ROCZNIKI POLSKIEGO TOWARZYSTWA MATEMATYCZNEGO
Seria II: WIADOMOŚCI MATEMATYCZNE XVI (1973)

wmptm 1897

Ministerstwo Nauki i Szkolnictwa Wyższego

WITOLD KLONECKI (Wrocław) i WŁODZIMIERZ ZONN (Warszawa)

Jerzy Spława-Neyman

Jerzy Spława-Neyman zajmuje w dzisiejszej nauce wyjątkowe miejsce dzięki ogromnej różnorodności problemów stanowiących przedmiot jego zainteresowań. Wszechstronność ta jak się wydaje, ma swoje źródło z jednej strony w dążeniu Neymana do wyjaśniania nieznanych mechanizmów przyrody, a z drugiej chęci przeciwstawiania się schematom dogmatycznego myślenia w nauce. Niemałą też rolę przy wyborze tematów badań odgrywa u Neymana gotowość włączenia się do badań prowadzonych przez innych uczonych.

„...bardzo istotną rolę przy wyborze (tematów prac naukowych) grali moi bliscy koledzy, znajdujący się bądź to w pokoju sąsiednim, bądź też odlegli o tysiące mil, czynnie zainteresowani w danej problematyce. Mówi się, że przyjemność, której się z nikim nie dzieli, nie jest przyjemnością prawdziwą. Co do mnie, angażowanie się w jakimś problemie, którego z nikim nie dzielę, jest czymś „platonicznym" pozbawionym czynnego stosunku uczuciowego. Często się zdarza, iż problemy, którymi się przejmuję, są mi podsuwane przez innych, którzy już się byli w nie zaangażowali. W wyniku tego na liście moich publikacji przeważają pozycje napisane wspólnie z innymi autorami. Moje uzależnienie się od kolegów zainteresowanych bardzo różnymi zagadnieniami sprawiło, iż tematy nad którymi pracowałem dość uporczywie, acz w sposób zupełnie nieprzymuszony, stanowią konglomerat zatrącający dziwactwem: teoria zbiorów, podstawy statystyki, pewne zagadnienia astronomii, karcinogeneza, doświadczenia nad stymulacją deszczów ..." (1).

Dobór tematów badań Neymana nie jest jednakże przypadkowy, jakby można było sądzić z podanego cytatu. Przeglądając jego prace poświęcone zastosowaniom statystyki do nauk przyrodniczych zauważamy, że rozwiązuje w nich coraz to trudniejsze zagadnienia praktyczne, wymagające zawsze nowych ujęć i pomysłów.

Żyjemy w świecie, w którym proces specjalizacji posunął się tak daleko, że nawet uczeni pracujący w jednym instytucie przestają się nawzajem rozumieć. Niebezpieczeństwo tego stanu rzeczy jest oczywiste, i coraz głośniejsze są wołania o integrację

(1) Zarówno ten, jak też wiele innych cytowanych tutaj wyjątków pochodzi z artykułu J. Neymana *A Glance of Some of My Personal Experiences in the Process of Research* w tłumaczeniu autorów niniejszego szkicu.

nauki. Apele i deklaracje jednakże niewiele znaczą. Potrzeba ludzi, którzy by ową integrację zaczęli realizować zarówno w dziedzinie organizacji nauki, jak i też na przykładzie własnej działalności naukowej. Pod tym względem przykład Neymana jest czymś niezmiernie cennym i optymistycznym, zwłaszcza dla wielu zdolnych i inteligentnych uczonych, którzy nie idą śladami Neymana nie dlatego, iż ich na to nie stać, a raczej z obawy zmniejszonego sukcesu w wybranym przez siebie wąskim kierunku, z obawy przed dyskwalifikacją. Te właśnie względy zadecydowały o zaprezentowaniu sylwetki Jerzego Spławy-Neymana polskim Czytelnikom. Czynimy to, aby przekonać tych, którzy mogliby pójść jego śladami, że tak istotna w naszych czasach wszechstronność zainteresowań uczonego może być źródłem jego osobistej satysfakcji i szerokiego uznania.

Profesor Neyman jest wnukiem powstańca z 1863 r. zesłanego wraz z całą rodziną na Syberię. Jednemu z jego synów, który potem stał się ojcem Jerzego Neymana, pozwolono na zamieszkanie w Rosji Europejskiej, w okolicach rzadko zamieszkałych przez Polaków. W roku urodzenia Jerzego, w 1894, rodzina mieszkała w małym mieście Bendery, na pograniczu Rosji i Rumunii. Potem przenosi się do Symferopola, po śmierci zaś ojca (1906) do Charkowa, gdzie Jerzy Neyman kończy gimnazjum, potem uniwersytet (1916) zostając asystentem przy katedrze matematyki. W 1921 r., po podpisaniu pokoju w Rydze, Neyman przenosi się do Polski.

Niestety nie może otrzymać od razu żadnego odpowiedniego stanowiska na Uniwersytecie Warszawskim, decyduje się zatem na objęcie obowiązków statystyka w Instytucie Badań Rolnictwa w Bydgoszczy, a od 1923 r. zostaje kierownikiem Laboratorium Biometrycznego Instytutu Nenckiego oraz kierownikiem Laboratorium Statystycznego Szkoły Głównej Gospodarstwa Wiejskiego w Warszawie. Były to pierwsze, jednak nie najszczęśliwsze, kontakty Neymana ze statystyką matematyczną. Zajmowanie się nią traktował wtedy jako „obowiązek, który musiałem spełniać, aby mieć środki do życia". Prawdziwe zainteresowania Neymana tkwiły w zagadnieniach poruszanych przez Lebesgue'a, którymi pasjonował się jeszcze w czasie studiów w Charkowie.

Tym niemniej prowadzi ożywioną działalność naukową w zakresie statystyki. Już w wielu jego pierwszych pracach opublikowanych w tym okresie w Polsce widać nietradycyjne podejście do zagadnień statystycznych. Skala jego zainteresowań jest bardzo szeroka. Interesuje się sprawami ubezpieczeń społecznych, z którymi zetknął się w Instytucie Spraw Społecznych, zagadnieniami statystyczno-ekonomicznymi, a także zastosowaniem metod statystycznych do rozwiązania pewnych zagadnień z chemii przemysłowej. Współpracuje z GUS-em i różnymi instytutami rolniczymi. Szczególnie dużą działalność rozwija jako kierownik Laboratorium Biometrycznego Instytutu Nenckiego. Pisze wraz ze swoimi współpracownikami wiele prac poświęconych badaniom statystycznym nad bakteriami i wirusami oraz metodom statystycznym z zakresu doświadczalnictwa rolniczego. Skupia wokół siebie wielu młodych współpracowników. Nazwisko jednego z nich, Stanisława Kołodziejczyka, który zginął w kampanii wrześniowej w 1939 r., jest znane każdemu, kto zetknął się ze statystyką matematyczną.

