wmptm 1897 103

Recenzent zapoznał się z tym dziełem już w rękopisie i wtedy miał sposobność i obowiązek wyławiać błędy graficzne, potknięcia redakcyjne itd. Nie czynił tego po raz drugi z gotową książką. By jednak zamanifestować sumienność recenzencką, zauważy, że na str. 117 w wierszu 6 od dołu zgubiono wskaźnik r przy literze Ξ, w wierszu 3 od dołu umieszczono ten wskaźnik na niewłaściwym poziomie, a w wierszu 1 od dołu użyto we wzorze liczb l_j również dla $j > r$, chociaż te liczby nie zostały formalnie określone.

Stanisław Hartman

J. Favard, *Cours d'analyse de l'ecole polytechnique*, tome I, *Introduction, Operations*, Gauthier-Villars, Paris 1960, str. VII+675.

Podręcznik przeznaczony jest dla studentów politechniki. Autor podręcznika wychodzi z założenia, że przyswajanie kultury matematycznej odbywa się w dwóch etapach. Na pierwszym zapoznajemy się z techniką rachunkową, na drugim ze strukturą logiczną, z metodami ujęcia i rozwiązywania problemów. Omawiana książka przeznaczona jest, w myśl założeń autora, do wprowadzenia na drugi z tych etapów.

Programowym punktem wyjścia dla autora, jak zaznacza on we wstępie, jest przekonanie, że technikowi, w szerokim tego słowa znaczeniu, nie wystarcza matematyka pojęta jako zbiór recept i przepisów. Koniecznym jest, zdaniem autora, by technicy znali tę właśnie matematykę, którą uprawiają matematycy. Potrzebna jest dokładna znajomość podstaw teorii, nie wystarcza umiejętność stosowania jej wyników bez głębszego zaznajomienia się z istotnymi, fundamentalnymi metodami teorii.

Po zasygnalizowaniu pewnych poglądów autora na temat uczenia techników matematyki przejdziemy teraz do omówienia samej książki. Tu jeszcze jedna informacja: autor zaznacza w przedmowie, że zasadniczy wpływ na przedstawiony w książce wykład miała monografia Stefana Banacha *Teoria operacji liniowych*.

Podręcznik stanowi pierwszy tom opracowywanego trzytomowego kursu analizy. W podręczniku wyróżnione są dwie zasadnicze części: część wprowadzającą składającą się z 6 rozdziałów oraz część pod ogólnym tytułem *Operacje*. Po każdym rozdziale podane są zadania oraz pewne uzupełnienia. Uzupełnienia zawierają pewne zaawansowane twierdzenia związane z głównym tematem poruszanym w danym rozdziale. W obrębie każdego rozdziału można wyróżnić dwojakiego rodzaju sposób potraktowania rozważań. Rozważania zasadnicze podane są z pełnymi dowodami i ilustrowane są szczegółowo omawianymi przykładami. Pozostała część rozdziału podaje pewne partie materiału w sposób raczej informacyjny. Dowody są tu bardzo skondensowane a uwaga autora skierowana jest na zasygnalizowanie pewnych pojęć i faktów, na zaznaczenie pewnych problemów i wyrobienie w czytelniku pewnych intuicji. Nie przeszkadza to jednak w podaniu dość obszernego materiału i to w sposób na tyle ścisły, że czytelnik posiadający pewne doświadczenie w samodzielnym dowodzeniu z łatwością potrafi uzupełnić luki.

Przykładem ilustrującym wyżej wspomniane cechy jest rozdział poświęcony topologii. Po ogólnych rozważaniach ze szczególnym położeniem nacisku na przestrzenie metryczne autor prezentuje szereg pojęć i twierdzeń z topologii algebraicznej. Mowa jest o kompleksach, rozmaitościach, triangulacji, indeksie punktu względem krzywej na płaszczyźnie. Określone są grupy homologii, grupy homotopii. Wszystkie rozważania prowadzone są w sposób możliwie ogólny i ilustrowane są rysunkami i przykładami. W uzupełnieniach podane są przykłady pewnych diskontinuów oraz konstrukcja krzywej Peano, wypełniającej kwadrat. Podany jest dowód twierdzenia Urysohna o metryzowalności pewnych przestrzeni topologicznych. Na zakończenie rozdziału autor dowodzi pewnego wariantu lematu Spernera, z którego poprzez

Ministerstwo Nauki i Szkolnictwa Wyższego

twierdzenie, że brzeg sympleksu nie jest jego retraktem, wywodzi twierdzenie o punkcie stałym przekształcenia ciągłego sympleksu w siebie.

