wmptm 1897

Rozdział I książki różni się charakterem od pozostałych, jest bardziej zwięzły i skondensowany, w myśl wyrażonej w przedmowie intencji autora jest wstępem do książki i zawiera tematykę znaną skądinąd czytelnikowi obznajomionemu z matematyką, w szczególności studentowi lat wyższych studiów matematycznych. Omawia w sposób ogólny pojęcie dziedziny matematycznej i wymienia najpospolitsze dziedziny, jak dziedzinę teorii mnogości i poszczególne dziedziny liczbowe, a także pewne związki między dziedzinami. Wbrew pozorom temat okazał się niezbyt łatwy do propedeutycznego wykładu. Niektóre wyjaśnienia mają wartość wątpliwą. Na str. 11 czytamy: „Relacją jest każdy związek między dwoma przedmiotami. Powiedzenie to staje się jasne, gdy odwołamy się do przykładów". W istocie tylko przykłady objaśniają sposób użycia terminu „relacja", który w toku wykładu można było przyjąć za znany czytelnikowi w nie mniejszym stopniu, niż dość tajemniczy „związek między dwoma przedmiotami". W przedmowie autor zaleca niematematykowi czytającemu książkę, by rozpoczął lekturę od rozdziału II, który nie zawiera istotnych powołań na treść rozdziału I. To samo mogę zalecić matematykowi!

Ministerstwo Nauki i Szkolnictwa Wyższego

Rozdział II zawiera szczegółowy wykład rachunku zdań i węższego rachunku predykatów wraz z funkcjami. Ten ostatni autor nazywa klasycznym rachunkiem logicznym. Dobrze znany materiał stanowiący podstawę każdego wykładu logiki matematycznej jest ujęty w sposób jasny i dość zwięzły. Omówione są też zastosowania rachunku logicznego do pewnych teorii aksjomatycznych. Rozdział III jest poświęcony teorii modeli. Omówione są pojęcia podstawowe, jak spełnianie, niesprzeczność, zupełność, podany też jest przykład niestandardowego modelu arytmetyki elementarnej liczb naturalnych. Rozdział IV nosi tytuł: logiczna klasyfikacja pojęć. Przez swą ogólnikowość tytuł ten nie oddaje dokładnie ciekawej treści rozdziału. Znajdujemy tu najważniejsze dane o funkcjach rekurencyjnych, o nierozstrzygalności i niezupełności arytmetyki. Końcowe rozważania poświęcone są klasyfikacjom relacji pochodzącym od Kleene'ego i Mostowskiego: hierarchii arytmetycznej i hierarchii analitycznej.

Krótki dodatek zawiera uwagi historyczne. Autor podkreśla, że rachunek kwantyfikatorów nie powstał na drodze rozbudowy logiki starożytnych, lecz wywodzi się z nowożytnych rozważań matematycznych, stanowiących trzon analizy matematycznej i innych nowożytnych teorii. Stąd powołanie się na Principia Newtona! Cenne jest podkreślenie roli często pomijanego Bolzano i przypomnienie o doniosłym dla rozwoju logiki znaczeniu metod stosowanych przez niego, przez Cauchy'ego i Weierstrassa do analizy matematycznej. To ścisłe powiązanie rozwoju logiki matematycznej i matematyki najbardziej klasycznej jest jednym więcej uzasadnieniem dla wyrażonego przez autora poglądu, iż logikę formalną należy zaliczać do nauk matematycznych. W rezultacie podręcznik prof. Grzegorczyka jest cenną pozycją w naszej literaturze naukowej.

Stanisław Jaśkowski

Witold Janowski, *Matematyka* (*Podręcznik dla wydziałów elektrycznych i mechanicznych politechnik*), Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1962, tom I, str. 556, tom II, str. 368.

Wobec dużego zapotrzebowania na podręczniki matematyki przeznaczone dla studentów politechnik ukazało się u nas w ostatnich latach kilka tego rodzaju podręczników przeznaczonych dla różnych wydziałów.

