wmptm 1897

Wszystko to jest także w części winą wydawnictwa. Wśród wielu starannie wydanych pozycji Państwowego Wydawnictwa Naukowego ta książka została widocznie jakoś zlekceważona. Nie widać w niej śladów opracowania redakcyjnego. W ten sposób skrzywdzono zarówno autora, jak i czytelnika książki, która po porządnym opracowaniu byłaby naprawdę wartościowym podręcznikiem.

J. Łukaszewicz

Franciszek Leja, *Geometria analityczna*, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1954, str. 290.

Ministerstwo Nauki i Szkolnictwa Wyższego

Wydana przez Państwowe Wydawnictwo Naukowe *Geometria analityczna*, napisana przez Franciszka Leję, profesora Uniwersytetu Jagiellońskiego, stanowi bardzo udałą pozycję w naszym piśmiennictwie podręcznikowym.

Książka jest podzielona na trzy części: geometrię analityczną na płaszczyźnie, geometrię analityczną w przestrzeni i wreszcie dodatek o charakterze algebraicznym. Jest to klasyczny układ tego typu podręczników.

Część pierwsza dzieli się na rozdziały dotyczące wektorów, kątów, punktów i układów, następnie utworów stopnia pierwszego i drugiego, a wreszcie teorii przekształceń geometrycznych i specjalnych linii. Podobny jest układ części drugiej, a więc: punkty i wektory w przestrzeni, utwory stopnia pierwszego i drugiego, a na zakończenie elementy geometrii różniczkowej i przestrzeni wielowymiarowych. Dodatek obejmuje szkicową raczej teorię wyznaczników, macierzy oraz form kwadratowych.

Wykład cechuje nieprzeciętna jasność. Zdania są budowane nadzwyczaj logicznie, ale bez przesadnej formalistyki. A więc w przypadkach ważniejszych autor formułuje precyzyjnie twierdzenia (nigdy nie opuszczając założeń), a później dowodzi ich, przy czym dowody oprócz zwięzłości cechuje ścisłość. Występujące w rozważaniach przypadki szczególne są z reguły rozpatrzone we właściwej kolejności i wyczerpująco. Twierdzenia nie mające zasadniczej wagi rodzą się w tekście w miejscach, w których są właśnie potrzebne — bez specjalnego rozbicia na twierdzenie i dowód. Nadaje to książce więcej wdzięku i lekkości. Czytelnika uderza fakt, że każde pojęcie jest definiowane bardzo dokładnie. Nie ma niedomówień ani opuszczeń.

Bardzo charakterystyczną cechą przyjętej w tym podręczniku metody dydaktycznej jest przechodzenie od prostych prawd matematycznych do ogólniejszych. Tak na przykład początkowo zaznajamia się czytelnik z przykładami linii stopnia drugiego, z ich własnościami, a potem dopiero z metodami ogólnego badania równania stopnia drugiego. W innym miejscu trudne pojęcie średnic sprzężonych otrzymuje się najpierw w formie przykładu liczbowego, a potem dopiero w przypadku ogólniejszym. Prawie zawsze (a zawsze tam, gdzie to jest istotnie potrzebne) autor podaje w tekście przykłady ilustrujące wykład. Pozwala to na natychmiastowe — już w czasie pierwszego czytania książki — zapamiętanie bez wysiłku twierdzeń i pojęć nowowprowadzonych.

Metoda wykładu geometrii analitycznej jest — zgodnie z tytułem książki — analityczna. Autor posługuje się współrzędnymi prostokątnymi (są nieliczne wstawki dotyczące układu ukośnokątnego). Wektory wprowadza jako pewne twory analityczne i rozpatruje zawsze (poza kilkoma początkowymi stronicami) w układzie współrzędnych.

Ze względu na zakres i metodę wykładu, książka, zgodnie z tym co w przedmowie napisał sam autor, jest przeznaczona głównie dla tych, którym geometria analityczna jest potrzebna jako narzędzie do innych nauk i do zastosowań praktycznych.

Wydaje się, że stanowi ona doskonałe studium tego przedmiotu w pierwszym rzędzie dla studentów fizyki i innych wydziałów uniwersyteckich nie czysto matematycznych, ale i studenci matematyki mogą z niej odnieść bardzo wiele korzyści. Dla studentów większości wydziałów wyższych szkół technicznych i politechnik książka jest nieco za obszerna. Układ jej jest jednak taki, że można bez szkody dla całości wykładu opuścić niektóre rozdziały. Zresztą sam autor wskazał je w niektórych przypadkach.