Wyżej podany wykaz wskazuje, że trafnie dobrano twierdzenia i przykłady, które pozwalają zorientować się co do charakteru i roli topologii, stopnia trudności jej rozważań i jej zastosowań. Dyskusja np. pojęcia indeksu krzywej względem punktu ma jak wiadomo podstawowe znaczenie w zrozumieniu wzoru całkowego Cauchy'ego z teorii funkcji analitycznych jak i konsekwencji tego wzoru. Podanie przykładu krzywej Peano w kursie dla uczelni technicznej może budzić w pierwszej chwili sprzeciw. Niemniej jednak trzeba zauważyć, że przykład taki burzy fałszywe intuicje i nie jest tylko ciekawostką matematyczną. Znajomość takiego przykładu gwarantuje w pewnej mierze, że ustrzeżemy się od wprowadzenia fałszywych matematycznie założeń w pewnych subtelniejszych rozważaniach z zakresu przyrodoznawstwa. Właśnie jedna z hipotez quasi-ergodycznych zakładała, że płaty tzw. powierzchni stałej energii mogą być wypełnione przez łuk pojedynczy i co gorsza klasy C. Ktoś, kto zna przykład krzywej Peano a ma do czynienia z delikatnymi kwestiami z fizyki czy techniki na pewno takiego błędu nie popełni. I to jest właśnie korzyść z faktu znajomości takich przykładów dla nie matematyka, który stosuje matematykę. Korzyść nie utylitarna ale metodologiczna i być może dlatego więcej warta.

To co ogólnie powiedziano odnośnie jednego wybranego rozdziału można śmiało powtórzyć w odniesieniu do innych rozdziałów. Należy też dodać, że autor nie zaniedbuje ważnych pod względem zastosowań zespołów twierdzeń. Np. w rozdziale drugim, w części pierwszej, szczegółowo omawiana jest teoria dzielników elementarnych macierzy i twierdzenia o postaciach kanonicznych macierzy, co jak wiadomo ma podstawowe znaczenie w teorii układów liniowych zwyczajnych równań różniczkowych.

Pierwsza część podręcznika liczy sześć rozdziałów. Trzy pierwsze dotyczą kolejno: teorii mnogości, algebry i topologii. Czwarty rozdział podaje ogólne wiadomości o strukturach badanych przez analizę funkcjonalną. Podane są między innymi podstawowe własności przestrzeni Banacha i algebr Banacha. W następnym rozdziale autor wykorzystuje poprzedni materiał do możliwie ogólnego formułowania twierdzeń o szeregach czy iloczynach nieskończonych od razu w przestrzeni Banacha czy algebrze Banacha. Szósty i ostatni rozdział części pierwszej dotyczy elementarnych własności funkcji monotonicznych, funkcji o wahaniu skończonym i funkcji wypukłych. Część druga podręcznika obejmująca siedem rozdziałów dotyczy tego, co zwykło się nazywać rachunkiem różniczkowym i całkowym. Zakres rachunku różniczkowego i całkowego jest przy tym pojęty bardzo szeroko, z włączeniem teorii miary i całki Lebesgue'a.

Autor wykorzystuje twierdzenia z części pierwszej i wiele klasycznych twierdzeń, jak np. twierdzenie o funkcjach uwikłanych, formułuje od razu w języku przestrzeni Banacha. Szczególnie cenną zaletę stanowi fakt, że autor nie pozostawia niedomówień w zakresie pewnych naturalnych problemów. I tak np. przy okazji twierdzenia o funkcjach uwikłanych omawia proceder przedłużania rozwiązań, a przy okazji twierdzenia o lokalnym odwracaniu transformacji o jakobianie różnym od zera podaje twierdzenie o odwracaniu integralnym. Nie zadowala się zaznaczeniem samego problemu, co samo w sobie jest już cenne, lecz podaje dokładne twierdzenie. Powyższa metoda potraktowania w możliwie pełny sposób trudniejszych i z reguły budzących wiele pytań u czytelnika czy słuchacza partii materiału jest bardzo cenna, nie występuje jednak zbyt często w podręcznikach analizy.

