tytułowi, jako że niektóre zadania są numerowane przy użyciu indeksów, np. zadanie 122^c) zgrupowanych zgodnie z tematyką w sześciu częściach:

I. Podzielność liczb,
II. Liczby względnie pierwsze,
III. Postępy arytmetyczne,
IV. Liczby pierwsze i liczby złożone,
V. Równania diofantyczne,
VI. Różne.

Dobór zadań jest bardzo interesujący — wiele z nich wiąże się z pracami profesora Sierpińskiego i jego uczniów. Są w zbiorze zadania bardzo łatwe, ale nie brak i trudnych — niektóre z nich były nawet tematami prac naukowych, jak np. zadanie 108, w którym chodzi o pokazanie, że istnieje nieskończenie wiele liczb naturalnych k, takich że liczby $k2^n+1$ są złożone przy każdym n naturalnym, czy zadanie 109, które zostało po raz pierwszy rozwiązane przez P. Erdösa.

Rozwiązania zadań zajmują sporo miejsca — są one przeprowadzone bardzo dokładnie, a przy tym obfitują w komentarze dotyczące możliwych uogólnień oraz nierozstrzygniętych problemów związanych z danym zadaniem.

W związku z uwagą do zadania 148^a warto dodać, że ostatnio R. L. Graham udowodnił, że każda liczba wymierna w leżąca w jednym z przedziałów $(0, \frac{1}{6}\pi^2-1)$, $(1, \frac{1}{6}\pi^2)$ da się przedstawić jako suma odwrotności kwadratów różnych liczb naturalnych, a inne liczby wymierne tak się przedstawić nie dadzą. (Proceedings of the London Math. Soc. 19(1964), str. 193-207). Do zadania 175 warto dodać, że ostatnio udowodniono (Oswald Wyler, American Math. Monthly 71(1964), str. 220-222, a także J. H. E. Cohn), że tylko wyrazy u_1, u_2 i u_{12} ciągu Fibonacciego są kwadratami. Wreszcie dodam, że R. Bowen (American Math. Monthly 71(1964), str. 175-176) udowodnił, że dla każdego naturalnego a istnieje nieskończenie wiele naturalnych k, takich że dla wszystkich naturalnych n liczby ka^n+1 są złożone, co wiąże się z zacytowanym wyżej zadaniem 108.

Książka została wydana przez PZWS w serii „Biblioteczka matematyczna PZWS i czasopisma »Matematyka«, ale to wcale nie znaczy, że jest adresowana wyłącznie do nauczycieli. Każdy miłośnik teorii liczb odniesie dużą korzyść z przestudiowania niniejszego zbioru. Może on z powodzeniem być użyty jako materiał do pracy kółka matematycznego w szkole średniej, a także studenckich kół naukowych.

Usterek nie spostrzegłem — tyle może, że w rozwiązaniu zadania 16^a korzysta się z twierdzenia udowodnionego w uwadze do rozwiązania zadania 16^e, a zatem to ostatnie zadanie powinno być umieszczone przed zadaniem 16^a. Odnotuję wreszcie parę omyłek drukarskich: na stronie 65_{12} zamiast 1858 powinno być 1958, na stronie 76_9 zamiast 2^{26n+2} powinno być $2^{2^{6n+2}}$ (na tej stronie druk potęg piętrowych jest bardzo kiepski — różnice między piętrami są minimalne), wreszcie na stronie 137^{15} i w skorowidzu nazwisk zamiast Segö powinno być oczywiście Szegö.

Władysław Narkiewicz

Gabor Szász, *Introduction to lattice theory*. Third revised and enlarged edition, Akadémiai Kiadó, Budapest 1963, str. 229.

Teoria struktur — jak pisze autor we wstępie — znalazła interesujące zastosowania w różnych działach matematyki i fizyki teoretycznej, np. w logice matematycznej, geometrii rzutowej i afinicznej, w teorii miary, w topologii, w mechanice kwantowej i falowej, w teorii względności. Przykłady niektórych zastosowań autor przedstawia w odpowiednich rozdziałach książki.