Przejdę obecnie do uwag szczegółowych. Sądzę, że rachunek wektorowy jest za mało wykorzystany. Sformułowania i dowody są w pewnym sensie iluzorycznie wektorowe, w gruncie rzeczy zaś są czysto analityczne, a tylko dotyczą wektorów. Łączy się to z metodą mnemotechniczną zapamiętywania twierdzeń oraz z ich przedstawieniem geometrycznym i jaśniejszym pojmowaniem. Za przykład niech służy wzór (11) ze str. 205, który w postaci analitycznej nie mówi o tak ważnym i geometrycznie jasnym pojęciu, jak komplanarność wektorów. Drugi przykład, to wzór (6) ze str. 179 podający składowe iloczynu wektorowego dwu wektorów. Zapamiętać to jest trudno, a przecież o ile prostszy do zapamiętania byłby symboliczny wyznacznik, w którym figurowałyby znane z poprzedniej części wykładu wersory układu i,j,k. Trzeci przykład, to wzory paragrafu 29 dotyczące odległości punktu od prostej i dwóch prostych w przestrzeni. Metoda wektorowa pozwala lepiej te wzory rozumieć i ich pozorną sztuczność tłumaczy bardzo jasnym przedstawieniem pola równoległoboku lub objętości równoległościanu.

Wydaje się, że lepiej byłoby wprowadzić pojęcie wektora za pomocą długości kierunku i zwrotu, a nie tylko długości i kierunku (oczywiście inaczej pojętego); mówi się o współczynniku kierunkowym prostej, który jednak nie wyznacza kierunku. Dobre jest następujące określenie (na które wielu autorów nie zwraca dostatecznej uwagi): „iloczynem wektorowym wektora a przez wektor b względem układu współrzędnych $Oxyz$...” (podkreślenie moje). Trzeba tak — jak to robi autor — wyraźnie mówić, że iloczyn skalarny określa się niezależnie od układu współrzędnych, a wektorowy właśnie „względem” układu. Może jeszcze lepiej byłoby „względem orientacji przestrzeni”.

Brak także iloczynu mieszanego, nazw kolinearności i komplanarności wektorów, które ułatwiają zrozumienie i zapamiętanie wielu twierdzeń. Natomiast bardzo dobre jest wprowadzenie wersorów osi, a nie wektorów.

Wprowadzenie metody wektorowej w geometrii analitycznej wydaje mi się konieczne dlatego, że mechanika posługuje się przede wszystkim metodami wektorowymi, a nawet tensorowymi. A właśnie na gruncie geometrii studenci mogliby doskonale opanować te metody wektorowe, oczywiście — wraz z dowodami przeprowadzonymi wektorowo, a nie analitycznie. Sądzę, że w tego typu podręczniku lepiej podać kilka metod, niż trzymać się jednej.

Warto powiedzieć też o sprawie nomenklatury. W literaturze polskiej nie ma w wielu dziedzinach matematyki ustalonej terminologii. Na str. 15 autor określa rzut wektora jako pewien wektor, a potem niestety zmienia nazwę rozumiejąc przez rzut miarę wektora na osi, używając też nazwy składowej wektora. Otóż warto byłoby przyjąć ogólnie, że składowe obiektu geometrycznego są to takie same obiekty, których suma (odpowiednio określona) daje sam obiekt. Rzutem wektora można by nazwać wektor będący składową o danym kierunku, miary względem osi — oczywiście współrzędnymi wektora (analogicznie do współrzędnych puntku) w danym układzie współrzędnych. A więc składowa i rzut są to wektory (określane bez wprowadzania układu współrzędnych), a współrzędne wektora są to liczby charakteryzujące wektor w danym układzie współrzędnych. Do tego dochodzi jeszcze reguła przekształcania tych współrzędnych, ale to już wykracza poza ramy omawianej książki.

A teraz uwagi dotyczące innych zagadnień. Zwłaszcza podobało mi się ujęcie paragrafu 18 pt. *Przekształcenia geometryczne*. Cennym jest ustęp 8 tego paragrafu dotyczący przedmiotu i podziału geometrii. Są to bardzo ważne zagadnienia zwykle w książkach o analogicznym zakresie pomijane lub zbywane kilku zdaniami.