W 1924 r. otrzymuje Neyman stypendium z Funduszu Kultury Narodowej. Jeden rok spędza w Londynie, gdzie kontaktuje się z Karolem Pearsonem, autorem *Grammar of Science*, która jeszcze za czasów studenckich oczarowała Neymana. Niemniej kontakty te nie zmieniły linii jego zamiłowań; udaje się do Paryża, gdzie wykładał Lebesgue i prowadzi seminaria Hadamard, i tam właśnie sporo czasu spędza Neyman, zajmując się teorią mnogości, teorią miary i całki. W tym czasie otrzymuje list od Egona Pearsona, zawierający propozycje podjęcia badań nad zagadnieniem konstrukcji testów statystycznych. List ten stał się punktem zwrotnym w życiu Neymana. Odtąd jego zainteresowania skoncentrowały się nad tym, co można by nazwać przekształceniem statystyki w dyscyplinę matematyczną. W tej dziedzinie pracował Neyman wspólnie z Egonem S. Pearsonem wiele lat.

W 1926 r. Neyman wraca do Polski i obejmuje wykłady w Warszawie w Szkole Głównej Gospodarstwa Wiejskiego i na Uniwersytecie Jagiellońskim w Krakowie. W tym okresie Neyman zajmuje się intensywnie podstawami statystyki. Jest to jeden z najbardziej twórczych okresów w jego działalności naukowej, a wyniki jakie wtedy otrzymuje w Polsce (dużo czasu na badaniach spędza wtedy w Mądralinie koło Otwocka) wytyczyły kierunek dalszego rozwoju statystyki na dziesiątki lat.

Jego sytuacja społeczna i materialna pozostaje jednak w dalszym ciągu trudna, głównie z powodu angażowania się Neymana w życie polityczne ówczesnej Polski. Bierze on udział w zebraniach Polskiego Związku Myśli Wolnej, stowarzyszenia o antyklerykalnym nastawieniu. Na posiedzeniach tego stowarzyszenia Neyman zreferował zagadnienie wydatków, jakie państwo polskie ponosi na utrzymanie wewnątrz kraju kościoła katolickiego. W oparciu o referat Neymana ktoś inny wydrukował w piśmie „Racjonalista" artykuł pt. *Wymowne cyfry*. Jest rzeczą istotną, że wszystkie dane liczbowe do swego artykułu zaczerpnął Neyman z oficjalnych dokumentów dotyczących budżetu państwa, dostępnych dla ogółu. Wystąpienia te jednak utrudniają Neymanowi dalszy awans, dlatego też kiedy otrzymuje w 1934 r. zaproszenie do Londynu, wyjeżdża z Polski. Tak zaczyna się emigracja Neymana.

W Londynie Neyman przebywa do 1938 r., gdzie prowadzi wykłady na University College. W 1937 r. otrzymuje ofertę profesury w Ann Arbor, w stanie Michigan, i jednocześnie w Berkeley w Kalifornii. Decyduje się jechać do Berkeley.

Odtąd, tzn. od 1938 r. Neyman jest organicznie związany z Uniwersytetem Kalifornijskim. Organizuje tam Laboratorium Statystyczne, skupiające uczonych przeróżnych narodowości o różnych zamiłowaniach i charakterach. Laboratorium to jest spełnieniem długoletnich marzeń Neymana o szeroko zakrojonej współpracy między statystykami a uczonymi innych specjalności. Od wielu lat jest ono jednym z czołowych i może największym w świecie ośrodkiem statystyki teoretycznej.

Wśród uczniów Neymana znajdujemy takie nazwiska, jak D. Blackwell, L. LeCam, G. B. Dantzig, F. N. David, E. L. Lehmann, M. Loève, E. L. Scott, H. Scheffé, Ch. M. Stein i wielu innych. Prace prowadzone w Laboratorium Statystycznym prowadzą do rozwinięcia teorii testowania hipotez, której podstawy zostały stworzone przez Neymana i Pearsona. Ośrodek ten jest też znany z badań prowa-

dzonych z zakresu teorii testów nieparametrycznych, teorii wielkich prób, jak też teorii funkcji decyzyjnych i programowania dynamicznego.

Obok badań teoretycznych prowadzi się w Laboratorium Statystycznym zakrojone na szeroką skalę badania nad zastosowaniem statystyki do rozwiązania konkretnych zagadnień praktycznych, np. z zakresu meteorologii, karcinogenezy, a ostatnio problemów zanieczyszczania środowiska. Z inicjatywy Neymana odbywają się w Berkeley co 5 lat, począwszy od 1945 r., Berkeleyskie Sympozja Statystyki Matematycznej i Rachunku Prawdopodobieństwa poświęcone statystyce matematycznej, rachunkowi prawdopodobieństwa i zastosowaniom matematyki do różnych dziedzin, jak astronomii, fizyki, biologii, medycyny, techniki, ekonometrii. Uczestniczą w nich czołowi statystycy i probabiliści z całego świata, wśród których jest wielu Polaków.

Ale i tego jest Neymanowi za mało. Co rok widzimy go w tym czy innym kraju na konferencjach i zjazdach, nawiązującego kontakty osobiste z uczonymi jakże różnych nieraz specjalności.

Mimo to znajduje wiele czasu na pracę przy biurku. Że tak jest w istocie świadczy chociażby lista publikacji obejmująca przeszło 160 pozycji, w tym kilka obszernych monografii.

Z Krajem utrzymuje Neyman stałe kontakty. Interesuje go rozwój nauki w Polsce i cieszy każde nasze osiągnięcie. Z jego inicjatywy przebywało w Berkeley wielu polskich matematyków, statystyków i astronomów. Nie szczędzi też swojego czasu na rozpowszechnianie w Stanach Zjednoczonych osiągnięć polskich uczonych. Razem z profesorem A. Zygmundem stoi na czele komitetu przygotowującego z okazji 500 rocznicy urodzin Kopernika obchody w Stanach Zjednoczonych. Jest głównym redaktorem księgi, jaką na tę rocznicę wydaje National Academy of Sciences w Waszyngtonie. Księga ta zawiera kilkanaście artykułów popularnonaukowych różnych autorów. Ideą przewodnią tych artykułów jest przedstawienie rewolucji naukowych w matematyce i naukach przyrodniczych, na wzór rewolucji, której dokonał Kopernik w astronomii, a nazywanych przez Neymana rewolucjami kopernikowskimi. Po wojnie Neyman przyjeżdża do Polski po raz pierwszy w 1950 r. z inicjatywy profesora Oskara Langego (który uczęszczał na jego wykłady w roku akademickim 1926/27 w Krakowie), konsultując wtedy Główny Urząd Statystyczny. Od tego czasu Neyman przebywał w Polsce wielokrotnie, ostatnio w 1966 r. Najnowsza spośród licznych jego prac opublikowanych w Polsce ukazała się w księdze pamiątkowej ku czci profesora O. Langego. Niedawno ukazał się w polskim przekładzie jego podręcznik z zasad rachunku prawdopodobieństwa i statystyki matematycznej. Od 1968 r. Neyman wchodzi w skład komitetu redakcyjnego Zastosowań Matematyki.

