wmptm 1897

Constance Reid, *Hilbert*, Springer-Verlag, Berlin 1970, str. 290.

Książka ta jest pierwszą popularną biografią Hilberta, zawiera nie tylko dzieje jego życia, wspomnienia i refleksje jego uczniów, wiele anegdot i błyskotliwych powiedzonek, lecz świetnie oddaje ówczesną atmosferę, styl pracy i zarysowuje sylwetki osób stykających się z Hilbertem (Minkowski, Hurwitz, Klein, Kronecker, Landau, Weyl, Courant, Bohr, Emmy Noether). Informacje czysto matematyczne są sformułowane jedynie poglądowo, ten niedostatek wynagradza umieszczenie przedruku artykułu Hermana Weyla *David Hilbert and His Mathematical Work* (Bull. Amer. Math. Soc. 50 (1944), str. 612-654). Książka jest na pewno jedną z najlepiej napisanych i najbardziej interesujących biografii matematyków, nie tylko dzięki niezwykłości tematu. Można ją gorąco polecić najszerszemu kręgowi matematyków.

Ministerstwo Nauki i Szkolnictwa Wyższego

Dawid Hilbert urodził się 23 stycznia 1862 r. w pobliżu Królewca, jako syn sędziego. Był uczniem pracowitym, lecz miał wiele trudności z pamięciowym opanowaniem lekcji, wypracowania pisywała mu matka. Nie wyróżniał się wszechstronnymi zdolnościami, nowe idee pojmował dopiero po gruntownym przemyśleniu. Wspominając czasy szkolne powiedział: „w szkole niewiele zajmowałem się matematyką, gdyż wiedziałem, że będę to robił później". W ostatniej klasie oceny poprawiły się na „dobre" niemal ze wszystkich przedmiotów, a najwyższej ocenie (vorzüglich = = doskonały) z matematyki towarzyszy już opinia o poważnych zainteresowaniach naukowych. Po ukończeniu gimnazjum, wbrew opinii ojca, rozpoczyna studia matematyczne. Pierwszy semestr spędza w Królewcu, drugi w Heidelbergu, a trzeci w Berlinie, słuchając wykładów Weierstrassa, Kummera i Kroneckera, po czym wraca do Królewca. Uczęszcza na wykłady Webera, poświęcone m. in. teorii liczb i teorii niezmienników, która była wtedy w Niemczech jednym z najmodniejszych kierunków. W Królewcu studiował wówczas Herman Minkowski, który swą karierę cudownego dziecka uwieńczył w wieku 18 lat Wielką Nagrodą Akademii Francuskiej. Pomimo bardzo różnych charakterów Hilbert i o dwa lata od niego młodszy Minkowski zaprzyjaźnili się i pozostawali w najbliższych kontaktach aż do śmierci Minkowskiego w 1909 r. Po ośmiu semestrach studiów Hilbert pod kierunkiem Lindemanna pisze rozprawę doktorską poświęconą niezmiennikom algebraicznym, w 1885 r. obronił ją i ukończył studia. Praca habilitacyjna Hilberta, również poświęcona niezmiennikom, nie zawierała poważniejszych rezultatów. W 1888 r. Hilbert przebywa „na dworze króla niezmienników" Gordana w Erlangen i niebawem uzyskuje pierwsze naprawdę głębokie rezultaty, znane dzisiaj jako twierdzenie o bazie i twierdzenie o łańcuchu syzygii, powitane przez Gordana słynnym okrzykiem „Das ist nicht Mathematik. Das ist Theologie". Wyjaśnione zostały podstawowe fakty teorii niezmienników, a cała teoria przeniesiona z prymitywnego poziomu żmudnych i przypadkowych rachunków na wyższy etap metodologiczny.

Klein w programie erlangeńskim wskazał potrzebę badania niezmienników grup przekształceń, a realizacja tego programu przebiegała dla poszczególnych grup według następującego schematu. Funkcję $u: R^n \to R$ nazywamy *niezmienniczą* względem podgrupy G pełnej grupy automorfizmów przestrzeni R^n wtedy i tylko wtedy gdy $u(g(x)) = u(x)$ dla wszystkich $g \in G$, $x \in R^n$. W teorii niezmienników algebraicznych bada się głównie funkcje niezmiennicze u będące wielomianami względem składowych $x_1, \ldots, x_n$ wektora x. Wszystkie takie funkcje niezmiennicze tworzą podpierścień P_G pierścienia wieloniamów $R[x_1, \ldots, x_n]$. Łatwo pokazać, że pierścień $P_{O(n)}$ odpowiadający podgrupie $O(n)$ przekształceń ortogonalnych składa się z wielomianów względem $||x||^2 = x_1^2+\ldots+x_n^2$, co wyraża fakt geometryczny, że długość wektora jest jedynym jego metrycznym niezmiennikiem. Niezmienniki metryczne pary wektorów x, y, tj. $||x||^2$, $||y||^2$ i (x, y), występują w analogiczny sposób przy badaniu reprezentacji tensorowych grupy $O(n)$. Znane twierdzenia o wielomianach symetrycznych i półsymetrycznych orzekają, że pierścień P_{S_n} odpowiadający grupie symetrycznej S_n, której elementy działają jako permutacje składowych wektorów, jest generowany przez ciało liczb rzeczywistych R i podstawowe wielomiany symetryczne $s_1, \ldots, s_n$, a pierścień P_{A_n} odpowiadający grupie $A_n \subset S_n$ permutacji parzystych jest generowany przez ciało R, wielomiany symetryczne i wielomian $\Delta = \prod_{i>j}(x_i - x_j)$. Badania pierścieni P_G rozpoczynano od dowodu, że spełniają podstawowe twierdzenia teorii niezmienników: 1. pierścień P_G jest gene-

