wmptm 1897

cechuje dosyć dobre wyczucie precyzji, a mankamenty wynikają z intencji autora pozostawania jak najbliżej „szkolnej" geometrii oraz przemówienia do intuicji czytelnika mającego „szkolną" odmianę wyobrażania sobie matematyki.

Rozdział II omawia zagadnienie wyznaczania długości odcinka, co oczywiście nie może prowadzić do jakichkolwiek nieporozumień. W rozdziale III autor znowu zrywa z konwencją przy definicji figury elementarnej (por. Sikorski, *Funkcje rzeczywiste*, I, Warszawa 1958) nazywając figurą elementarną wielościan w sensie sumy mnogościowej simpleksów odpowiedniego kompleksu geometrycznego. Rozdział IV bada miarę Jordana, która jest głównym przykładem miary w sensie definicji rozdziału I. Rozdział V nawiązuje w niefortunny sposób do ogólnej teorii miary, o czym była już mowa na początku recenzji. Rozdział VI traktuje interesująco o zagadnieniu długości, a ostatni rozdział VII o polu powierzchni.

Podsumowując, gdyby nie zdecydowanie nieudana żonglerka definicjami, książka stanowiłaby bardzo udaną pozycję w swojej klasie.

Wojciech Słowikowski

Ministerstwo Nauki i Szkolnictwa Wyższego

Problèmes de mesure, Monographies de l'Enseignement mathématique N° 10, Institut de Mathématiques, Genève; Association des Professeurs de Mathématiques de l'Enseignement Public, Paris, str. 87.

Zbiór pięciu artykułów, z których tylko pierwsze trzy poświęcone są teorii miary. Wszystkie stanowią treść odczytów dla nauczycieli, wygłoszonych w Instytucie Poincarégo w roku akademickim 1957/58 staraniem Francuskiego Towarzystwa Matematycznego i Stowarzyszenia nauczycieli Matematyki Szkół Publicznych.

Artykuł pierwszy, *Objętość wielościanów*, pióra H. Cartana, zawiera pełny wykład teorii miary Jordana. Matematyk dzisiejszy dość rzadko posługuje się miarą Jordana, a i pod względem dydaktycznym traci ona swoją ważność, przynajmniej w świetle nowych programów kursu analizy, ale może właśnie dlatego dobrze jest odnotować taką pozycję w literaturze, gdzie można znaleźć wszystko o tej mierze, np. rzadko dowodzone twierdzenie orzekające, że każdy zbiór ograniczony i wypukły jest mierzalny w sensie Jordana, albo też twierdzenie typu Fubiniego dla miary Jordana. Bada się tu także wpływ transformacji liniowej na miarę zbioru.

Artykuł J. Dixmiera *Miara kątów* ma być według słów wstępnych autora „abstrakcyjny, a więc możliwie jak najnudniejszy". Kąty rozumiane są jako obroty płaszczyzny, a obrotom przyporządkowuje się izomorficznie liczby zespolone o module 1. Miara kątów jest wieloznaczna: miarą można nazwać każdy element przeciwobrazu tego kąta przez homomorfizm $\psi(x) = e^{ix}$ grupy liczb rzeczywistych na grupę obrotów płaszczyzny. Zakłada się znajomość funkcji wykładniczej w dziedzinie zespolonej, a także pewnych pojęć topologicznych (spójność).

Artykuł A. Revuza *Teoria całki* jest najdłuższy i ze względu na bourbakistowską mnogość oznaczeń i drobiazgowość terminologii, najtrudniejszy do czytania. Wprowadza się pojęcie pierścienia (boole'owskiego) zbiorów i „étendue", tj. „content", czyli „Inhalt" (zawartość?) na takim pierścieniu. W szczególności określa się „naturalną" zawartość dla skończonych sum prostokątów o bokach równoległych do osi współrzędnych i definiuje się miarę Jordana przez wpisywanie i opisywanie. Potem określa się całkę Riemanna, najpierw dla funkcji nieujemnych (i ograniczonych), jako odpowiednio zdefiniowaną zawartość płaską zbioru pod wykresem. Podaje się także klasyczną definicję przez podziały, czyniąc jednak użytek z pojęcia struktury (treillis) i filtru.