Omówienie całej różnorodnej działalności naukowej Neymana wymagałoby udziału specjalistów z wielu dziedzin: statystyki matematycznej, teorii pobierania prób, teorii eksperymentu, procesów stochastycznych, teorii epidemii, astronomii, biologii, meteorologii, karcinogenezy, ubezpieczeń społecznych, filozofii przyrody a omówienie jej zajęłoby dużo miejsca. W tym szkicu ograniczymy się tylko do omó-

wienia teorii testowania hipotez, zwanej dzisiaj teorią Neymana–Pearsona, teorii przedziałów ufności oraz teorii powstawania gromad i zastosowania tej teorii do badania rozmieszczenia galaktyk we wszechświecie.

Teoria testowania hipotez i teoria przedziałów ufności, którą omówimy, stanowi największe osiągnięcie Neymana z zakresu statystyki matematycznej, jednakże nie oddaje ona w pełni obrazu jego dotychczasowych osiągnięć w tej dziedzinie. Nie będzie bowiem omówione obszerniej twierdzenie o faktoryzacji dotyczące statystyk dostatecznych, ani uogólnienie twierdzenia Markowa o estymacji według metody najmniejszych kwadratów, ani twierdzenie o wypukłości zbioru wartości miary nieatomowej (udowodnione przez niego niezależnie od Lapunowa), które, jak to zostało pokazane przez Neymana, pozwala w pewnych przypadkach na uniknięcie randomizacji postępowań optymalnych. Nie będzie też mowy o pracach z teorii eksperymentu i licznych rozwiązanych przez niego problemach statystycznych, jakie wyłoniły się przy planowaniu i opracowaniu doświadczeń meteorologicznych dotyczących opadów i stymulacji deszczu. Nie będzie też omówiona teoria testów asymptotycznie optymalnych, podająca metodę konstruowania tzw. asymptotycznie optymalnych testów $C(\alpha)$ dla zagadnień, w których występują nie precyzowane przez hipotezę alternatywną parametry. Wreszcie zrezygnujemy z omówienia opublikowanej w 1933 r. książki w języku polskim *Zarys teorii i praktyki badania struktury ludności metodą reprezentacyjną* o optymalnych metodach pobierania prób, napisaną przez niego w okresie, kiedy pracował w Instytucie Spraw Społecznych. Po upływie około 30 lat od jej ukazania się znany specjalista z zakresu teorii pobierania prób P. V. Sukhatme tak napisał o wynikach Neymana(*): „Praca Neymana z 1934 roku otworzyła liczne nowe drogi dla owocnych badań z zakresu metod pobierania prób. Rozpoczęła ona w tym sensie całkowicie nową erę... Istotę tej idei można wyrazić słowem »efektywność«. Przed pracą Neymana nie znano takiej idei w historii metod pobierania prób. Od 1934 roku stała się ona celem, pobudzała nieprzerwanie do nowych badań w teorii pobierania prób oraz do ich praktycznych zastosowań".

Zainteresowanego czytelnika odsyłamy do oryginalnych prac Neymana częściowo wydanych w dwóch tomach dzieł zebranych *A selection of early statistical papers of J. Neyman* oraz Neyman and Pearson, *Joint statisticals papers* wydanych w 1967 r. przez University of California Press. Tam też można znaleźć pełną do 1967 r. bibliografię prac Neymana.

* *
*

Na to, aby można było właściwie ocenić twórczość Neymana z zakresu podstaw statystyki, wydaje się nam właściwym scharakteryzować idee, jakie były rozpowszechnione w statystyce teoretycznej do chwili odkryć Neymana. Zilustrujemy

(*) P. V. Sukhatme, *Major Developments in Sampling Theory and Practice*, Festschrift for J. Neyman, F. N. David, Editor (1966).

je dwoma przykładami. Rozpoczniemy od przedstawienia pewnego zadania dotyczącego komet, znalezionego przez Neymana w pracy Laplace'a z 1773 r. pt. *Mémoire sur l'inclinaison moyenne des orbites des comètes.* Jest to pierwszy znany nam dzisiaj przykład sprawdzenia hipotezy statystycznej. Drugi przykład dotyczyć będzie powszechnie stosowanego testu K. Pearsona, oznaczanego symbolem χ^2.

Laplace interesował się problemem, czy komety (za czasów Laplace'a znano ich około 60) należą, czy też nie należą do układu słonecznego. Laplace uważał, że jeżeli komety należą do układu słonecznego, to płaszczyzny ich orbit muszą wykazywać pewną preferencję orientacji w przestrzeni. Zaprzeczeniem tego — rozumował Laplace — jest hipoteza, powiedzmy H, że kąt X, jaki tworzy ekliptyka z płaszczyzną orbitalną komety, jest zmienną losową o rozkładzie jednostajnym w przedziale $(-\pi/2, \pi/2)$. Aby rozstrzygnąć czy zadecydować za lub przeciw hipotezie H, Laplace postanowił obliczyć średnią arytmetyczną $\bar{x}$ kątów $x_1, x_2, \ldots$, odpowiadających znanym kometom, i porównać tak otrzymaną wartość z wartością oczekiwaną zero, obliczoną pod warunkiem hipotezy H. Ponieważ nie można było oczekiwać, ażeby wyrachowana wartość $\bar{x}$ była dokładnie równa zero, Laplace znalazł rozkład średniej $\overline{X}$ dla n niezależnych zmiennych losowych o jednakowym rozkładzie jednostajnym w przedziale $(-\pi/2, \pi/2)$. Następnie obliczył prawdopodobieństwo implikowane przez hipotezę H, że średnia $\overline{X}$ będzie różnić się od zera co najmniej o tyle, ile wynosi wartość empiryczna $\bar{x}$

$$P = P(\overline{X} \geqslant \bar{x}|H).$$

Wartość tego wyrażenia okazała się dość duża. Wobec tego Laplace wnioskował, że odchylenie średniego kąta $\bar{x}$ od wartości oczekiwanej zero mogło zostać łatwo zaobserwowane pod warunkiem hipotezy H, a w takim razie nie ma żadnych podstaw wątpić w hipotezę H (gdyby otrzymana wartość prawdopodobieństwa P była mała, np. 1/1000, Laplace doszedłby do decyzji przeciwnej hipotezie H).

