o takie wzajemne ustawienie, w którym obie przenikające się powierzchnie są opisane na wspólnej kuli. Wtedy linia przenikania składa się z dwóch krzywych stopnia drugiego, a więc krzywych płaskich. Dlatego w pierwszej części swojej pracy (punkty 1.1, 1.2 oraz 2.1 i 2.2) autor omawia bardzo szczegółowo przecięcia walców i stożków płaszczyznami oraz konstrukcje rozwinięcia przekroju. W przypadku walców obrotowych są to sinusoidy, w przypadku stożków obrotowych — bardziej złożone krzywe. Podane są konstrukcje czysto geometryczne oraz oparte na odpowiednich tablicach zawierających współrzędne.

W drugiej części, wykorzystując konstrukcje podane przy omawianiu przecięć walców i stożków płaszczyznami, przytoczono szereg interesujących przykładów z techniki, w których przecinające się walce i stożki mają wspomniane specjalne położenie. Dla skompletowania tematyki podane są też konstrukcje przenikania graniastosłupów i ostrosłupów oraz konstrukcje przenikania wielościanów z walcami i stożkami.

Ostatni rozdział zawiera przykłady przenikania walców i stożków ze sferą oraz z powierzchnią pierścieniową, przy czym rozwinięcia dotyczą oczywiście jedynie walców i stożków.

Książka operuje metodami elementarnymi, które można znaleźć w obszerniejszych podręcznikach geometrii wykreślnej.

Publikacja — bardzo pożyteczna — przeznaczona jest dla inżynierów i techników projektujących urządzenia do transportu gazów, cieczy i materiałów sypkich oraz urządzeń ogrzewniczych i klimatyzacyjnych.

Edward Otto

T. Czechowski, *Rachunek różniczkowy i całkowy dla statystyków i ekonomistów*, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1961, str. 326.

W ostatnich latach dość często pojawiają się podręczniki matematyki lub pewnych jej działów, wyraźnie adresowane do pewnego kręgu czytelników. Takimi są *Matematyka dla chemików* [1], *Matematyka dla rolników* [2], *Matematyka dla architektów* [3], żeby wymienić tylko kilka.

Omawiana książka T. Czechowskiego wyróżnia się w tej serii tym, że nie tylko jest adresowana, ale także już w tytule wskazuje dział matematyki, który wymienionym w adresie czytelnikom chce przedstawić, a mianowicie rachunek różniczkowy i całkowy. Jest on przedmiotem wykładanym mnóstwo razy w różnych książkach i kodyfikowanym w różnych traktatach. Istnieje w Polsce bardzo popularny, obszerny, matematycznie ujęty podręcznik rachunku różniczkowego i całkowego F. Leji [4], który doczekał się już wielu wydań. Książka T. Czechowskiego ma inny cel i dlatego materiał zawarty w niej jest mniej obszerny niż u Leji, choć sposób wykładu jest bardzo podobny. Po omówieniu liczb rzeczywistych, działań na nich i ich interpretacji geometrycznej (rozdział I) wprowadza się pojęcie funkcji rzeczywistej jednej zmiennej rzeczywistej i definiuje różne klasy tych funkcji, takie jak funkcje monotoniczne, funkcje różnowartościowe, funkcje elementarne (rozdział III), po czym, po rozdziale o ciągach (rozdział IV), wykłada się pojęcie i własności funkcji ciągłych (rozdział V), pojęcie i własności pochodnej (rozdział VI) i jej zastosowanie do badań funkcji jednej zmiennej, w szczególności do wyznaczania ekstremów (rozdział VII). Następuje wykład rachunku różniczkowego funkcji dwu i więcej zmiennych (rozdziały IX i X); omówienie sposobów wyznaczania ekstremów funkcji wielu zmiennych z dyskusją warunku dostatecznego na ekstremum w przypadku dwu zmiennych oraz metod badania funkcji uwikłanych i wyznaczania ekstremów z warunkami po-

Ministerstwo Nauki i Szkolnictwa Wyższego

bocznymi. Dwa następne rozdziały (rozdziały XI i XII) poświęcone są całkom nieoznaczonym i oznaczonym funkcji jednej zmiennej, a ostatni (rozdział XIII) omawia krótko szeregi nieskończone, szeregi funkcyjne i przedstawienie funkcji przez szeregi potęgowe. Ponadto jest rozdział o kombinatoryce, dość obszerny jak na podręcznik rachunku różniczkowego i całkowego (rozdział II) oraz rozdział o krzywych drugiego stopnia (rozdział VIII) zawierający materiał zazwyczaj zaliczany do geometrii analitycznej.

