wmptm 1897

Wiktor Oktaba i Edward Niedokos, *Matematyka i podstawy statystyki matematycznej*, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1971, str. 237, cena zł 20.—

Książka zawiera materiał przeznaczony dla słuchaczy I roku wydziałów rolniczego, ogrodniczego, zootechnicznego i rybackiego Wyższych Szkół Rolniczych. Składa się z trzech części: I. Rachunek różniczkowy i całkowy (rozdziały: 1. Wiadomości wstępne; 2. Funkcje jednej zmiennej; 3. Pochodne funkcji jednej zmiennej; 4. Funkcje wielu zmiennych 5. Całki nieoznaczone; 6. Całki oznaczone). II. Wstępne wiadomości z algebry liniowej (rozdziały: 7. Wektory; 8. Wyznaczniki i macierze). III. Podstawy statystyki matematycznej (rozdziały: 9. Wiadomości wstępne; 10. Populacje i próby jednej zmiennej; 11. Zmienne losowe jednowymiarowe i ich rozkłady. Oceny parametrów; 12. Rozkłady z próby. Oceny parametrów; 13. Populacje i próby dwóch zmiennych; 14. Regresja wielokrotna i jej zastosowania; 15. Wnioskowanie statystyczne). Autorem pierwszej części książki jest E. Niedokos, części II i III — W. Oktaba.

Ministerstwo Nauki i Szkolnictwa Wyższego

Z uwagi na charakter książki warto jest omówić przede wszystkim jej aspekty dydaktyczne, i to nie tyle od strony wyboru problematyki (który został, jak to zaznaczają autorzy, dokonany na konferencji w Rogowie w 1965 r.), lecz głównie od sposobu ujęcia materiału.

Ze względu na osobiste zainteresowania, przedmiotem niniejszej recenzji będzie przede wszystkim trzecia część książki, poświęcona podstawom statystyki matematycznej.

Ogólnie, pewne wątpliwości budzi tu sposób organizacji materiału. Autor rozpoczyna od przedstawienia pewnych formalnych procedur, takich jak obliczanie średnich, wariancji, wartości ilorazów dla t i F, współczynników regresji (m. in. regresji wielokrotnej), odczytywania wartości z tablic rozkładów t i F, itp. Informacje o tym, kiedy stosuje się te procedury, podane są dopiero w końcowym rozdziale książki, gdzie przedstawiony jest szereg testów statystycznych dla weryfikacji pewnych typowych hipotez.

Można się oczywiście spierać o dydaktyczną poprawność takiej organizacji materiału; wydaje się jednak, że łatwiej jest zarówno zrozumieć, jak i zapamiętać pewne zasady postępowania, jeśli zrozumie się, w jakim celu się te postępowania stosuje (dlatego m. in. łatwiej jest np. nauczyć się na pamięć wiersza niż odpowiedniej długości ciągu cyfr rozwinięcia liczby e).

Wybór testów przedstawionych w ostatnim rozdziale podyktowany został zapewne specyfiką zagadnień, z którymi najczęściej stykają się absolwenci WSR: podany jest tam test dla frakcji sukcesów, test Studenta dla różnic między średnimi w dwóch populacjach normalnych, oraz test dla regresji wielokrotnej. Uderza tu brak takich testów, jak χ^2 czy t Studenta dla danych połączonych w pary, nie mówiąc już o testach dla średniej i wariancji w rozkładzie normalnym.

Zasady korzystania z tych testów nie zostały przekonywająco uzasadnione; przyczyną jest tu fakt, że jedno z podstawowych pojęć statystyki, mianowicie pojęcie mocy testu, w ogóle nie zostało wspomniane, a o błędzie drugiego rodzaju napisał autor jedynie, że jest on we wnioskowaniach statystycznych „nieokreślony" i (dwa zdania dalej), że „wyraża się go z reguły w procentach" (str. 210).

