wmptm 1897

Ministerstwo Nauki i Szkolnictwa Wyższego

Kronika naukowa

Rozwiązanie zagadnienia Poincarégo?

Od wielu lat wśród matematyków sławne jest tzw. zagadnienie Poincarégo. Idzie mianowicie o to, czy sferę trójwymiarową S^3 można scharakteryzować pośród trójwymiarowych rozmaitości domkniętych (przestrzeni lokalnie homeomorficznych z przestrzenią euklidesową trójwymiarową) przez znikanie grupy podstawowej. Przypomnijmy, że grupa podstawowa jakiejś przestrzeni znika, gdy każde przekształcenie okręgu koła w daną przestrzeń daje się przedłużyć do przekształcenia całej tarczy (tak więc grupa podstawowa odcinka znika, a grupa podstawowa okręgu koła nie znika). Zagadnienie to ma opinię niezwykle trudnego. Wielu wybitnych matematyków atakowało je bez powodzenia.

Przed kilku miesiącami w czasopiśmie Mathematical Journal of Okayama University 8 (1958) ukazała się praca matematyka japońskiego Keniti Koseki pt. *Poincarésche Vermutung in Topologie*. W pracy tej Koseki dowodzi, że przypuszczenie Poincarégo było słuszne i można w podany wyżej sposób scharakteryzować sferę S^3. Praca jest bardzo długa, ma 105 stron i zajmuje cały zeszyt wspomnianego czasopisma. Zaskakujące jest to, że autor posługuje się jedynie bardzo elementarnymi metodami. Cytuje jedynie klasyczne podręczniki topologii Aleksandrowa-Hopfa i Seiferta-Threlfalla. Nie wiadomo jeszcze, czy dowód jest poprawny. Kto będzie miał odwagę przeczytać pracę Koseki (na pewno trzeba na to poświęcić wiele czasu) i potwierdzić doniosłe odkrycie?

R. Engelking

O nowych wynikach dotyczących wielkich liczb pierwszych

W szóstym rozdziale swojej książki [6] W. Sierpiński podaje szereg wyników dotyczących liczb Fermata $F_n = 2^{2^n}+1$ i Mersenne'a $M_p = 2^p-1$. Poniżej podamy nowe wyniki dotyczące tych liczb. Wyniki te zostały znalezione przy pomocy maszyn elektronowych w roku 1957, a ogłoszono je drukiem w 1958 roku.

R. M. Robinson [4] stwierdził przy pomocy maszyny SWAC, że liczba F_{58} jest podzielna przez $95 \cdot 2^{61}+1$. Dowiódł on również (w pracy [5]), że liczba F_{1945}, której rozwinięcie dziesiętne ma ponad $3 \cdot 10^{584}$ cyfr, jest podzielna przez $5 \cdot 2^{1947}+1$.

R. M. Robinson i J. L. Selfridge stwierdzili przy pomocy maszyny SWAC, że $425 \cdot 2^{79}+1 \mid F_{77}$, $271 \cdot 2^{84}+1 \mid F_{81}$, $403 \cdot 2^{252}+1 \mid F_{250}$ i $177 \cdot 2^{271}+1 \mid F_{267}$.

Znamy więc obecnie 35 liczb Fermata złożonych, a tylko 5 pierwszych.

W pracy [5] jest podana tablica wszystkich liczb pierwszych postaci $k \cdot 2^n+1$, gdzie k jest nieparzyste i $k=1$, $n<8192$; $k=3$, $n<1250$; $k=5$, $n<2005$; $k=7$, $n<1280$; $9 \leqslant k \leqslant 99$, $n<512$. W tablicy tej podana jest liczba $81 \cdot 2^{324}+1$, której rozwinięcie dziesiętne ma dokładnie 100 cyfr, a więc znamy liczbę pierwszą mającą dokładnie 100 cyfr (por. [6], str. 75). Innymi takimi liczbami są $35 \cdot 2^{327}+1$ i $63 \cdot 2^{326}+1$. Z tablicy tej wynika, że wszystkie liczby $47 \cdot 2^n+1$ dla $n<512$ są złożone. Stwierdzono również ([4]), że liczba $141 \cdot 2^{141}+1$ jest pierwsza (liczby postaci $k \cdot 2^k+1$ nazywamy *liczbami Cullena*).

H. Riesel ([2], por. także [1]) stwierdził przy pomocy maszyny BESK, że liczba M_{3217} jest pierwsza. Jest to największa znana obecnie liczba pierwsza. Jej rozwinięcie dziesiętne, które jest podane w [2], ma 969 cyfr. Stąd, że M_{3217} jest liczbą pierwszą, wynika, że liczba $n=2^{3216}(2^{3217}-1)$ spełnia równanie $\sigma(n)=2n$ ($\sigma(n)$ oznacza sumę dzielników liczby n), a więc n jest osiemnastą znaną liczbą doskonałą.

Przypuszczano, że jeśli M_p jest liczbą pierwszą, to również M_{M_p} jest liczbą pierwszą. Przypuszczenie to obalił D. J. Wheeler w roku 1953, który wykazał, że liczba $M_{M_{13}}$ jest złożona, nie znajdując jednak żadnego jej nietrywialnego dzielnika. R. M. Robinson [3] stwierdził, że $1768(2^{17}-1)+1 \mid M_{M_{17}}$ i $120(2^{19}-1)+1 \mid M_{M_{19}}$.

Prace cytowane

[1] J. Andersson, *Le plus grand nombre premier*, Mathesis 66 (1957), str. 316.

[2] H. Riesel, *A new Mersenne prime*, Math. Tabl. and Other Aids to Comp. 12 (1958), str. 60.

[3] R. M. Robinson, *Some factorizations of numbers of the form* $2^n \pm 1$, Math. Tabl. and Other Aids to Comp. 11 (1957), str. 265-268.

[4] R. M. Robinson, Review 111, Math. Tabl. and Other Aids to Comp. 11 (1957), str. 274-275.

[5] R. M. Robinson, *A report on primes and on factors of Fermat numbers*, Proc. Amer. Math. Soc., 9 (1958), str. 673-681.

[6] W. Sierpiński, *Czym się zajmuje teoria liczb*, Warszawa 1957.

A. Mąkowski

Ministerstwo Nauki i Szkolnictwa Wyższego