Jedną z tych pozycji jest recenzowana książka, oparta — jak to słusznie podano

na jej obwolucie — na wieloletnim doświadczeniu dydaktycznym autora i napisana — jak to wynika z przystępności jej wykładu — z myślą o wszystkich studentach. Dużą zaletą podręcznika, a szczególnie jego tomu I jest zwięzłość i jasność wyłożonego materiału oraz podanie wielu przykładów dokładnie i całkowicie rozwiązanych z uwzględnieniem metod numerycznych i oszacowaniem błędów rozwiązań przybliżonych. Również i w tomie II znajduje się spora ilość starannie rozwiązanych przykładów, a wykład zawartego w nim materiału — mimo zwięzłości jego ujęcia — jest na ogół również przystępny. Jednak czytelnik — student, dla którego jest ten podręcznik zasadniczo przeznaczony, może miejscami trafiać na trudności, szczególnie w przypadku niektórych zagadnień z zakresu równań różniczkowych cząstkowych, ponieważ konieczność zwięzłego ujęcia tej patrii materiału nie mogła wpłynąć dodatnio na zachowanie całkowitej jasności wykładu.

Podręcznik ten może służyć z powodzeniem studentom prawie wszystkich wydziałów politechnik z wyjątkiem studentów wydziałów architektury. Nawet sam dobór przykładów nie jest za bardzo wyspecjalizowany w kierunku zastosowań przeznaczonych wyłącznie dla wydziałów elektrycznych i mechanicznych.

Układ materiału zawartego w książce jest zupełnie dobry. Już niemal do tradycji przeszło podawanie we wstępie podręczników politechnicznych wiadomości dotyczących liczb rzeczywistych. Autor tego podręcznika w krótkim wstępie na powyższy temat przez zwięzłe przypomnienie podstawowych pojęć z zakresu liczb rzeczywistych jakby zaznacza tylko, i słusznie, że wiadomości z tego zakresu student powinien mieć już opanowane oraz podaje krótko uzupełnienia w postaci twierdzeń związanych z wartością bezwzględną liczby i określa zmienną rzeczywistą.

Podręcznik składa się z 38 rozdziałów zawartych w sześciu częściach.

Tom I zawiera 20 rozdziałów i jest podzielony na trzy części.

W pierwszej części obejmującej podstawowe wiadomości z zakresu macierzy, wyznaczników i równań liniowych, dowody trudniejsze względnie dłuższe są podane tylko dla pewnych przypadków lub pominięte, ale odpowiednie twierdzenia są za to poparte dobrze dobranymi przykładami. Natomiast podane dowody odznaczają się zarówno zwięzłością, jak i jasnością, co łatwo można zauważyć na przykładzie twierdzeń dotyczących własności wyznaczników.

Część druga zawiera geometrię analityczną na płaszczyźnie i w przestrzeni. Po przystępnym ujęciu zagadnień związanych z wektorami i przekształceniami wyprowadza autor w tej części w oparciu o rachunek wektorowy równania linii prostych i płaszczyzn. Równania krzywych stożkowych określa się wychodząc z ogólnego równania stopnia drugiego przez nałożenie odpowiednich warunków na stałe w nich występujące. Własności elipsy i hiperboli wyprowadza się częściowo w oparciu o powinowactwo elipsy z okręgiem, a hiperboli z hiperbolą równoramienną. Ogólna dyskusja równania stopnia drugiego z dwiema niewiadomymi jest przeprowadzona bez pełnego uzasadnienia roli wyznaczników Δ i δ.

Część trzecia zawiera zagadnienia związane z pojęciem funkcji jednej i wielu zmiennych, granicami i ciągłością funkcji oraz podaje cały rachunek różniczkowy i całkowy wraz z zastosowaniami. Pojęcie granicy funkcji jest tu oparte o definicję Cauchy'ego, co pozwala na umieszczenie w rozdziale XIII krótkiego paragrafu o ciągach razem z szeregami. Liczbę e określa się (str. 234) „jako zasadę takiej funkcji wykładniczej, której wykres przecina oś rzędnych pod kątem $\frac{1}{4}\pi$", a dalej po stwierdzeniu, iż „na podstawie definicji liczby e mamy, że pochodna funkcji $f(x) = e^x$ w punkcie $x_0 = 0$ jest równa 1" otrzymuje się już w sposób normalny wzór na pochodną funkcji e^x. Rozdział XIII o ciągach i szeregach poprzedza rachunek całkowy, w którym określenia całek oznaczonych są oparte na pojęciu granicy ciągu, co jest bardzo przydatne bezpośrednio w zastosowaniach. Niektóre twierdzenia w tej części są podane bez

dowodów. Dotyczy to na przykład twierdzeń o funkcjach uwikłanych, które nie mogą być zbyt oczywiste dla czytelnika. W związku z tym wydaje się rzeczą konieczną umieszczanie również w podręcznikach politechnicznych odsyłaczy do odpowiedniej literatury uzupełniającej i podawanie na końcu spisu literatury pomocniczej. A brak tego odczuwa się w recenzowanym podręczniku, a już szczególnie w jego drugim tomie. Pod koniec tej części znajduje się rozdział XX poświęcony metodom numerycznym z wielu starannie przeliczonymi przykładami.