Nie chodzi mi oczywiście tu o przedstawienie w książce problemów zapewne zbyt zaawansowanych dla studentów I roku WSR, takich jak lemat Neymana–Pearsona i wybór statystyki służącej za podstawę testu, ale o rzecz znacznie prostszą, mianowicie problem wyboru testu jedno- lub dwustronnego (podstawowy w zastosowaniach praktycznych), którego nie da się wyjaśnić bez choćby najbardziej nieformalnego odwołania się do pojęcia hipotezy alternatywnej i błędu drugiego rodzaju.

Sądzę, że zupełnie niezależnie od wyników dyskusji na temat tego, czy warto w nauczaniu statystyki opierać się na najnowszych podejściach, wychodzących od teorii decyzji, itp., pominięcie problematyki błędu drugiego rodzaju oznacza cofnięcie się w czasie zbyt daleko wstecz, bo aż do statystyki sprzed lat trzydziestych obecnego wieku.

Druga uwaga dydaktyczna natury ogólnej dotyczy pojęcia populacji i próbki. Problem nie jest może zbyt skomplikowany, niemniej przeto kryje w sobie różne możliwości nieporozumienia,

a nawet pułapki, przed którymi warto ostrzec czytelników, szczególnie jeśli są to studenci, i to stykający się po raz pierwszy z matematycznymi podstawami statystyki.

W największym uproszczeniu (zaniedbując celowo np. zagadnienia wyboru schematu eksperymentu, losowań zależnych, itp.), problem statystyczny da się scharakteryzować następująco. Obserwujemy realizację n-wymiarowej zmiennej losowej $(X_1, \ldots, X_n)$, gdzie wszystkie X_i są niezależne i mają ten sam nieznany rozkład F. Konkretne zadania można formułować w różny sposób, w każdym jednak przypadku chodzi o to, aby na podstawie obserwacji $X_1, \ldots, X_n$ orzekać coś o rozkładzie F (testować hipotezę, że $F = F_0$, szacować parametry F, itp.). Twierdzenia statystyki (a właściwie teorii prawdopodobieństwa) orzekają o własnościach prawdopodobieństw pewnych zdarzeń wyrażonych poprzez $X_1, \ldots, X_n$ dla różnych rozkładów F; stwarza to z kolei możliwość budowy postępowań dla wnioskowania o nie znanym rozkładzie F.

Praktyk, który chce stosować metody statystyki matematycznej dla rozwiązania określonego zagadnienia, musi wobec tego zinterpretować je w taki sposób, aby wyniki obserwacji można było uznać za realizację n-wymiarowej zmiennej losowej $(X_1, \ldots, X_n)$, a podstawowe pytanie empiryczne stało się pytaniem o rozkład F.

W wielu sytuacjach taką interpretację uzyskuje się w sposób naturalny, wprowadzając pojęcia populacji i próbki. Pojęcia te wywodzą się zapewne z czasów, gdy zastosowania statystyki dotyczyły głównie zagadnień demografii. Wydaje się jednak, że tradycyjne ujmowania *każdego* problemu statystycznego w terminach populacji i próbki (zamiast przedstawienia go bezpośrednio w terminach zmiennych losowych) nie jest najszczęśliwszym dydaktycznie rozwiązaniem i może w efekcie przynieść więcej szkody niż pożytku; w wielu sytuacjach interpretacja w terminach populacja—próbka jest na tyle nienaturalna, że powoduje trudności w zrozumieniu istoty zagadnienia.

Autor recenzowanej książki pisze (str. 133), że populacją jest „zbiór pomiarów wszystkich elementów badanego zbioru ze względu na cechę ilościową lub zbiór jakościowych określeń cech tych elementów". Tak więc (str. 133) populacją jest np. „zbiór pomiarów wysokości wszystkich drzew lasu sosnowego".

Do definicji tej można zgłosić dwa zastrzeżenia. Po pierwsze, jest ona niezgodna z tradycyjnym pojmowaniem pojęcia populacji: na ogół raczej uznałoby się zbiór wszystkich sosen badanego lasu za analizowaną populację, i rozważałoby się pewną cechę (wysokość) elementów populacji. O tym, że sosny, a nie ich wysokości, stanowią populację, wydaje się świadczyć używanie zwrotu „rozkład cechy w populacji".