Drugi przykład jest następujący. Rozważmy serię niezależnych prób. Wynikiem każdej próby jest pojawienie się jednego z możliwych wzajemnie wykluczających się zdarzeń, powiedzmy $R_1, \ldots, R_s$. Rozważmy hipotezę H przypisującą zdarzeniu R_i prawdopodobieństwo p_i, $i = 1, \ldots, s$, jednakowe dla każdej próby. Niech X_i oznacza liczbę, ile razy zdarzenie R_i pojawi się w serii, oraz niech

$$\chi^2(X) = \sum_{i=1}^{s} \frac{(X_i - np_i)^2}{np_i}.$$

Jeżeli n jest dostatecznie duże, a iloczyny np_i, $i = 1, \ldots, s$, nie są zbyt małe, to, jak pokazał K. Pearson, zmienna $\chi^2(X)$ ma pod warunkiem hipotezy H w przybliżeniu rozkład χ^2 o $s-1$ stopniach swobody. Przypuśćmy, że w wyniku przeprowadzenia serii prób zaobserwowano wartości $X_i = x_i$, $i = 1, \ldots, s$. Niech $\chi^2(x)$ będzie obliczoną wartością zmiennej $\chi^2(X)$. Test K. Pearsona, to reguła odrzucania hipotezy H, gdy prawdopodobieństwo

$$P = P\left(\chi^2(X) > \chi^2(x)|H\right)$$

jest małe,

Streszczając, metoda w obu postępowaniach polegała na wyborze pewnej funkcji obserwowalnych zmiennych losowych i stosowaniu jej jako kryterium poprawności sprawdzanej hipotezy. Jeżeli zaobserwowano taką wartość kryterium, której odpowiadało małe prawdopodobieństwo zaobserwowania przy hipotezie sprawdzanej (patrz podane wzory), to hipotezę uważano za wątpliwą. W przeciwnym razie wyciągano wniosek, że nie ma podstaw dla przypuszczeń, że hipoteza jest niepoprawna. Yule i Kendall w podręczniku pt. *An Introduction to the Theory and Statistics* w ten sposób uzasadniali tę metodę postępowania: „Wartość P daje nam prawdopodobieństwo tego, że w wyniku losowania wartość χ^2 będzie tak duża, albo większa niż wartość zaobserwowana. Jeżeli P jest małe, to obserwacje dają nam mało prawdopodobną wartość χ^2. Wobec tego mamy dwie alternatywne konkluzje, albo (a) zaszło mało prawdopodobne zdarzenie, albo (b) rozbieżność faktu od teorii jest istotna dla pewnego realnego efektu i nie może być przypisana fluktuacjom losowania. Im mniejsza jest wartość P, tym bardziej jesteśmy skłonni przyjąć drugą część alternatywy. Jeżeli przyjmiemy ją, to wniosek, który wyciągniemy, będzie zależał od natury problemu. Czasami odrzucimy hipotezę, a czasami poddamy w wątpliwość technikę losowania... Nie możemy jednakże iść w kierunku przeciwnym i powiedzieć, że jeżeli P nie jest małe, to udowodnione zostało, że nasza hipoteza jest prawdziwa. Wszystko, co możemy powiedzieć sprowadza się do tego, że test nie daje żadnych podstaw dla przypuszczeń, że hipoteza jest niepoprawna".

Chociaż metoda postępowania, którą przyjął Laplace, a także jej uzasadnienie rozpowszechniane przez Yule'a i Kendalla zostały powszechnie przyjęte, niektórzy uczeni odnosili się do niej krytycznie. I tak na przykład Bertrand zwracał uwagę na fakt, że w niektórych przypadkach można podać dwa różne kryteria, które mogą dawać sprzeczne orzeczenia. Doszedł on do pesymistycznego wniosku, że użyteczność testów statystycznych jest iluzją. Inni uczeni, jak na przykład Borel, przyznając słuszność tej krytyce byli zdania, że mogą istnieć specjalne kryteria „en quelque sorte remarquables", których użyteczność można ustalić w sposób rygorystyczny.

Celem badań, jakie podjęli w 1926 r. Neyman i Pearson było, jak to ujął E. Pearson([3]), „szukanie pewnej ogólnej zasady lub zasad przemawiających do intuicji, którymi można by kierować się przy wyborze między kryteriami".

Jednym z możliwych kierunków badań było powołanie się przy wyborze kryterium testowania hipotezy statystycznej na twierdzenie Bayesa i postulowanie dla tego celu pewnego rozkładu prawdopodobieństwa a priori.

Badania nie poszły jednakże w tym kierunku. Przeciwko posługiwaniu się twierdzeniem Bayesa wypowiadał się R. F. Fisher, a także E. Pearson. Neyman określa swój stosunek do tej sprawy następująco([4]), „... jestem przeciwny dogma-

---

([3]) E. Pearson, *The Neyman-Pearson Story: 1926-1934*, Festschrift for J. Neyman, F. N. David, Editor (1966).

([4]) J. Neyman, *Inductive Behavior as a Basic Concept of Philosophy of Science*, Inter, Stat. Inst., Vol. 25 (1957).

tyzmowi, który od czasu do czasu widoczny jest w stosowaniu reguły Bayesa, gdy prawdopodobieństwa a priori nie są dane przez warunki omawianego problemu i autor próbuje narzucić użytkownikowi metod statystycznych pewną szczególną postać rozkładu a priori wynalezioną przez niego dla tego szczególnego celu". Innym niezadowalającym według Neymana elementem przy tego rodzaju podejściu jest brak rozważań o tym, co ma być osiągnięte.

Punktem wyjścia dla nowej teorii stworzonej przez Neymana i Pearsona jest fakt, że ze względu na przypadkowość wyników nie jest możliwe nieomylne wykrywanie prawdy, gdyż decyzja o tym, czy hipotezę statystyczną odrzucić, czy przyjąć, jest funkcją obserwacji. Jeżeli obserwacje te powstają w wyniku działania mechanizmu losowego, tzn. jeżeli są zmiennymi losowymi, to decyzja oparta na nich jest też zmienną losową. Może ona być poprawna, albo błędna. Każdą określoną metodę podejmowania decyzji, opartą na obserwacjach mechanizmu losowego charakteryzują możliwe do obliczenia prawdopodobieństwa popełnienia poprawnych i niepoprawnych decyzji. Podstawowym celem teorii według Neymana i Pearsona ma być określenie takich metod podejmowania decyzji, które, niezbyt dokładnie mówiąc, minimalizowałyby prawdopodobieństwa popełnienia możliwych błędów, a w każdym razie błędów ważniejszych. Dodajmy, że przyjęcie stanowiska, aby przedmiotem badań były konsekwencje wynikające z przyjęcia lub odrzucenia hipotezy, a nie sam fakt, jej prawdziwości lub fałszywości, było na owe czasy niezwykle odważne i rewelacyjne.

W przypadku testowania hipotez statystycznych, każda z dwóch możliwości, przyjęcia hipotezy H i jej odrzucenia (gdy odrzucamy hipotezę H, to przyjmujemy hipotezę alternatywną, powiedzmy $\overline{H}$) może być błędne. Hipoteza H może być faktycznie prawdziwa, a test ją odrzuci. Albo hipoteza H może być fałszywa, a test może jej nie odrzucić.