Druga część artykułu poświęcona jest mierze i całce Lebesgue'a. Miarę buduje się klasycznie, wychodząc z pojęcia miary zewnętrznej, przeliczalnie subaddytywnej. Całkę z funkcji mierzalnej ograniczonej nieujemnej definiuje się analogicznie jak całkę Riemanna, tzn. jako miarę (płaską) zbioru pod wykresem. Całki z funkcji całkowalnych niekoniecznie ograniczonych (fonctions sommables) określa się zwykłym sposobem lub przez podziały przeliczalne osi y.

W części trzeciej całka potraktowana jest jako funkcjonał liniowy. Dowodzi się twierdzenia Riesza o postaci funkcjonału liniowego w przestrzeni $C[0, 1]$, a następnie próbuje się zdefiniować całkę typu Riemanna (według jakiejś zawartości) jako rozszerzenie dodatniego funkcjonału liniowego I z przestrzeni funkcyjnej V zawierającej stałe i $|f|$ wraz z f na przestrzeń takich funkcji, że dla każdego $\varepsilon > 0$ jest $g \leqslant f \leqslant h$ i $I(h-g) < \varepsilon$ przy odpowiednich g, $h \in V$. Okazuje się, że ta metoda na ogół nie prowadzi do celu, można natomiast zdefiniować tym sposobem całkę typu Lebesgue'a, jeśli założyć dodatkowo, że z $|f| \leqslant \sum_{n=1}^{\infty} |f_n|$ wynika $I(f) \leqslant \sum_{n=1}^{\infty} I(|f_n|)$ $(f, f_n \in V)$. Całkę Lebesgue'a otrzymuje się wtedy rozszerzając I z V na domknięcie $\overline{V}$ w przestrzeni funkcyjnej ze skończoną normą $N(f) = \inf\{\sum_n I(|f_n|) : |f| \leqslant \sum_n |f_n| ; f_n \in V\}$ i przyjmując $\int f = N(f)$ dla $f \geqslant 0$, $f \in \overline{V}$. Autor kończy swój artykuł uwagą, że nawet w elementarnym wykładzie teorii całki powinno się ukazać jasno „aspekt liniowy" zagadnienia.

Artykuł P. Dubreila *Przegląd historyczny rozwoju algebry* dotyczy historii odkrycia Abela i Galois, a uwypukla także rolę ich poprzedników, zwłaszcza Lagrange'a. Opisana jest nie tylko dramatyczna strona zmagań naukowych obu młodych geniuszy, ale też główne wyniki ich badań.

Ostatni artykuł A. Lichnerowicza *Rachunek tensorowy i jego zastosowania* obejmuje krótki i jasny wykład teorii przestrzeni liniowych i ich produktu tensorowego, pojęcie tensora afinicznego i metrycznego, a także podstawy małej teorii względności i zastosowanie rachunku tensorowego do opisu pola elektro-magnetycznego za pomocą równań Maxwella-Lorentza.

Mówiąc ogólnie, książeczka zawiera mało materiału oryginalnego i nie oryginalność była jej celem, tylko systematyzacja, i to na użytek czytelników, jakich u nas nie ma: nauczycieli licealnych — matematyków, do których obowiązków należy także wykładanie matematyki wyższej na tzw. kursie propedeutycznym po maturze (baccalauréat), stanowiącym początek studiów wyższych jeszcze w murach szkoły. Można rozmaicie sądzić o celowości takiego właśnie doboru materiału i takiej metody jego wyłożenia, ale trudno nie zazdrościć Szwajcarii i Francji, gdy się pomyśli, na jakim poziomie odbywa się tam tzw. „dokształcanie kadr oświatowych".

Za to można stwierdzić nie popadając w zarozumiałość, że publikacja matematyczna tak licha pod względem korektorskim i typograficznym nie mogłaby się w ogóle w Polsce ukazać. W historycznym przeglądzie Dubreila tytuł pracy Steinitza wygląda literalnie tak: „Algébraische Théorie des Körper". Nie lepiej potraktowano łacinę Gaussa. Niektóre znaki wyglądają okropnie (np. symbol dopełnienia zbioru), a rysunek na str. 33 stanowi curiosum, bo wydaje się, że proste rysowano bez liniału, i to drżącą ręką.

Stanisław Hartman