Po drugie, cytowana wyżej definicja prowadzi do innych jeszcze trudności. Pisze autor, iż w przypadku zrównoważonej monety, jeżeli przypiszemy jednej stronie liczbę 0, a drugiej stronie liczbę 1, to populacja będzie składać się z dwóch elementów, 0 i 1. A co będzie, jeżeli moneta nie jest dobrze zrównoważona?

W przypadku monety można jeszcze mówić o „zbiorze obiektów, których wyniki pomiarów stanowią populację". Co będzie jednak, gdy zechcemy badać np. dzienne liczby wypadków ulicznych w Warszawie? Jeżeli obiektami są tu dni, to populacja będzie składać się z liczb 0, 1, 2, ... i będzie taka sama jak np. dla dziennych zachorowań na dżumę w Łowiczu.

Przypuszczam, że w celu wybrnięcia z kłopotliwej sytuacji autor uzupełnia (str. 133) definicję populacji, dołączając ponadto „nieskończony zbiór pomiarów lub nieskończony zbiór jakościowych określeń cech", po czym dla wyjaśnienia dodaje: „Pojęcie nieskończoności występujące w tej definicji znajduje swoje uzasadnienie w wielu zagadnieniach przyrodniczych. Jest ono podstawą określenia *prawdziwej wartości cechy populacji*" (podkreślenie autora).

Dalszych wyjaśnień brak, można się więc jedynie domyślać, że chodziło tu zapewne o jakieś związki z prawami wielkich liczb; jak jednak zagadnienia przyrodnicze mogą uzasadniać pojęcie nieskończoności w definicji?

Na następnej stronie autor definiuje próbę jako „część populacji, będącą zbiorem danych liczbowych i jakościowych otrzymanym z obserwacji lub pomiarów". Nie ma tu mowy o tym, co stanowi podstawę wnioskowania statystycznego, mianowicie o losowości próby.

Rozdział poświęcony teorii prawdopodobieństwa budzi obiekcje zarówno od strony zakresu (w przypadku zmiennych dyskretnych jest on mniejszy niż wykładany obecnie w ostatnich latach szkoły średniej), jak i prezentacji materiału.

Autor rozpoczyna od wymienienia nazw głównych pojęć teorii. Są nimi „wynik eksperymentu, zdarzenie elementarne, zdarzenie losowe, przestrzeń zdarzeń elementarnych Ω, ciało zdarzeń elementarnych S, zmienna losowa, aksjomaty, rozkład prawdopodobieństwa i inne" (str. 149). Wymienienie w tej liście aksjomatów jest dość niezręczne; najistotniejszym przeoczeniem jest jednak pominięcie pojęć niezależności i wartości oczekiwanej.

Po podaniu frekwencyjnej definicji prawdopodobieństwa autor przechodzi do przedstawienia aksjomatyki. Pojawia się termin „ciało zdarzeń S", a nawet „borelowskie ciało zdarzeń", określone (str. 151) jako „zbiór wszystkich podzbiorów przestrzeni zdarzeń elementarnych Ω przy niżej podanych aksjomatach".

Przedstawiając aksjomatykę teorii prawdopodobieństwa, oprócz aksjomatów Kołmogorowa autor dodaje jeszcze pewne ich konsekwencje ($P(A) = 0$ dla zdarzenia niemożliwego A, oraz $P(A') = 1-P(A)$ jeżeli A' jest zaprzeczeniem zdarzenia A; pojęcie zaprzeczenia zdarzenia nie zostało przy tym wprowadzone), a ponadto jako oddzielny aksjomat zdanie: „Dla zdarzeń niezależnych $P(AB) = P(A)P(B)$" (str. 153). Niezależność zdarzeń nie została określona — bo jak można byłoby to zrobić po wprowadzeniu cytowanego aksjomatu?.