W praktyce konsekwencje tych błędów nie są na ogół jednakowe, i dlatego naturalne jest, że należy traktować je odmiennie. Znajduje to odzwierciedlenie w terminologii. Wyrażenie *błąd pierwszego rodzaju* używa się na określenie błędu, którego unikanie uważa się za ważniejsze. Pozostały błąd określa się mianem *błędu drugiego rodzaju*. Spośród dwóch rozpatrywanych alternatyw H i $\overline{H}$, *hipotezą sprawdzaną*, którą przyjęto oznaczać przez H, nazywa się tę, której odrzucenie prowadzi do popełnienia błędu pierwszego rodzaju.

Hipoteza $\overline{H}$ nie musi być tutaj bezwzględną negacją hipotezy H. Na ogół w problemach praktycznych warunki pozwalają ustalić klasę wszystkich możliwych w danym problemie hipotez, czyli tak zwaną klasę pojedynczych hipotez dopuszczalnych. W takiej sytuacji, jak zwrócili na to uwagę Neyman i Pearson, hipotezą alternatywną H nie będzie bezwzględna negacja hipotezy H (jak przyjęte zostało w obu podanych wyżej przykładach), ale reszta hipotez z postulowanego zbioru pojedynczych hipotez dopuszczalnych zawartych w hipotezie H.

Pojęcie zbioru hipotez dopuszczalnych wprowadzone przez Neymana i Pearsona jest jednym z podstawowych elementów tej teorii i ono zadecydowało o jej sukcesie.

Rolę tego pojęcia, jak też i innych pojęć teorii Neymana–Pearsona zilustrujemy za Neymanem([5]) na przykładzie jednostajnie najmocniejszego testu ustalonej hipotezy H przy ustalonym zbiorze hipotez dopuszczalnych Ω. Własności definiujące test jednostajnie najmocniejszy są następujące:

(a) Jeżeli hipoteza sprawdzana H jest prawdziwa, to używanie testu jednostajnie najmocniejszego prowadzi do odrzucenia hipotezy H z prawdopodobieństwem nie przekraczającym zadanej liczby α, noszącej nazwę *poziomu istotności.*

(b) Dla jakiejkolwiek innej procedury testującej T gwarantującej taki sam poziom istotności α i dla jakiejkolwiek pojedynczej hipotezy $h \in \Omega$ prawdopodobieństwo tego, że test jednostajnie najmocniejszy odrzuci hipotezę H, gdy h jest hipotezą prawdziwą, jest co najmniej równe prawdopodobieństwu tego, że procedura testująca T odrzuci H w tych samych warunkach.

Spostrzeżenie, że wyznaczenie optymalnego testu sprowadza się do pewnego zadania na ekstremum z warunkami pobocznymi jest uważane powszechnie za jedno z największych odkryć dokonanych w statystyce matematycznej. Pozwoliło ono zastąpić nieuzasadniony wybór kryterium poprawności sprawdzanej hipotezy przez optymalne kryterium otrzymane jako rozwiązanie pewnego zadania na ekstremum z określonymi warunkami pobocznymi. Odkrycie to otworzyło nowy rozdział w statystyce matematycznej charakteryzujący się poszukiwaniem optymalnych reguł decyzyjnych. Dodajmy, że Neyman i Pearson, jak się później okazało, oparli swoje rozwiązanie zagadnienia testowania hipotez dokładnie na tych samych zasadach, na jakich Laplace i Gauss oparli rozwiązanie zagadnienia estymacji.

Odkrycie to zostało dokonane w tym okresie, kiedy Neyman jeszcze przebywał w Polsce. O okolicznościach towarzyszących temu odkryciu mówi Neyman w następującej notce biograficznej:

„...Jestem w stanie wskazać na pewien określony moment, kiedy to zrozumiałem, jak należy sformułować niedogmatycznie zagadnienie najmocniejszego testu pojedynczej hipotezy statystycznej przy ustalonej alternatywie. Dziś ów problem wydaje się całkowicie trywialny, w zasięgu początkującego doktoranta, wtedy jednak — muszę się do tego przyznać — zajęło to kilka lat pracy E. Pearsonowi i mnie. Rozwiązanie tego szczególnego zagadnienia przyszło mi do głowy pewnego wieczoru, kiedy siedziałem samotny w Laboratorium Statystycznym Szkoły Głównej Gospodarstwa Wiejskiego w Warszawie, myśląc uporczywie nad czymś, co mogłoby być oczywiste znacznie wcześniej. Budynek był zamknięty na klucz. Około 8 wieczorem posłyszałem głosy wołające mnie. Była to moja żona wraz z kilkoma przyjaciółmi, którzy oznajmili, że czas już na pójście do kina. Pierwszą moją reakcją było niezadowolenie. Wstając od biurka, aby odpowiedzieć na wołanie, poczułem nagle, że zrozumiałem: że dla danego obszaru krytycznego i dla danej pojedynczej hipotezy alternatywnej można obliczyć prawdopodobieństwo popełnienia błędu drugiego rodzaju, reprezentuje go określona całka. Jeżeli tak, to optymalnym obszarem kry-

([5]) J. Neyman, *Behavioristic Points of View on Mathematical Statistics*, On Political Economy and Econometrics, Essays in Honour of Oskar Lange, PWN, Warszawa 1966.

tycznym będzie taki, który zminimalizuje ową całkę, przy tym warunek brzegowy musi być związany z prawdopodobieństwem błędu pierwszego rodzaju. Mamy tu zatem do czynienia ze szczególnym zagadnieniem rachunku wariacyjnego, zapewne bardzo prostym.

Myśli te przyszły mi do głowy w ułamku sekundy, zanim wyjrzałem przez okno, aby dać znać o sobie żonie. Mam je jak najwyraźniej w pamięci, natomiast nie bardzo zdaję sobie sprawę z tego, jaki film oglądaliśmy wtedy. Zapewne z Busterem Keatonem".

Rozwijając stworzoną przez siebie teorię Neyman i Pearson w głównej swojej pracy pt. *On the problem of the most efficient tests of statistical hypotheses*, opublikowanej w 1933 r., oraz w dalszych pracach, podali metody i pojęcia dla testowania zagadnień obejmujących złożone hipotezy alternatywne, dla których nie istnieją testy jednostajnie najmocniejsze. Najważniejszymi spośród tych pojęć, dzisiaj powszechnie znanymi, są pojęcia jednostajnie najmocniejszego testu nieobciążonego, testu lokalnie najmocniejszego, lokalnie najmocniejszego testu nieobciążonego.