Mam wątpliwości, czy słuszne jest pisanie wyznacznika, a potem stwierdzanie, że należy go zastąpić jego wartością bezwzględną (jak np. na str. 30). Czy nie lepiej wprowadzić odpowiedni symbol? Może warto także ujednoznacznić pojęcie kąta między prostymi (np. wzór (18), str. 56). Bardzo ładne, ale sztuczne jest wyprowadzenie równania elipsy (str. 71) przez odpowiedni dobór trzech czynników (zawsze różnych od zera) we wzorze (1). Może niepotrzebnie autor nie uznał asymptoty poziomej za pochyłą (str. 151)? Przy zmianie układu prostokątnego na prostokątny może warto zamiast „ruch" używać nazwy „skok", jak to za T. Ważewskim podaje A. Hoborski? Rzuca się w oczy także brak umowy co do proporcji (np. wzór (4) str. 202). Jeżeli mianownik jest równy zeru, należałoby przyjmować i licznik równy zeru lub w ogóle nie stosować tej postaci proporcji.

Oddzielnie wiele słów uznania należy się redaktorowi wydawnictwa. Jak zwykle redaktor A. M. Rusiecki wypuścił na rynek wydawniczy książkę doskonale zredagowaną. Najpierw zacytujmy zdanie samego autora: „...wykład jest ilustrowany licznymi przykładami; przykłady te zawdzięcza książka prof. A. M. Rusieckiemu". Są one bardzo starannie dobrane i rzeczywiście rozwiązanie ich pozwala ugruntować nabyte wiadomości. Bardzo dobre jest także to, że podane jest ich rozwiązanie — zwięzłe a jednocześnie przejrzyste. Spełniają one lepiej swoją funkcję niż specjalne, lecz nie dopasowane do wykładu zbiory zadań.

Należy sądzić, że ogromna dbałość o wysłowienie, jaka cechuje całą książkę, jest wynikiem współpracy autora i redaktora. Rzuca się w oczy np. nowy, jak się zdaje, w języku polskim zwrot „miejscem geometrycznym punktu P, którego..." zamiast miejsce geometryczne punktów.

Bardzo właściwe posługiwanie się petitem oraz zasada, że kursywą są oznaczane wszystkie nowe pojęcia występujące w definicjach oraz twierdzenia — świadczy o dobrej robocie redakcyjnej. Rysunki są wykonane bardzo starannie i we właściwych rozmiarach. Dobór odpowiednich proporcji rysunków jest rzeczą trudną. Wydaje się, że tu utrafiono doskonale. Trzeba jednak wytknąć dwie maleńkie usterki. Na rys. 85 koło krzywiznowe jest narysowane — jak się to powszechnie zdarza — w wierzchołku linii, z czego wynika błędne przyzwyczajenie uczących się, że zawsze rysują koło krzywiznowe stykające się z linią, ale w każdym razie nie przenikające linii. Druga zauważona usterka dotyczy linii łańcuchowej na rys. 98. Coś jest niedobrze, gdyż mimo że $PN=PS$, to jednak rozwinięta prawej części łańcuchowej powinna leżeć po lewej stronie osi, a tymczasem na rysunku punkt S leży po stronie prawej.

W zakończeniu przedmowy autor składa „szczere podziękowanie prof. M. Starkowi za inicjatywę napisania tej książki oraz prof. A. M. Rusieckiemu za współpracę". I rzeczywiście inicjatywa napisania tej bardzo dobrej i tak potrzebnej książki oraz niezwykle cenna współpraca redaktora zasługują na szczere podziękowanie.

Warto także podkreślić że szata graficzna książki, papier i płócienna oprawa sprawiają, że książkę bierze się do ręki z prawdziwą przyjemnością.

Ostatecznie należy stwierdzić, że ten podręcznik, zatwierdzony przez Ministerstwo Szkolnictwa Wyższego do użytku w szkołach wyższych jest doskonale napisaną i od dawna oczekiwaną pozycją. Należałoby sobie życzyć, by *Geometria analityczna* Franciszka Leji stała się podręcznikiem obowiązującym dla jak największej ilości wydziałów szkół wyższych.

T. H. Wróbel