Następnie autor pisze, że z aksjomatów tych „można wyciągnąć następujące wnioski: Zdarzenia pewne i niemożliwe należą do ciała zdarzeń S. Gdy zdarzenia A i B należą do S, to iloczyn tych zdarzeń AB i różnica $A-B$ należą do S" (str. 153).

Abstrahując od tego, że wnioski te wcale nie wynikają z podanych aksjomatów, nasuwa się tu uwaga o celowości wprowadzania pojęcia ciała w elementarnym wykładzie teorii prawdopodobieństwa.

Niezależnie od tych zastrzeżeń o charakterze ogólnym, w książce sporo jest niezręcznych sformułowań, oraz mniej lub bardziej poważnych potknięć.

Tak na przykład, na stronie 152 pisze autor, że oprócz skończonych przestrzeni zdarzeń elementarnych rozważa się również „przestrzenie przeliczalne oraz euklidesowe o skończonej liczbie wymiarów lub części". Na tej samej oraz następnej stronie nieszczęśliwie użyte jest słowo „równocześnie" (przy definicji zdarzeń wyłączających się, oraz iloczynu zdarzeń). „Deszcz dziś" oraz „deszcz jutro" nie mogą zajść równocześnie, niemniej jednak zdarzenia te nie wyłączają się wzajemnie, a iloczyn tych zdarzeń (wbrew definicji autora) nie jest niemożliwy.

Na stronie 162-163 autor podaje przykład zmiennej losowej o rozkładzie Poissona (liczby komórek drożdży zaobserwowanych w hemocytometrze), która może przyjmować wartości $0, 1, 2, \ldots$ i używa ostatniego faktu dla uzasadnienia, że „wielkość serii (w rozkładzie Poissona) jest nieokreślona".

Na stronie 164, w definicji gęstości prawdopodobieństwa wymaga się niepotrzebnie, aby gęstość ta była ciągła. Na stronie 170 paragraf 11.9 zatytułowany „Klasyfikacja rozkładów" zawiera 7 wierszy, w których wymienia się dotychczas rozważane 4 rozkłady, a ponadto informuje się czytelnika, że „w przyrodzie występuje wielka rozmaitość rozkładów innego rodzaju... Można wśród nich wyróżnić rozkłady symetryczne i asymetryczne. Bliżej nimi zajmować się tu nie będziemy".

Na stronie 171 o zmiennej ciągłej mówi się, że „każdy zespół wartości należący do przedziału jej zmienności przybiera z określonym prawdopodobieństwem". Na stronie 174 znajduje się uwaga, że wzory (dla oszacowania wariancji) „stosuje się do populacji jednorodnych i dlatego nie mogą one być używane w przypadku, gdy populacja obejmuje kilka populacji częściowych". Na stronie 177 nie jest wyjaśnione, jakie są liczby stopni swobody zmiennej F we wzorze $F = t^2$. Na stronie 182 akapit o Kielanowskim należałoby raczej usunąć, lub też rozwinąć (w każdym razie podać odesłanie do bibliografii). Na stronie 206 pisze autor, że hipotezę dlatego nazywamy zerową, iż orzeka, że różnica między średnimi wynosi zero. Na stronie 213-214 tekst wydrukowany kursywą nie jest twierdzeniem, lecz opisem reguły postępowania (interesujące, że jest to jedyne miejsce

w części III, gdzie fragment tekstu został wydzielony i opatrzony nagłówkiem „twierdzenie") Wreszcie, na stronie 219 autor wyjaśniając sens przedziału ufności pisze, iż „w około 5 przypadkach na 100 μ znajdzie się poza granicami 18-22".

Z pozostałych części książki (I i II), pierwsza nie budzi większych zastrzeżeń: wydaje się, że dostarczy studentom pewnych podstawowych wiadomości z rachunku różniczkowego i całkowego, wystarczających chyba dla większości przypadków, z którymi mogą się zetknąć w dalszych studiach czy pracy zawodowej. Uzasadnienia wzorów i twierdzeń są dostatecznie jasne i przekonywające na to, aby zarówno ułatwić zrozumienie tekstu, jak i zwiększyć szanse zapamiętania materiału.