Szczególnie duże znaczenie z zakresu podstaw statystyki matematycznej ma napisana z inicjatywy Neymana razem z Pearsonem w 1933 r. praca pt. *The testing of statistical hypothesis in relation to probabilities a priori*, w której autorzy podejmują próbę powiązania stworzonej teorii testowania hipotez z metodami bayesowskimi. Próby te, oraz pewne rozważania ekonometryczne doprowadziły autorów do takich pojęć, jak minimaks, minimalne średnie ryzyko, itd., które występują w statystycznej teorii funkcji decyzyjnej stworzonej pod koniec lat trzydziestych przez Abrahama Walda. Neymana uważa się dzisiaj powszechnie za prekursora tej teorii.

Drugi cykl prac Neymana o fundamentalnym znaczeniu dla teorii statystyki tworzą prace poświęcone przedziałom ufności. Kompletna teoria przedziałów ufności zostaje opublikowana w 1937 r. w pracy pt. *Outline of a theory of statistical estimation based on the classical theory of probability*. Neyman z właściwą sobie jasnością i precyzją przedstawia w niej teorię przedziałów ufności opartą na aksjomatach rachunku prawdopodobieństwa Kołmogorowa. Pokazuje, że można zbudować teorię przedziałów ufności bez odwoływania się do twierdzenia Bayesa, a także odkrywa powiązania, jakie istnieją między stworzoną teorią przedziałów ufności a teorią testowania hipotez. Dzięki temu, jak pokazał Neyman, skonstruowanie optymalnego przedziału ufności sprowadza się do wyznaczenia optymalnych testów dla odpowiedniej klasy hipotez.

O tym jak bardzo oryginalnymi były idee Neymana z zakresu teorii estymacji przedziałowej i jak trudna ich asymilacja, świadczy najlepiej fakt, że jeszcze pod koniec lat pięćdziesiątych R. A. Fisher, uważany za jednego z twórców nowoczesnej statystyki matematycznej, występował przeciwko posługiwaniu się tymi metodami. Stworzył on kilka lat przed Neymanem tzw. teorię fiducjalną. Jednakże idea przedziałów ufności przeważyła.

Na zakończenie tego krótkiego przeglądu wyników Neymana w zakresie podstaw statystyki matematycznej dodajmy, że przełomowych tych odkryć można było

dokonać wychodząc z całkiem nowatorskiej pozycji teoretycznej. Była nią idea, aby w warunkach, kiedy mamy do czynienia z ograniczonym zasobem obserwacji, nie przyjmować rozwiązań dogmatycznych, ale w każdym przypadku szukać racjonalnego, optymalnego postępowania. Idea ta, nazwana przez Neymana „postępowaniem indukcyjnym", zaczęła się pojawiać już w pierwszych pracach Neymana, a dokładnie precyzuje ją Neyman w opublikowanej w 1957 r. pracy pt. *Inductive Behavior as a Basic Concept of Philosophy of Sciences.* „Dostosowanie się do »postępowania indukcyjnego« jest to uznanie, że celem każdego poważnego badania naukowego jest przygotowanie gruntu dla wyboru jednego z kilku rozważanych postępowań. Ponadto również uznanie, że użyteczność takiego lub innego postępowania zależy od okoliczności i oczywiście subiektywnych preferencji i wierzeń zainteresowanego osobnika".

* *
*

Zainteresowanie Neymana mechanizmami tworzenia się gromad wzbudziła współpraca z pewnym biologiem, którego interesowało rozmieszczenie określonego gatunku larw. Wiadomo wówczas było, że liczba larw, jaką znajduje się na poletkach o jednakowej powierzchni, nie ma rozkładu Poissona. Za często spotyka się poletka puste, a za rzadko z jedną larwą. Nietrudno domyśleć się, co jest tego powodem. Owady znoszą naraz kilkanaście jajeczek, a larwy, które się wylęgną nie rozchodzą się zbyt daleko. Neyman postawił sobie za zadanie odgadnięcie istotnych cech tego mechanizmu, opisanie ich w terminach matematycznych, a następnie znalezienie rozkładu teoretycznego liczby larw. Wynikiem tych badań było odkrycie przez Neymana dwóch klas rozkładów, nazywanych rozkładami *A* i *B* Neymana, które zostały opublikowane w 1939 r. w pracy pt. *On a new class of 'contagious' distributions, applicable in entomology and bacteriology.*

Odtąd Neyman poświęca dużo miejsca w swoich badaniach zagadnieniu tworzenia się gromad, starając się rozwijać swoje idee i modelować mechanizmy coraz to bardziej skomplikowanych zjawisk. I tak w czasie drugiej wojny światowej wykorzystuje swoją teorię tworzenia gromad do opracowania optymalnego sposobu niszczenia pól minowych w Normandii za pomocą bomb zrzucanych z samolotów. Później wykorzystuje swoje idee konstruując modele rozprzestrzeniania się epidemii, znacznie bardziej realne niż modele wcześniejsze. Uwzględnia on bowiem element geografii, który wcześniej autorzy niewystarczająco uwzględniali lub też całkowicie ignorowali. Najwięcej jednakże dotąd czasu Neyman poświęcił badaniu mechanizmu tworzenia się gromad w związku ze swoimi badaniami w zakresie kosmologii, a w szczególności rozmieszczeniu galaktyk we wszechświecie, które to badania chcemy omówić nieco obszerniej. Przedtem chcielibyśmy jednakże dodać, że tematyka badań, jaką zapoczątkował Neyman swoimi badaniami nad mechanizmem tworzenia się gromad, została przez niego i wielu innych autorów bardzo rozbudowana. Stanowi ona dzisiaj obszerny rozdział w teorii rozkładów dyskretnych oraz w teorii stochastycznych procesów punktowych.

Zainteresowanie Neymana problemami astronomicznymi wzbudziła współpraca z astronomem C. D. Shane'em, dyrektorem Obserwatorium Astronomicznego w Lick w Kalifornii, oraz z E. L. Scott. Shane dokonał zliczeń galaktyk i zauważył przy tym, że rozkład empiryczny liczby galaktyk w kwadratach o jednakowej powierzchni, na które podzielił obserwowany przez siebie wycinek nieba, nie wykazuje żadnego podobieństwa do rozkładu Poissonowskiego. Stąd wyciągnął wniosek, że rozkład galaktyk we wszechświecie jest nielosowy i gorąco pragnął poznać mechanizm, który prowadzi do obserwowanego rozkładu empirycznego galaktyk. W tych latach, a było to około 1950 r., znane były już niektóre koncentracje galaktyk, jednakże w dyskusjach przyjmowało się raczej bez zastrzeżeń założenie, że są one losowo rozmieszczone w przestrzeni. Takie stanowisko było konsekwencją oparcia rozważań o wszechświecie na modelach deterministycznych, a więc opisywanie zjawisk kosmologicznych deterministycznymi układami równań różniczkowych i całkowych. Wraz jednak z upływem lat zaczyna coraz głośniej mówić się o gromadach galaktyk. Pojawiają się też pierwsze katalogi gromad galaktyk (Zwicky, 1961-1968). Prace Neymana i jego współpracowników w dużym stopniu przyczyniły się do tej ewolucji pojęć o rozmieszczeniu galaktyk we wszechświecie.