rowany przez ciało R i *skończoną* ilość funkcji niezmienniczych, tzn. istnieje homomorfizm h R-algebry wielomianów $h\colon R[y_1, \ldots, y_m] \to P_G$ na pierścień P_G, 2. ideał Ker h jest skończenie generowany. Dla grup S_n i A_n mamy izomorfizm $h_1\colon R[y_1, \ldots, y_n] \xrightarrow{\approx} P_{S_n}$, $h_1(y_i) = s_i$, oraz homomorfizm $h\colon R[y, y_1, \ldots, y_n] \to P_{A_n}$, $h(y_i) = s_i$, $h(y) = \Delta$, a Ker h jest ideałem generowanym przez wielomian $y^2 - d(y_1, \ldots, y_n)$, gdzie d jest wielomianem spełniającym warunek $\Delta^2 = d(s_1, \ldots, s_n)$. Hilbert podał prosty dowód twierdzenia 1 dla specjalnych grup liniowych i ich reprezentacji tensorowych, uogólniając wynik Gordana (dla przypadku $n = 2$), którego dowód, jak większość prac jego szkoły, był niesłychanie skomplikowany rachunkowo. Znakomity pomysł Hilberta dotyczący twierdzenia 2 polegał po prostu na wyeliminowaniu związku z niezmiennikami i (indukcyjnym) dowodzie, iż *każdy* ideał w pierścieniu wielomianów nad ciałem ma skończoną liczbę generatorów (twierdzenie o bazie).

W 1895 r. Hilbert przenosi się do Getyngi i w następnych latach zajmuje się teorią liczb. Przygotowuje na zamówienie Niemieckiego Towarzystwa Matematyków przełomowe opracowanie tzw. *Zahlbericht*, w którym usystematyzował dotychczasowe wyniki Kummera, Kroneckera, Dedekinda, włączył wiele własnych rezultatów i wskazał kierunki przyszłych badań. *Zahlbericht*, prace o niezmiennikach i następne prace Hilberta nie są jedynie zespołem wartościowych wyników, lecz bez przesady można je nazwać kamieniami milowymi na drodze rozwoju matematyki. W 1899 r. Hilbert ratuje znakomity pomysł Riemanna, oparty na intuicji fizycznej, znany jako zasada Dirichleta, który stał się ofiarą systematyzacji podstaw analizy dokonanej przez Weierstrassa. Jak w wielu innych przypadkach wskazał, jak można połączyć perfekcję formalną z głębokimi intuicjami, umiejętnie dobierając założenia, przy których zasada Dirichleta pozostaje prawdziwa. Następne wielki osiągnięcie Hilbert przedstawił w książce *Podstawy geometrii*, gdzie nie tylko nadał podstawom geometrii nowoczesną postać, lecz również w bardzo naturalny sposób sprowadził badanie niesprzeczności podstaw geometrii do analogicznych badań w arytmetyce.

W 1900 r. na II Międzynarodowym Kongresie Matematyków w Paryżu wygłosił najsłynniejszy w dziejach matematyki odczyt *Problemy matematyczne*, który wywarł i wywiera ogromny wpływ na rozwój matematyki w bieżącym stuleciu. W 1900 r. podejmuje pierwsze próby systematyzacji metod analizy, poszukując jej w rachunku wariacyjnym. Jednak po zapoznaniu się z pracami Fredholma z teorii równań całkowych wyczuł, że w tej właśnie teorii tkwi zalążek metod obejmujących znaczną część analizy, znanych dzisiaj jako metody przestrzeni Hilberta i poświęcił dziesięć lat budowaniu tej teorii. Jednocześnie, kontynuując getyngeńskie tradycje Gaussa i Riemanna, pod wpływem Minkowskiego, przez wiele lat prowadzi badania poświęcone zagadnieniom fizyki. Jego zamierzeniem było dokonanie podobnej systematyzacji i uporządkowania fizyki, przez jaką przeszła w drugiej połowie XIX wieku analiza i jakiej sam dokonał w podstawach geometrii. Twierdził żartobliwie, że „fizyka jest za trudna dla fizyków". Pomimo że metody przestrzeni Hilberta znalazły później istotne zastosowania w mechanice kwantowej i innych działach fizyki, nie było to jednak bezpośrednim dokonaniem Hilberta, a wielki plan systematyzacji fizyki nie został zrealizowany.