Pod tym względem część II jest znacznie gorsza. Brak niemal zupełnie już nie tylko dowodów twierdzeń, lecz nawet ich intuicyjnego uzasadnienia. Nie ma nawet wzmianki o tym, że macierz odwrotna może nie istnieć; nigdzie nie robi się zastrzeżenia, że pojęcie wyznacznika macierzy stosuje się jedynie do macierzy kwadratowych; na str. 114 słowa „Wynika stąd" w środkowym akapicie nie są usprawiedliwione, ponieważ autor nie podał tego, że wyznacznik zmienia znak przy zamianie wierszy; paragraf 8.8 zatytułowany „Model matematyczny" (niecała 1 strona) zawiera zapis wzoru $y = X\beta + \varepsilon$ (gdzie X jest macierzą, a y, β i ε wektorami) najpierw w postaci ogólnego wzoru dla jednej składowej y, potem w postaci wypisania n składowych y, a wreszcie w postaci macierzowej.

Reasumując, usterki zarówno natury merytorycznej jak i natury dydaktycznej zmniejszają wartość tej książki jako podręcznika dla studentów. Wydaje się, że na to, aby książka ta dobrze spełniała swoje zadanie, należy dokonać dość istotnych zmian, poprawek i uzupełnień; ponadto celowe byłoby umieszczenie po każdym paragrafie zadań kontrolnych.

Robert Bartoszyński

Tadeusz Trajdos, *Matematyka*, część III, Podręczniki Akademickie. Elektronika, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 1971, str. 387, cena zł 40.—

Klasyczny materiał zasadniczy, o charakterze algebraiczno-geometrycznym w przeważającej części książki, został wyłożony dość obszernie w dziewięciu rozdziałach poprzedzonych rozdziałem wstępnym, w którym autor w sposób bardzo zwięzły omawia szereg fundamentalnych pojęć natury algebraicznej i topologicznej (grupy i ich przekształcenia, przestrzenie liniowe, przestrzenie metryczne, przestrzenie wektorowe unormowane i przedhilbertowskie itd.).

Rozdziały I, II i III oraz VIII i IX noszą charakter zdecydowanie algebraiczny, zaznajamiając czytelnika, w sposób wystarczająco przystępny i przy tym z zachowaniem należytego rygoru z punktu widzenia ścisłości podawanych procedur dowodowych i formułowanych określeń, z szeregiem elementarnych pojęć algebry liniowej, z których przynajmniej niektóre są głównemu adresatowi opracowania zapewne znane.

W rozdziałach IV i V autor omawia w głównej mierze fragmenty liniowej i nieliniowej geometrii analitycznej na płaszczyźnie i w przestrzeni, objęte programem wyższych studiów technicznych.

Rozdziały VI i VII zostały odpowiednio poświęcone wyczerpującemu omówieniu elementów geometrii różniczkowej w przestrzeni dwu- i trójwymiarowej oraz analizie wektorowej.

W tym krótkim omówieniu muszę nadmienić też, że całość opracowania obfituje w liczne, trafnie dobrane przykłady i na ogół dobre i czytelne rysunki, a ponadto zawiera także stosunkowo dużą liczbę celnie skonstruowanych, podawanych pod koniec każdego paragrafu pytań kontrolnych i zadań rachunkowych do samodzielnego rozwiązania, zaopatrzonych w poprawne odpowiedzi. Takie pozytywne szczegóły składają się na zespół czynników, budujące zaufanie czytelnika, na które recenzowana książka zasługuje. Daje się także zauważyć, że przy doborze materiału i jego objętości autor niewątpliwie miał na względzie obowiązujący jeszcze stary program ramowy studiów magisterskich na wydziałach elektroniki wyższych uczelni technicznych.