Neyman głosi pogląd, że świat, tak jak go widzimy, jest pojedynczą realizacją czterowymiarowego procesu stochastycznego (trzech wymiarów przestrzennych i czasu), stacjonarnego w trzech kierunkach przestrzennych. Realizacja tego czterowymiarowego procesu stochastycznego nie jest bezpośrednio obserwowalna, gdyż to, co jest widoczne, jest obrazem tego, co działo się w różnych okresach w przeszłości. Na płycie fotograficznej widzimy tylko rzut tej czterowymiarowej przestrzeni na przestrzeń dwuwymiarową. Neyman przewiduje, że podejście niedeterministyczne może dać odpowiedź na pytania, które postawiła teoria deterministyczna, a które dotąd są bez odpowiedzi, jak np. pytanie o rozszerzaniu się wszechświata.

Zadanie jakie postawił sobie Neyman(6) polegało na „skonstruowaniu procesu stochastycznego opartego na pojęciach, które mogłyby służyć jako idealizacja różnych obiektów będących przedmiotem obserwacji astronomów, pojęć o różnych własnościach, które rozważa się w badaniach teoretycznych". Podstawowe założenia, leżące u podstaw skonstruowanego przez siebie modelu, Neyman opublikował w 1955 r. w pracy pt. *Sur la théorie probabiliste des amas de galaxies et la vérification de l'hypothèses de l'expansion de l'univers*". Wychodząc z tych założeń (niektóre z nich, jak się później okazało, trzeba było zmodyfikować) Neyman podejmuje wysiłek, aby rozwiązać niektóre zagadnienia kosmologii i stawia wiele nowych zagadnień. Przy próbach konfrontacji zaproponowanego modelu z wynikami obserwacji wyłoniło się wiele nowych przeszkód do pokonania. Źródłem ich jest to, że istniejące katalogi są, używając terminologii statystycznej, próbą obciążoną. Astronomowie nie rejestrują bezbłędnie galaktyk, które znalazły się na płycie fotograficznej (na tym tle doszło nawet do pewnego konfliktu z bardzo znanym astronomem). Galaktyki mają różną jasność. Widzimy więc, szczególnie w dalekich od

(6) Jerzy Neyman, *Stochastic Approach to Cosmology* (1963).

nas gromadach tylko te najjaśniejsze galaktyki, co nie daje nam pełnego obrazu rzeczywistości. Należy więc rozróżniać między rozkładami katalogowymi galaktyk a rozkładami rzeczywistymi. Należy wprowadzić pojęcie prawdopodobieństwa (tzw. funkcji selekcji), że określony obiekt zostanie przez astronoma zakatalogowany i wskazać, jak można je oszacować. Ponadto brak jest dotąd niezbędnych danych obserwacyjnych na zbudowanie adekwatnego modelu struktury międzygwiezdnej (pył międzygwiezdny) przysłaniającej, zwłaszcza w okolicach Drogi Mlecznej niektóre obszary nieba.

Mimo jednakże, zdawałoby się nie do pokonania trudności, Neyman potrafi ze swoich dociekań wyciągnąć interesujące wnioski. Oto dwa przykłady. Jak wiadomo istnieją różne typy morfologiczne galaktyk, np. galaktyki eliptyczne, spiralne i inne. Ponieważ poszczególne typy różnią się jasnością, przeto zakatalogowany rozkład typów galaktyk w gromadach będzie się tym bardziej różnił od rzeczywistego, im dalej znajduje się obserwowana gromada. Neymanowi i jego współpracownikom([7]) udało się w oparciu o pewne obserwacje uzyskane dla niezbyt dalekich galaktyk oszacować katalogowe rozkłady typów morfologicznych kilku gromad i porównać je z ocenami uzyskanymi z katalogów. Otrzymane wyniki podajemy w tablicy.

Skład procentowy typów morfologicznych galaktyk

Typ morfologiczny	Grupy bliskie $n = 32$		Virgo $n = 80$		Grupy pośrednie $n = 72$		Coma $n = 46$		Gromady dalekie $n = 48$	
	*	**	*	**	*	**	*	**	*	**
EO-E3	7,0	6,2	10,6	12,5	18,1	22,2	34,8	34,8	44,1	47,9
E4-E7, Ep	5,3	9,4	5,0	16,0	6,2	9,7	8,8	19,6	12,3	8,3
SBO, SBa	4,1	9,4	5,6	10,0	4,6	13,9	2,3	0,0	1,1	2,1
SBb	3,4	3,1	5,0	2,5	6,3	4,2	7,8	2,2	5,8	0,0
SO, SOp	12,5	6,2	13,7	15,0	16,1	23,6	20,5	28,3	21,0	14,6
Sa, Sap, Sab	7,1	12,5	11,2	8,8	11,6	11,1	8,8	8,7	4,3	18,7
Sb, Sbc	21,8	12,5	20,6	12,5	17,5	8,3	11,0	2,2	8,0	6,2
Sc, Scp, SBc	38,8	40,6	28,5	23,8	19,5	6,9	5,9	4,3	3,3	2,1
Współczynnik korelacji	0,90		0,73		0,32		0,88		0,90	

* oczekiwane, ** obserwowane.

W tabeli tej w kolejnych podwójnych kolumnach zestawione są oceny procentów dla poszczególnych typów morfologicznych galaktyk otrzymane przez Neymana i jego współpracowników oraz na podstawie katalogu. Z tabeli tej widać, że otrzymane oceny dobrze pokrywają się z obserwacjami. Tabela ta, jak zauważył Neyman, ma jeszcze jeden interesujący aspekt. Gromada Virgo znajduje się w odleg-

([7]) J. Neyman, E. L. Scott and W. Zonn, *Abundance of morphological types among galaxies in clusters and in the field*, Astronomical J. 67 (1962).

łości około 22 milionów lat świetlnych, następne zaś w odległości kilkuset milionów lat świetlnych. Dlatego też zgodność uzyskanych ocen, jak mówi Neyman, może wskazywać na to, że w odległej przeszłości skład procentowy typów morfologicznych populacji galaktyk musiał być podobny do tego, jaki obserwujemy w niezbyt dawnych epokach, do których odnoszą się dane zaobserwowane dla bliskich galaktyk. A zatem tabela ta przemawia za wysoce kwestionowaną dzisiaj teorią, że wszechświat znajduje się ciągle w stanie tworzenia, która została zaproponowana w 1956 r. przez trzech uczonych Bondiego, Goldiego i Hoyle'a.