Tom II zawiera 18 rozdziałów dzielących się na pozostałe trzy części podręcznika.

Część czwarta obejmuje równania różniczkowe zwyczajne pierwszego i wyższych rzędów wraz ze wstępnymi wiadomościami z zakresu układów równań różniczkowych oraz równania różniczkowe cząstkowe rzędu pierwszego i drugiego. Najwięcej miejsca poświęca się tu równaniom różniczkowym liniowym zwyczajnym i cząstkowym. Z równań cząstkowych rzędu drugiego szczególnie obszernie omawia się równania: falowe, Laplace'a i przewodnictwa.

Również ta część podręcznika jest bardzo starannie opracowana i zawiera odpowiednio wystarczającą ilość przykładów w większości dokładnie rozwiązanych. Jednak trafiają się w tej części określenia dosyć dowolnie przyjęte i można zauważyć trochę formalnego podejścia w wyprowadzaniu wzorów na całki niektórych równań różniczkowych. Za przykład takiego określenia może służyć wprowadzenie (wprawdzie krótko ujętego, ale niezgadzającego się z ogólnie przyjętym) pojęcia całki osobliwej (na str. 6) jako całki nie podpadającej pod ogólne wyrażenie, które przedstawia całkę ogólną równania różniczkowego. Przykłady częściowo formalnego, choć krótkiego, wyprowadzenia wzorów na całki ogólne można znaleźć na przykład na str. 8 i 11 w przypadku równań o zmiennych rozdzielonych. Umieszczony na str. 132 dowód twierdzenia 3 dotyczący całki ogólnej równania cząstkowego liniowego rzędu pierwszego ze względu na zwięzłość ujęcia nie może być pozostawiony bez odsyłacza do odpowiedniej literatury, gdzie można znaleźć dowód podany z niewielkimi skrótami. Natomiast sposób otrzymania powierzchni całkowej (str. 132) przechodzącej przez z góry zadaną linię L jest po prostu schematem jej tworzenia. Zbyt zwięzłe przedstawianie zagadnień matematycznych może sprowadzać się w końcu do podania za dużej ilości samych wyników bez ich uzasadnienia, czego, o ile to tylko jest możliwe, należałoby unikać. A gdy już nie można postąpić inaczej — jak np. na str. 209 dla równania przewodnictwa z trzema i czterema zmiennymi, to dobrze byłoby wskazać czytelnikowi najprzystępniejszą literaturę, w której znajdzie obszerniejsze wiadomości z danego zakresu. Ta i inne usterki są łatwe do usunięcia z podręcznika i nie umniejszają jego wartości.

W części piątej są zawarte wiadomości dotyczące liczb zespolonych funkcji analitycznych i odwzorowań konforemnych. Wykład tej części jest też zwięzły, lecz jasny i przystępny, a poszczególne części materiału są poparte odpowiednimi przykładami. W szczególności należy zwrócić uwagę na staranne dobranie i dokładne opracowanie przykładów dotyczących zastosowań residuów funkcji.

Część szósta podaje wiadomości wstępne z zakresu teorii pola wektorowego, rachunku operatorów i rachunku prawdopodobieństwa. W odróżnieniu od innych części materiału w rozdziale XXXVI, dotyczącym pola wektorowego, odczuwa się brak przykładów liczbowych, które pewno przez przeoczenie nie zostały zamieszczone. Rachunek operatorowy jest tu oparty na rachunku operatorowym Mikusińskiego. Rozwiązywanie równań różniczkowych metodą operatorową jest poparte licznymi przykładami całkowicie rozwiązanymi. Szkoda, że nie został w tym rozdziale dodany chociażby krótki paragraf poświęcony również innemu — chociaż mniej ogólnemu — podejściu do rachunku operatorów, a mianowicie opartemu na trans-

formacji Laplace'a, ze względu na to, że elektrycy chętnie i często posługują się przekształceniem Laplace'a i jego zastosowaniami. Wiadomości zawarte w ostatnim rozdziale (XXXVIII), a dotyczące rachunku prawdopodobieństwa są w zupełności wystarczające i poparte dużą ilością przystępnych przykładów.

