ROCZNIKI POLSKIEGO TOWARZYSTWA MATEMATYCZNEGO
Seria II: WIADOMOŚCI MATEMATYCZNE IV (1960)

Ministerstwo Nauki i Szkolnictwa Wyższego

A. GRZEGORCZYK (Warszawa)

Międzynarodowe Sympozjum Metod Infinitystycznych

W dniach 2-9 września 1959 obradowało w Warszawie Międzynarodowe Sympozjum z Podstaw Matematyki zorganizowane wspólnie przez Międzynarodową Unię Matematyczną i Instytut Matematyczny PAN. Temat sympozjum określono jako *Metody infinitystyczne w matematyce*.

Ostatnimi laty miało miejsce kilka tego typu spotkań roboczych, logiczno-matematycznych pod różnymi egidami. Dwa lata przed sympozjum warszawskim miało miejsce ciekawe spotkanie o podobnym charakterze w Amsterdamie (25. VIII-1. IX, 1957). Odbywały się też analogiczne zjazdy w Paryżu, Berkeley i Louvain. Sympozjum amsterdamskie zorganizowane było pod egidą i z zasiłku Międzynarodowej Unii Logiki, Historii i Metodologii Nauki. Tematem jego był *Konstruktywizm w matematyce*. Spotkanie warszawskie stanowiło jak gdyby uzupełnienie i równocześnie antytezę amsterdamskiego. W Amsterdamie omawiało się różne pojęcia konstruktywności w matematyce, różne definicje obliczalności, zastosowania tych pojęć i związek ich z wytycznymi intuicjonizmu. W Warszawie natomiast miało się mówić na temat wszelkiego rodzaju metod nieefektywnych, pojęć niekonstruktywnych, dalekich od obliczalności, oraz o zastosowaniach tychże w różnych działach matematyki.

Trzeba może od razu powiedzieć, że konferencji warszawskiej nie starano się utrzymać w duchu całkowicie infinitystycznym. Pewna część referatów dotyczyła wyraźnie metod finitystycznych i różnych pojęć obliczalności, kontynuując jakby rozważania sympozjum amsterdamskiego. Mówiąc o metodach infinitystycznych trudno bowiem nie mówić o ich przeciwieństwie. Stąd nawet w referatach o temacie infinitystycznym czasem większość uwag dotyczyła pojęć konstruktywizmu. Wskazuje to na wielkie zainteresowanie, jakie zdobyła sobie u badaczy podstaw matematyki problematyka konstruktywizmu. Warto tu jednak zaznaczyć, że konstruktywizm interesuje większość badaczy nie jako metoda pracy matematycznej, którą chciano by powszechnie stosować, ale jako pewien zestaw pojęć (m. in. pojęcie obliczalności i inne pojęcia związane

z logiczną klasyfikacją predykatów Kleene'go-Mostowskiego), który powstał wprawdzie na tle konstruktywistycznych intuicji, ale badany jest obecnie przez większość uczonych z czysto formalnego punktu widzenia niezależnie od owych intuicji, metodami klasycznymi. Tendencję „konstruktywizmu w praktyce" reprezentował zarówno w Amsterdamie, jak i w Warszawie chyba tylko A. Heyting, znany holenderski intuicjonista.

W sympozjum warszawskim wzięło udział 45 specjalnie zaproszonych matematyków i logików, w tym 30 zagranicznych i 15 polskich. Liczba osób faktycznie uczestniczących była jednakże większa i dochodziła do 65 osób, wszystkie krajowe ośrodki matematyczne zostały bowiem na czas powiadomione.

