematy z części I i II z opuszczeniem rozdziałów XVII, XVIII i XIX, jednak treść została wzbogacona o wynik badań ostatnich lat, a konstrukcja kursu w wielu miejscach ulepszona.

Ministerstwo Nauki i Szkolnictwa Wyższego

W rozdziale I o podzielności i równaniach nieoznaczonych pierwszego stopnia dodano informacje o liczbach Fermata, twierdzenie chińskie o resztach i twierdzenie Pillaia o kolejnych liczbach naturalnych parami względnie pierwszych.

Uwagę o łatwym rozwiązywaniu równania nieoznaczonego o n niewiadomych można by rozszerzyć na przypadek, gdy równanie ma dwa współczynniki względem siebie pierwsze.

W rozdziale II o równaniach diofantycznych drugiego i wyższych stopni, dodano informacje o zagadnieniu prostopadłościanu wymiernego. Problematykę, wyniki i bibliografię, doprowadzono jak niemal wszędzie, aż do roku 1964.

Głównym narzędziem dla rozwiązywania równań nieoznaczonych stopnia drugiego o dwóch niewiadomych jest równanie Pella. Przy zmianie porządku można by z tego skorzystać już w § 4.

Treść rozdziału III o liczbach pierwszych, opartą na rozdziałach VII części I i II uzupełniono informacjami o pracach pokrewnych. Przed hipotezą H podano hipotezę Buniakowskiego i w dalszym ciągu inne hipotezy dotyczące liczb pierwszych. Podano także pewne oszacowania elementarne ilości liczb pierwszych i informacje o oszacowaniach analitycznych. Wśród nowych wyników znajdujemy także wynik autora o cyfrach rozwinięcia liczb pierwszych.

Na str. 123^2 wzmianka o hipotezie H bez bliższych wyjaśnień.

Rozdział IV o liczbie dzielników i ich sumie powstał w wyniku przerobienia i unowocześnienia rozdziału V części I. Funkcje Möbiusa i Liouville'a łączą się w sposób naturalny z treścią rozdziału. Do rozdziału V o kongruencjach włączono twierdzenia Wilsona i Fermata. Dodano tutaj informację o „numeri idonei" oraz paragraf o liczbach pseudopierwszych. Wśród zadań znajduje się interesujące twierdzenie autora dotyczące liczb rozkładalnych w jeden tylko sposób na sumę dwóch kwadratów liczb naturalnych względnie pierwszych.

Rozdział VI o funkcji Eulera (Gaussa) i twierdzenie Eulera zawiera materiał klasyczny z części I i II wraz z teorią pierwiastków pierwotnych i indeksów, wzbogacony o twierdzenia związane z dzielnikami pierwotnymi, w szczególności o elementarny dowód twierdzenia o istnieniu liczb pierwszych w każdym postępie arytmetycznym $nk+1$.

Do rozdziału VII o rozwinięciach systematycznych liczb naturalnych i wymiernych dołączono paragraf o podstawie ujemnej oraz paragraf o liczbach absolutnie normalnych i o rozwinięciach przy zmiennej podstawie, które w znacznej części pochodzą od autora.

Krótkie i przejrzyste ujęcie rozwinięcia liczb wymiernych można by chyba uzupełnić wnioskiem o liczbie cyfr przed okresem i w okresie.

Rozdział VIII poświęcono ułamkom łańcuchowym głównie arytmetycznym. Podano tutaj szereg wzorów parametrycznych z książki M. Kraïtchika. Nasuwałaby się wzmianka o wynikach A. Schinzla.

Teorii symboli Legendre'a i Jacobiego poświęcono rozdział IX, o treści w zasadzie zgodnej z treścią rozdziału XIV części I z pominięciem paragrafu o postępach arytmetycznych.

Zagadnienia dotyczące liczb Mersenne'a i Fermata były w ostatnich latach przedmiotem wielu prac matematyków polskich. Metody poszukiwania dzielników tych liczb omawia rozdział X, który odpowiada §§ 13 i 14 części II.