Tak więc, poza być może rozdziałem VIII, matematyczna treść książki Czechowskiego jest właściwą częścią zawartości książki Leji [4]. Tym, co stanowi jej signum specificum, czyniącym z niej podręcznik dla statystyków i ekonomistów, są: po pierwsze — przykłady podpowiadające pewne ekonomiczne zastosowania omawianych pojęć i twierdzeń, zawarte bądź w zasadniczym tekście, bądź w dość obfitych zbiorach zadań następujących po poszczególnych rozdziałach, po drugie — specjalne paragrafy wprowadzające pojęcia mające bezpośrednią interpretację ekonomiczną, po trzecie — uwypuklenie w wykładzie pewnych fragmentów ważnych dla rachunku prawdopodobieństwa i statystyki matematycznej. Pierwszy punkt jest dobrze zilustrowany przez zbiór zadań na ekstrema (po rozdziale VII). Oprócz tradycyjnych w tym dziale zadań w rodzaju wycinania z kloca walcowego o przekroju kołowym belki prostopadłościennej o największej wytrzymałości na zginanie lub o największym polu przekroju poprzecznego, czy też budowania pudełka o największej objętości z prostokątnej kartki papieru, znajdujemy tam kilka innych, o treści wyraźnie ekonomicznej, a w szczególności dość obszernie przedyskutowane zadanie wyznaczania optymalnej wielkości zamówień, wymieniane w podręcznikach metod matematycznych przydatnych w badaniach operacyjnych jako punkt wyjścia teorii racjonalnego uzupełniania zapasów (zobacz [5], str. 71 i następne). Realizacją programu zawartego w punkcie drugim jest paragraf 7 w rozdziale IX o funkcji produkcji, gdzie omawia się spożycie jako funkcję dochodu i ceny lub wielkość produkcji jako funkcję zaangażowanej w produkcję pracy żywej i pracy uprzedmiotowionej, a w związku z tym objaśnia się sens takich używanych w ekonomii terminów, jak czynniki substytucyjne, stopa substytucji, krańcowa stopa substytucji. Rozdział o kombinatoryce (rozdział II) można odczytać jako bazę wyjściową dla rachunku prawdopodobieństwa. Omówiono tam silnię, permutacje, wariacje z powtórzeniami i bez, kombinacje. Znajdujemy tam wzór Stirlinga, a także, wśród przykładów, kombinatoryczny fragment rozumowania będący częścią dowodu twierdzenia z rachunku prawdopodobieństwa o granicznym rozkładzie maksymalnej różnicy między dystrybuantami próbkowymi.

W sumie otrzymaliśmy poprawny i przyjemny podręcznik początków rachunku różniczkowego i całkowego (mamy nadzieję — wkomponowanego w pewien bardziej wszechstronny cykl wykładów o treści matematycznej dla ekonomistów i statystyków), w którym przykłady i dygresje dostosowujące go do potrzeb wskazanych w tytule czytelników grają istotną, choć nie dominującą rolę.

PRACE CYTOWANE

[1] H. Pidek-Łopuszańska, W. Ślebodziński, K. Urbanik, *Matematyka dla chemików*, PWN, Warszawa 1958.

[2] J. Perkal, *Matematyka dla rolników*, cz. I, PWN, Warszawa 1958.

[3] M. Czyżykowski, *Matematyka dla architektów*, PWN, Warszawa 1962.

[4] F. Leja, *Rachunek różniczkowy i całkowy*, PWN, Warszawa 1959, wydanie 5.

[5] M. Sasieni, A. Yaspan, L. Friedman, *Operations research — Methods and Problems*, New York-London 1959.

Stefan Zubrzycki