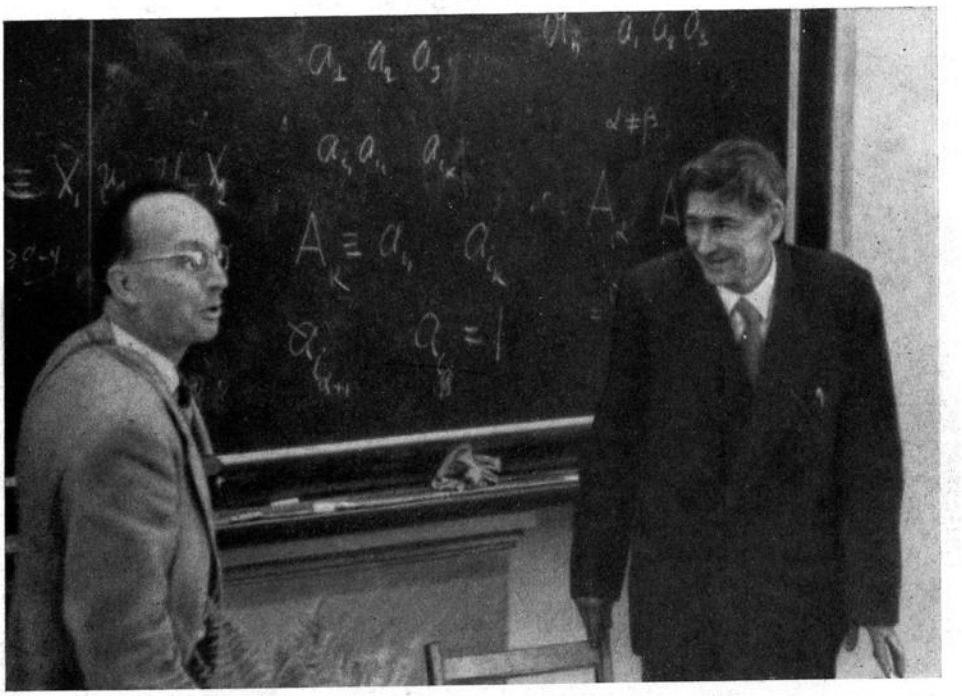
Tematykę referatów i dyskusji można podzielić na kilka grup. Pierwsza, to zagadnienia teorii mnogości. Elementy niekonstruktywne występują na jej terenie dość często. Jednym z nich są zagadnienia wysokich mocy. Wydaje się, że do teorii mnogości można zawsze bez popadania w sprzeczność dołączyć nowe założenie, mówiące, że istnieją zbiory o mocy większej aniżeli moce wszystkich zbiorów, do jakich prowadzą przyjęte na terenie danej teorii mnogości zasady konstrukcji zbiorów coraz to wyższych mocy. Moce takie zwie się nieosiągalnymi. Pierwsze referaty P. Bernaysa i J. Łosia dotyczyły właśnie mocy nieosiągalnych.

Innym zagadnieniem teorii mnogości było poruszone przez Mac Lane'a zagadnienie rozszerzenia pojęcia zbioru przez wprowadzenie pojęcia kategorii występującego w niektórych rozważaniach algebraicznych, jeszcze innym — sprawa konstrukcji predykatywnych i niepredykatywnych w teorii mnogości poruszona przez A. Tarskiego. Ciekawe wyniki własne i R. Montague'a dotyczące modeli teorii mnogości referował R. L. Vaught.

Inną, wyraźną grupę zagadnień infinitystycznych stanowiły zagadnienia infinitystycznych metod wnioskowania. Do tej grupy należały referaty C. Spectora, A. Mostowskiego, G. Müllera i inne, które niebawem wymienię. Na gruncie arytmetyki można sformułować regułę uogólniania pozwalającą otrzymać zdanie ogólne: *Dla każdego* x, $A(x)$ wtedy, gdy istnieje w teorii nieskończenie wiele twierdzeń już udowodnionych, mianowicie, gdy są twierdzeniami teorii wszystkie zdania postaci $A(0)$, $A(1)$, $A(2)$, ... Reguła ta zwie się regułą ω. Jest ona nieefektywna, stąd w praktyce nie ma oczywiście zastosowania. Istnieją jednak ciekawe badania dotyczące teorii zamkniętych ze względu na tę regułę. Teorie te przedstawiają jak gdyby ideał (praktycznie nieosiągalny oczywiście) teorii matematycznych. Badania A. Mostowskiego szły nawet w kierunku rozważania reguł mocniejszych od reguły ω. W pewnym związku z tą grupą zagadnień pozostawał referat L. Henkina o formułach nieskończenie długich oraz referat G. Kreisela.