Drugim wynikiem Neymana, o którym chcielibyśmy wspomnieć, to badane przez niego zagadnienia stabilności gromad galaktyk. Z jego inicjatywy zorganizowano międzynarodowe sympozjum, na którym Neyman przedstawił pracę podważającą dawne przekonanie astronomów o stabilności gromad. Praca ta była jednym z pierwszych sygnałów ostrzegających astronomów przed zbyt apriorycznym traktowaniem wielu zagadnień kosmologicznych, była jednocześnie zachętą do bardziej szczegółowych badań nad dynamiką gromad galaktyk i galaktyk wielokrotnych. Jak dotąd wszystko wskazuje na to, że sugestie Neymana były słuszne. Jak się okazało, wiele gromad i układów wielokrotnych znajduje się w stanach ekspandujących.

Dziedzina kosmologii, którą Neyman zapoczątkował i proponuje nazywać *kosmologią niedeterministyczną*, jest jeszcze pełna nierozwiązanych problemów. Neyman zdaje sobie sprawę z tego, że podejmowane przez niego próby są pierwszym krokiem na drodze do skonstruowania stochastycznego modelu zjawisk kosmologicznych. W szczególności uważa za rzecz konieczną zastąpienie przestrzeni euklidesowej, którą przyjmował w swoich rozważaniach, inną, nieeuklidesową przestrzenią. Ogromną zasługą Neymana jest to, że dał on właściwą probabilistyczną koncepcję podstawowym rozważaniom nad rozmieszczeniem i ruchem galaktyk i gromad galaktyk we wszechświecie. Można mieć nadzieję, że rozpoczęte przez Neymana badania zachęcą innych astronomów i statystyków do kontynuowania jego prac. Podejściem do zagadnień kosmologicznych Neyman niewątpliwie wyprzedza dzisiejszą epokę.

Omawiając działalność Neymana nie można pominąć milczeniem licznych jego prac poświęconych metodologii statystycznej i filozofii nauk. Należałoby wymienić tutaj przede wszystkim pracę pt. *Two breakthroughs in the theory of statistical decision making*, która omawia zagadnienia interpretacji i analizy wyników doświadczeń, oraz opublikowaną w 1960 r. pracę *Indeterminism in science and new demands on statisticians*, w której Neyman dokonuje przeglądu rozwoju metod statystycznych i wskazuje kierunki ich dalszego rozwoju. Za najważniejszą z zakresu filozofii nauk uważa się wspomnianą już wcześniej pracę *Inductive Behavior as a Basic Concept of Philosophy of Sciences*. Omawia w niej Neyman rolę, jaką w nowoczesnych empirycznych metodach badawczych spełnia pojęcie „postępowanie indukcyjne" proponowane przez niego w miejsce pojęcia „rozumowanie indukcyjne" rozpowszechnionego przez filozofów. Nie mając należytego przygotowania filozoficznego, autorzy nie są w stanie ocenić trafności i wnikliwości niektórych wypowiedzi Neymana na

temat filozofii nauk, ani ich streścić. Dlatego ograniczamy się jedynie do zacytowania niektórych ustępów z tej pracy:

„...Ogólny rozwój nauki można by porównać do procesu uczenia się przez dziecko chodzenia ... Jest to proces kolektywny, rozwijający się mniej lub bardziej spontanicznie, przy którym uwaga uczonych koncentruje się raczej na obiekcie ich badań niż na procesie mentalnym, który w nich się odbywa. Sytuacja przypomina dziecko, które stara się odbyć pierwszą wędrówkę wokół pokoju dziecinnego unikając upadku, całkowicie nieświadome posiadania mięśni i porządku, w jakim te mięśnie muszą się kurczyć i rozprężać. Zagadnieniem filozofii nauki jest anatomizacja procesu badań naukowych; wyraźne ujawnienie procesów mentalnych z nimi związanych i ich klasyfikacja. W stosunku do nauki filozofia spełnia zatem tę samą rolę, jaką odgrywa anatomia i neurologia w stosunku do procesu chodzenia..."

Interesujące wydają się nam też wypowiedzi na temat różnic w deterministycznym i niedeterministycznym podejściu do badania zjawisk empirycznych.

„...Ujawnienie różnicy między tymi dwoma podejściami do tych samych zjawisk jest rzeczą istotną i dlatego podkreślę ją przez sformułowanie pytań, na jakie usiłuje się odpowiedzieć w każdym z tych podejść. W pierwszym przypadku (mowa jest o deterministycznym traktowaniu zagadnienia dziedziczności) rozpatrujemy przodków danego indywiduum i domagamy się odpowiedzi na pytanie, jakie dokładnie charakterystyki (np. kolor oczu) musi dane indywiduum posiadać. W drugim przypadku rozpatrujemy pewną kategorię indywiduów, mających przodków o tych samych charakterystykach, i pytamy się, jaka jest częstość wśród nich indywiduów o niebieskich oczach. To drugie podejście, implikujące pytanie »jaka jest częstość« jest właśnie podejściem niedeterministycznym. Nieco naiwnym, przemawiającym jednak do wyobraźni przedstawieniem niedeterministycznego punktu widzenia jest to, że nie ma w nim zbioru »przyczyn«, które determinują przyszły rozwój danego zjawiska w sposób jednoznaczny. A oto mniej naiwna wersja tej samej sprawy: wtedy, gdy zawodzą wszystkie deterministyczne modele pewnej klasy zjawisk, pozostaje możliwość udzielenia odpowiedzi na pytanie »jaka jest częstość?«. Ta odpowiedź jest interesująca sama w sobie".

Na zakończenie oddajmy jeszcze raz głos J. Neymanowi, który sam siebie scharakteryzował w sposób, jakże skromny, nie pozbawiony tak typowej dla niego nutki ironii:

„...Przedstawiony wyżej szkic historii moich uczuciowych zaangażowań... sugeruje porównanie mego życia naukowego z pewnego rodzaju niemarkowskim procesem błądzenia z (czasowo) absorbującymi ekranami... Niemarkowski charakter mojej pracy wiąże się, tak jak w przypadku procesu skupiania się galaktyk, z pamięcią o dawnych doświadczeniach. Każdy przypadek »absorpcji« był wynikiem odmiennego zbioru faktów. Elementami wspólnymi w tych wszystkich zbiorach wydają się moja gotowość do uczuciowego angażowania się w zainteresowania i entuzjazm innych ludzi, niezależnie od tego, czy mi się wydają sympatyczni, czy nie, oraz szczególnie w ostatnich dekadach, radość przeżywana wtedy, gdy się próbuje zgłębić mechanizmy losowe zjawisk świata empirycznego".

Dodajmy do tego, że uczuciowe angażowanie się Neymana w zainteresowania i entuzjazm innych ludzi nie pozbawia go krytycyzmu i nie zmniejsza wymagań stawianych innym ludziom (i sobie). Niektóre jego kontakty z innymi uczonymi przedzierzgają się w rodzaj walki w najszlachetniejszym tego słowa znaczeniu. Walki o poprawne stosowanie metod probabilistycznych, o właściwe operowanie tą, jakże niebezpieczną w niewprawnym ręku bronią. O to walczy Neyman z niesłabnącą energią od dawna, i wiele już w tej walce osiągnął.