Rozkłady liczb naturalnych na sumy naturalnych potęg stanowią treść rozdziału XI. Podano tutaj między innymi interesujący dowód elementarny J. Browkina nierozwiązalności równania $x^3+y^3=z^3$, oraz nowsze oszacowania dla twierdzenia Waringa. Poza tym treść rozdziału jest w zasadzie zgodna z treścią rozdziału IX części II.

Rozdział XII o pewnych problemach addytywnej teorii liczb jest rozszerzeniem rozdziału VIII części II o „partitio numerorum" i § 5 dotyczący liczb postaci 2^k+p oraz $n\cdot 2^k+1$.

Rozdział XIII jest poświęcony liczbom całkowitym Gaussa i jest w zasadzie zgodny z rozdziałem XVI części I. Rozdział ten daje pewne wiadomości z algebraicznej teorii liczb, a równocześnie nasuwa potrzebę i pożytek ujęcia abstrakcyjnego teorii podzielności.

Na osobne podkreślenie zasługuje bogata wyczerpująca bibliografia omawianych zagadnień, obejmująca ponad 900 pozycji.

Nasuwa się w końcu optymistyczna obserwacja, że w toku rozwoju teorii liczb ujawnia się coraz więcej związków między zagadnieniami i metodami tej teorii i można przypuszczać, że zbliżamy się do jakiejś wielkiej, harmonijnej i organicznej całości.

W tak wielkim dziele znajdują się oczywiści i usterki. Listę usterek zauważonych przez recenzenta i jego współpracowników podaje następujące zestawienie.

1. str. 11, tw. o n.w.d. liczb $f(x)$ dla $x = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots$ gdzie $f(x)$ jest wielomianem udowodnił K. Hensel w 1896 r. (Dickson, *History*, vol. I, str. 334).

2. str. 202, pierwszy dowód małego twierdzenia Fermata nie należy do Ivory'ego 1806 r., lecz podobno do Eulera 1736 r. (Dickson, *History*, vol. I, str. 60-65).

3. str. 203, tw. przypisywane T. Szele (1948 r.) udowodnił S. Kantor w 1880 r. (Dickson, *History*, vol I, str. 84-85). W części II (str. 179-180) dowodzi się zarówno tego twierdzenia, jak i ogólniejszego twierdzenia Gegenbauera.

4. Ex. 2 na str. 190 jest identyczne z lematem na str. 413. Na str. 190 ma być 3), 3), 5), 4), 3), 3), 4), 6) zamiast 3), 3), 5), 3), 4), 3), 4), 6).

5. Odsyłacz ([1]) na str. 134 zawiera błędy drukarskie. Powinno być: ([1]) In fact for real numbers x we have $2[x] \leqslant 2x$, $[2x] > 2x-1$, whence $[2x]-2[x] > -1$, and consequently, ..., we have $[2x]-2[x] \geqslant 0$.

6. Inne drobne błędy drukarskie:

strona, wiersz	jest	ma być
17^{8}	and	an
55^{8}	Ferma	Fermat
134_{5}	$\binom{2}{n}$	$\binom{2n}{n}$
149 formula 28	$3\log^2[n/2]$	$3\log 2\,[n/2]$
152_{15}	$\sum_{k=2}^{\infty} \frac{1}{p_k}$	$\sum_{k=2}^{n} \frac{1}{p_k}$
153 odsyłacz, 154^{19}	Leveque	Le Veque
173_{19}	Wersenne	Mersenne
193^{14}	congruence $f(x)$ is	congruence $f(x) \equiv 0 \pmod m$ is
251_{14}	thet heorem	the theorem
347^{12}	2	4

Antoni Wakulicz

Stefan Drobot, *Real numbers*, Prentice-Hall, Inc. Englewood Cliffs, New Jersey, 1964, str. 102.

Książeczka zawiera cykl wykładów dotyczących liczb rzeczywistych. Wykłady zawierają podstawowe wiadomości o liczbach rzeczywistych: I. Ich odkrycie i podstawowe własności oraz aksjomatyczne ujęcie; II. Przedstawienia w postaci rozwinięć po-