Ministerstwo Nauki i Szkolnictwa Wyższego

Podstawową monografią tej teorii jest *Lattice theory* G. Birkhoffa wydana po raz pierwszy kilkanaście lat temu. Szybki rozwój teorii struktur w ostatnich czasach stworzył potrzebę nowego monograficznego opracowania. *Introduction...* jest moim zdaniem, mimo skromnego tytułu, doskonałym uzupełnieniem dzieła Birkhoffa: zawiera bardzo dużą — starannie dobraną — część obecnego dorobku matematyki w tej dziedzinie. Warto w tym miejscu zauważyć, że większość spośród 232 cytowanych publikacji ma późniejszą datę niż pierwsze wydanie dzieła Birkhoffa.

Słowo „Introduction" znalazło się w tytule chyba tylko dlatego, że książka — szczególnie jej pierwsze rozdziały — jest pisana z wyraźnie widoczną dbałością o to, aby była rozumiana również przez początkujących i studentów. Temu celowi służą bardzo dobrze — poza jasnym precyzyjnym tekstem — liczne diagramy, przykłady i ćwiczenia: każdy rozdział kończy się serią 20-30 zadań o różnym stopniu trudności, wskazówki do trudniejszych autor umieścił na końcu książki.

Rozdział I poświęcony jest wprowadzeniu takich pojęć, jak zbiór częściowo uporządkowany, diagram, łańcuch, element minimalny, element maksymalny, zbiór ograniczony, kres górny, kres dolny.

W rozdziale II czytelnik znajdzie ogólną koncepcję algebry (abstrakcyjnej) i homomorfizmu, układ aksjomatów struktury, dowód niezależności tych aksjomatów; definicje i niektóre własności semistruktury, podstruktury, uzupełnienia, relatywnego uzupełnienia, pseudouzupełnienia oraz zasadę dualności.

Rozdział III poświęcony jest strukturom z działaniami nieskończonymi. W rozdziale tym dowodzi się np., że struktura podalgebr danej algebry jest zupełna (ze względu na relację inkluzji), że struktura elementów domkniętych (ze względu na ustaloną relację domknięcia) danej struktury zupełnej jest jej podstrukturą zupełną. Wprowadzenie pojęcia zbioru skierowanego pozwala autorowi w naturalny sposób określić topologię w danej strukturze zupełnej: w wyniku otrzymuje przestrzeń topologiczną T_1.

Rozdział IV rozpoczyna się układem aksjomatów struktury dystrybutywnej i jej elementarnymi własnościami. Następnie autor uogólnia pojęcie dystrybutywności na przypadek działań nieskończonych i wykazuje, że każda zupełna struktura zbiorów jest „zupełnie" (completely) dystrybutywna. Naturalnym uogólnieniem struktury dystrybutywnej jest struktura modularna. Strukturom tym poświęcona jest druga część rozdziału IV i cały rozdział V.

Szczególnie dużo miejsca zajmuje dyskusja struktur modularnych o lokalnie skończonej długości, struktur metrycznych i quasi-metrycznych. Autor wykazuje np., że z każdej struktury metrycznej (quasi-metrycznej) można zbudować przestrzeń metryczną (quasi-metryczną). Rozdział kończą zastosowania struktur modularnych do teorii przestrzeni rzutowych.

Rozdział VI zawiera elementarne wiadomości o algebrach Boole'a. Autor ograniczył zakres tego rozdziału do kilku zaledwie twierdzeń: prawa de Morgana, twierdzenia o nieskończonej dystrybutywności algebr zupełnych, o „zupełnej" (complete) dystrybutywności algebr zupełnych atomowych, o relacji między algebrami i pierścieniami Boole'a, o algebrze relacji i o algebrze zdań. Rozdział kończy twierdzenie Carathéodory'ego o tym, że zbiór elementów mierzalnych danej algebry Boole'a jest jej podalgebrą.