Wacław Pawelski

Rózsa Péter, *Gra z nieskończonością*, Biblioteka Problemów, t. 59, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1962, str. 346.

Recenzować tę książeczkę przyjemnie, bo jest całkiem szczególna. Od czytelnika nie wymaga się nawet znajomości działań na ułamkach, ale za to po przeczytaniu tych 340 stroniczek ma czytelnik wiedzieć, co to jest dowód indukcyjny, co to są kombinacje i trójkąt Pascala, co to są liczby pierwsze i Primzahlsatz, jakie było odkrycie Abela w algebrze, co to jest moc zbioru i że liczb rzeczywistych jest mnogość nieprzeliczalna, co to jest metoda geometrii analitycznej i co analiza harmoniczna, co to geometria rzutowa i płaszczyzna zespolona, jakie jest podstawowe twierdzenie algebry, co to pochodna, a co całka, oznaczona i nieoznaczona, i jaki między nimi związek, co to szereg potęgowy w dziedzinie zespolonej, co znaczą liczby przestępne i dlaczego niewykonalna jest kwadratura koła, co to jest geometria nieeuklidesowa, co to jest antynomia, w szczególności Russela, a co niesprzeczność, czym się zajmuje metamatematyka, co to jest formalizm Hilberta i intuicjonizm Brouwera, co udowodnił Gödel o hipotezie continuum, a co i jak (a jakże!) o nierozstrzygalności teorii matematycznych, co zawdzięcza się Gentzenowi w kwestii niesprzeczności arytmetyki..., a także o niektórych innych rzeczach.

Jaką populację czytelników autorka miała na uwadze? Na to sama odpowiada w przedmowie: niniejsza książka jest przeznaczona przede wszystkim dla nie zajmujących się specjalnie matematyką intelektualistów, dla pisarzy, artystów i humanistów. To widać oni nie umieją dodawać ułamków, ale mają umysł na tyle ciekawy i chłonny, by chcieć i umieć ogarnąć ogromne dziedziny, przez które, a raczej nad którymi przewozi ich autorka samolotem dając lunetę do ręki. Dawniej byli ludzie, czytający utwory literackie w czterech językach, a nie znający matematyki w zakresie szkoły podstawowej. Dzisiejsi humaniści znają arytmetykę; myślę, że pani Péter stosuje do nich metodę pana Jowialskiego: znacie, to posłuchajcie. Ale wobec tego książka może liczyć na szersze grono odbiorców. Powrócę jeszcze do tej sprawy, a na razie skonstatujmy, że mimo wszystko zakłada się u czytelnika dysproporcję wykształcenia. — „Ach, jeśli ty Goethego znasz w oryginale..." — mówi Gustaw do Księdza. Ksiądz nie czytał, 90% średnio wykształconych Polaków lub Węgrów także nie, a i w przekładzie mało kto. Tymczasem jeden z rozdziałów książki ma tytuł „Uczeń czarnoksiężnika". Mowa w nim o żywiołowym narastaniu pojęć i zagadnień matematycznych wywodzących się z naturalnego ciągu liczb, jak systemy pozycyjne, kombinatoryka, sumowanie postępów arytmetycznych, liczby pierwsze, równania, nawet topologia. Czytelnik, choćby intelektualista, może utonąć w potoku tych pojęć, a nie wiedzieć, że to zaczarowanym miotłom ma do zawdzięczenia, bo o nich nie słyszał. Lepiej było dać komentarz do tego ucznia.

Goethe odzywa się w książce jeszcze raz, ale nadużyty: „Albowiem właśnie, gdy pojęć nie stanie, wraz słowo stawia się na zawołanie" (w oryginale „Denn eben, wo Begriffe fehlen, da stellt ein Wort zur rechten Zeit sich ein"). To w rozdziale „Twórcza forma", który ma przekonać czytelnika, jaką wielką rolę odgrywa uogólnianie pojęć (np. liczby naturalne, potem całkowite, wymierne, etc.); uogólnione