Po rachunku różniczkowym, na wykład którego poświęcone są trzy pierwsze rozdziały, w dalszych trzech szczegółowo omówiony jest rachunek całkowy. Wykład całki Riemanna i jej zastosowań nie odbiega w podręczniku od ujęcia klasycznego. Podane jest wiele przykładów zastosowań. W nieszablonowy sposób potraktowany jest zespół twierdzeń całkowych z analizy wektorowej. Autor rozwija teorię form róż-

niczkowych zewnętrznych i w języku tej teorii formułuje twierdzenie Stokesa przechodząc następnie do twierdzeń Greena, Gaussa itp.

Ostatni rozdział części drugiej dotyczy teorii miary i całki Lebesgue'a. Pewne momenty, szczególnie początkowych rozważań tego rozdziału mogą budzić pewne zastrzeżenia. Na wstępie rozdziału przeprowadzone są pewne rozważania o przestrzeniach zero wymiarowych. Wyniki tych rozważań autor stosuje do budowy teorii miary w przestrzeniach ośrodkowych metrycznych. Punktem wyjścia jest miara określona *a priori* na przeliczalnej bazie zbiorów otwarto-domkniętych. Stosowany następnie proceder przedłużania miary nie odbiega od klasycznego. Ogólne wyniki stosuje się w przestrzeniach euklidesowych i otrzymuje się miarę Lebesgue'a. Jednak autor nigdzie nie mówi wyraźnie jakie korzyści może dać taki sposób ujęcia, dla którego punktem wyjścia są zbiory zero wymiarowe i określana na nich miara.

Wydaje się, że takie ujęcie początków teorii miary nie jest szczęśliwe. Miesza się bowiem fakty z teorii miary wolne od powiązań topologicznych z pojęciami, które są ściśle związane ze strukturą topologiczną pewnych zbiorów. I to miesza się w ten sposób, że początkujący czytelnik może odnieść fałszywe wrażenie na temat relacji między tymi dwoma gatunkami matematycznymi.

Po wyłożeniu zasadniczych twierdzeń z teorii całki autor podaje szereg zastosowań do analizy funkcjonalnej. Mowa jest o kształcie funkcjonałów liniowych w pewnych przestrzeniach funkcyjnych, o strukturze przestrzeni L_p, o słabej zbieżności. Warto zauważyć, że dość szczegółowo omówiony jest sposób przeniesienia teorii całki na funkcje o wartościach z przestrzeni Banacha (tzw. teoria całki Bochnera).

Reasumując należy stwierdzić, że omawiany podręcznik jest dobrym wzorem dokładnego i głębokiego ujęcia wykładu analizy. Bogactwo materiału i metod omówionych w podręczniku, sposób podejścia do problemów pozwalają sądzić, że nawet doświadczony wykładowca analizy może odnieść korzyść z lektury tego podręcznika.

Włodzimierz Mlak

J. Favard, *Cours d'analyse de l'école polytechnique*, tome II, Gauthier-Villars, Paris, 1960, str. 578.

Drugi tom kursu analizy obejmuje drugą i trzecią część całego kursu. Część druga stanowi kontynuację pewnej partii tomu I. Obejmuje ona trzy rozdziały bardzo zróżnicowane w treści i charakterze poruszanej problematyki. Pierwszy z rozdziałów stanowi właściwie uzupełnienie do tomu pierwszego. Zawiera pewne proste twierdzenia z rachunku całkowego, regułę różniczkowania pod znakiem całki i jej zastosowania. Podane są prócz tego pewne rozwinięcia niektórych ważnych funkcji i dość szczegółowo omówiona jest funkcja $\Gamma(x)$ Eulera. Drugi rozdział oprócz twierdzenia Weierstrassa o aproksymacji funkcji ciągłej przez wielomiany podaje pewne zastosowania ogólnych koncepcji analizy funkcjonalnej do przestrzeni L^2, ze stosownymi zaostrzeniami charakterystycznymi dla przestrzeni Hilberta. Rozdział trzeci omawia w zwięzły sposób szeregi trygonometryczne, podstawowe własności transformacji Fouriera (twierdzenie o odwracaniu, twierdzenie Plancherela) oraz elementy teorii dystrybucji na przestrzeni funkcji klasy C^∞ o nośnikach zwartych w R^n.

Część druga dotyczy funkcji analitycznych. Obejmuje ona dziewięć rozdziałów. Układ wykładu teorii funkcji analitycznych ma przy tym w zasadzie charakter tradycyjny. Ogólne rozważania ilustrowane są trafnie dobranymi przykładami: np. przy okazji omawiania przekształceń homograficznych dość szczegółowo omówiony jest ich związek z geometriami nieeuklidesowymi.