W rozdziale VII autor rozważa struktury Birkhoffa i, ogólniej, struktury semimodularne, i ich zastosowania. Pokazuje np., że zbiór relacji równoważności definiowalnych w danej strukturze, częściowo uporządkowany za pomocą relacji implikacji, jest strukturą zupełną semimodularną. Ponadto czytelnik znajdzie w tym rozdziale definicję i kilka własności zależności i niezależności liniowej elementów struktury semimodularnej.

Rozdział VIII zawiera elementarne wiadomości o ideałach, własności struktury utworzonej ze wszystkich ideałów struktury danej, podstawowe twierdzenie o rozdzielaniu różnych elementów struktury dystrybutywnej przez ideały pierwsze i twierdzenie Birkhoffa o reprezentacji struktur dystrybutywnych.

Rozdział IX poświęcony jest strukturom kongruencji określonych na danej algebrze (na danej strukturze) oraz związkom między ideałami i relacjami kongruencji w szczególnym przypadku struktury dystrybutywnej.

W rozdziale X autor przedstawia kilka twierdzeń o sumach prostych algebr i struktur oraz własności podstruktury elementów neutralnych i podstruktury elementów centralnych struktury danej. Z tych ostatnich własności wynika łatwo, że podstruktura elementów centralnych struktury mającej kres dolny i kres górny jest algebrą Boole'a. Szkoda, że autor tego nie zauważył.

Powyższy przegląd nie jest oczywiście kompletny, odpowiada jednak — jak sądzę — na pytanie, jakich treści może się w tej książce spodziewać przyszły czytelnik.

Recenzję muszę niestety zakończyć krytyką błędów redakcyjnych. „Trzecie poprawione i rozszerzone wydanie" *Introduction*... nie jest od nich wolne. Oto lista ważniejszych spośród zauważonych:

1) str. 13-14: autor definiuje: *piszemy* $x_1 \Phi x_2$, *jeśli prawdą jest że* $\Phi(x_1, x_2)$, a zaraz na następnej stronie pisze: „*if* $x_1 \Phi x_2$ *holds*". Słowo „holds" jest zbędne.

2) str. 21_9: definicja długości zbioru częściowo uporządkowanego niepoprawna,

3) str. 31^8: autor pisze: „by a subalgebra ... we mean all non-empty subsets..."

4) str. $44_{1,2}$: jest „sublattice" powinno być „semilattice",

5) str. 45^{18}: jest $m \cap x = x$ powinno być $m \cap x = m$,

6) str. 66^{16}: jest $a\epsilon$ powinno być $a \leqslant$,

7) str. 93^{15}: jest H powinno być $\langle H \rangle$,

8) str. 125^{16}: jest [178] powinno być [180],

9) str. 194^{15}: wzór niezrozumiały na skutek usterek zecerskich,

10) str. 217: publikacja [38] nie ma daty wydania,

11) str. 228: definicji pojęcia „ring of sets" nie ma na stronie 83, jak sugeruje indeks.

Usterki tego rodzaju utrudniają nieco czytanie, nie przesłaniają jednak istotnych wartości książki, o których pisałem na początku recenzji.

Tadeusz Traczyk

Władysław Ślebodziński, *Formes extérieures et leurs applications*, vol. II, Monografie Matematyczne tom 40, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1963, str. 271.

Omawiana książka jest drugim tomem monografii poświęconej teorii i zastosowaniom form zewnętrznych. Tom pierwszy, do którego autor często się odwołuje, zawiera algebrę form zewnętrznych. Omawiany tom drugi poświęcony jest formom różniczkowym i ich zastosowaniu w teorii grup Liego, koneksji i niezmienników całkowych. Materiał ten wyłożony jest w siedmiu rozdziałach.

Rozważania dwóch pierwszych rozdziałów prowadzone są lokalnie w przestrzeni R^n. W rozdziale I, po definicji formy różniczkowej, omówione są działania algebraiczne i różniczkowe na formach oraz ich własności (m. in. twierdzenie Poinca-