Grupa uczestników Międzynarodowego sympozjum z Podstaw Matematyki w Warszawie



S. Mac Lane (z lewej) i P. S. Nowikow (z prawej) w czasie dyskusji

Z pozostałych referatów aspekt infinitystyczny miały referaty dotyczące modeli dowolnych teorii oraz modeli arytmetyki (A. Robinson, E. Specker, R. L. Vaught po raz drugi, L. Rieger i D. Scott). Jak wiadomo z dawnych jeszcze badań Gödela i innych, każda niesprzeczna teoria posiada pewien model (taki układ ⟨zbiór, relacja⟩, który spełnia aksjomaty teorii). Różnorodność modeli dla każdej teorii jest przy tym olbrzymia. Wiele własności teorii matematycznych wypowiada się w terminologii modeli.

Spraw metamatematycznych mających pewien aspekt infinitystyczny dotyczył też referat R. Montague'a. Zajmował się on teoriami, których nie można oprzeć na skończonym zbiorze aksjomatów.

Pozostałe referaty miały charakter wyraźnie finitystyczny zaznaczony często nawet w tytule. P. Lorenzen przedstawił pewien konstruktywistyczny rachunek logiczny, R. Fraïssé — pewną koncepcję rekurencyjności, D. Lacombe — pewne wyniki z analizy konstruktywnej. R. Péter i L. Kalmár zajmowali się wyłącznie funkcjami obliczalnymi, J. T. Miedwiediew — związanym z obliczalnością rachunkiem problemów, G. Moisil — logiką pozytywną. A. Heyting wyłożył ogólne idee konstruktywizmu. Odczytany też został referat nieobecnego A. S. Jesienina-Volpina zawierający najbardziej chyba finitystyczny program budowy podstaw matematyki. Obok wymienionych dwóch (Miedwiediew i Jesienin) był jeszcze trzeci referent ze Związku Radzieckiego, P. S. Nowikow. Referat jego wiązał się z badaniami nad rozstrzygalnością. Na prośbę uczestników, którzy specjalnie interesowali się ostatnimi wynikami Nowikowa, Nowikow wygłosił również referat nie związany z tematyką sympozjum, w którym przedstawił rozwiązanie słynnego problemu Burnside'a. Aby wyczerpać nazwiska wszystkich prelegentów, trzeba wymienić jeszcze referat J. W. Addisona dotyczący wyższych pięter logicznej klasyfikacji predykatów.

Obok prelegentów było jeszcze kilku logików i matematyków zagranicznych, którzy nie wygłaszali referatów (Beth, Boone, Kleene, Fèvrier, Kanger).

Najliczniej reprezentowani byli na sympozjum uczeni Stanów Zjednoczonych. Wydaje się, że najżywszymi ośrodkami badań z podstaw matematyki są obecnie Princeton i Berkeley. Jeśli można sobie pozwolić na prywatny osąd, to byłbym skłonny twierdzić, że najciekawsze wyniki formalne przedstawione na sympozjum pochodziły od autorów: Vaught Scott, Spector, wywodzących się z Berkeley. Dzięki talentowi profesora A. Tarskiego, umiejącego stworzyć środowisko naukowe, ściągnąć młodych matematyków i wskazać im kierunek badań, Berkeley jest obecnie najpoważniejszą szkołą i ośrodkiem inicjatywy badawczej z podstaw matematyki.