Już od wczesnych swych lat Hilbert wykazuje żywe zainteresowanie podstawami matematyki, negatywnie ustosunkowuje się do skrajnych poglądów Kroneckera, a w 1922 r. współpracując z Ackermannem i Bernaysem rozpoczyna zdecydowaną batalię przeciw zagrożeniu „wielkiej części naszych najcenniejszych skarbów", jak nazwał intuicjonistyczny program Brouwera i Weyla. W *Problemach matematycznych* Hilbert wyraża przekonanie o rozwiązalności każdego problemu matematycznego, które „aczkolwiek nie poparte dowodem, podziela każdy matematyk". „Wir müssen wissen. Wir werden wissen" — „Musimy wiedzieć. Będziemy wiedzieć". Tym stwierdzeniem Hilbert zakończył odczyt *Zrozumienie natury i logika* wygłoszony w czasie uroczystości związanych z przejściem na emeryturę w 1930 r. Po kilku miesiącach ukazała się przełomowa praca Gödla. Program Hilberta formalizacji podstaw matematyki, który miał raz na zawsze usunąć wszelkiego typu antynomie, okazał się nierealny, a matematyka objawiła swą ogromną dynamikę, rozsadzając granice każdego systemu formalnego.

Hilbert powiedział kiedyś: „mogłem dokonać czegoś w matematyce w gruncie rzeczy dla-

tego, że sprawiało mi to tak wiele trudności. Gdy coś czytałem, lub mówiono mi o czymś, zdawało mi się to niemal zawsze tak trudne i praktycznie niemożliwe do zrozumienia, że podejrzewałem, iż można by to uprościć. I nieraz okazywało się, że rzeczywiście było to znacznie prostsze". Zdarzało się na seminariach, że Hilbert był ostatnim słuchaczem, który zrozumiał referat. W swych wykładach, mimo że często nie potrafił przebrnąć przez elementarne szczegóły techniczne, umiał tak wszechstronnie i głęboko omówić zagadnienie, ocenić stosowność i niestosowność różnych metod, że ostateczne rozwiązanie okazywało się najzupełniej naturalne. Dużą wagę przywiązywał do kontaktów naukowych, wiele osób zapraszał do Getyngi, sporo czasu poświęcał swym asystentom i uczniom. Pracował bardzo dużo i intensywnie, przeważnie w swym ogrodzie przy tablicy, spacerując, wykonując drobne prace ogrodnicze, lub odbywając małe przejażdżki na rowerze.

Zainteresowania Hilberta były bardzo szerokie, obejmowały nie tylko nauki przyrodnicze, lecz również filozofię, muzykę. Według Hilberta najważniejszym osiągnięciem technicznym byłoby „złapanie muchy na księżycu", gdyż pokonanie towarzyszących trudności technicznych oznaczałoby rozwiązanie niemal wszystkich materialnych problemów ludzkości.

Najważniejszym według Hilberta problemem matematycznym była hipoteza Riemanna o zerach funkcji dzeta. Sądził, że dożyje rozwiązania tego problemu, sądził też, że problem Fermata wymaga nowych metod i zapewne jeszcze kilkudziesięciu lat pracy, lecz rozwiązania zagadnienia czy liczba $2^{\sqrt{2}}$ jest przestępna (postawionego przez Hilberta) nie dożyje zapewne nikt z współczesnych. Żaden z tych poglądów nie potwierdził się, a przestępność liczby $2^{\sqrt{2}}$ udowodniono po upływie około 30 lat (Kuźmin), jeszcze za jego życia.

Wyliczone tu niezrealizowane plany i nie potwierdzone opinie Hilberta wybrane zostały oczywiście tendencyjnie, by wskazać, jak trudno jest przewidywać kierunek rozwoju matematyki (i sporządzać plany badań), że nawet człowiek, który wywarł na dzisiejszą matematykę ogromny i trwały wpływ, wskazał kierunki rozwoju analizy, algebry, zapoczątkował badania systemów aksjomatycznych — nie był w stanie „podnieść zasłony przesłaniającej przyszłość i rzucić okiem na dalsze osiągnięcia i sekrety rozwoju matematyki w następnych stuleciach" (z *Problemów matematycznych*). Lektura książki Constance Reid skłania do refleksji nie tylko nad minioną epoką, lecz również nad przyszłością.

Stanisław Balcerzyk

Książki nadesłane

I. L. Kalichman, *Algebra liniowa i programowanie*, Biblioteka Naukowa Inżyniera, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1971, str. 442, cena zł 54.— Z rosyjskiego przetłumaczył Ireneusz Nykowski.

I. Podstawowe pojęcia algebry liniowej. II. Wyznaczniki. Reguła Cramera. III. Modele bilansowe. IV. Badanie układu równań liniowych. V. Metoda kolejnych eliminacji. VI. Teoretyczne podstawy programowania liniowego. VII. Metoda sympleksowa. VIII. Dwoistość (dualizm) w programowaniu liniowym. IX. Zadanie transportowe. X. Zastosowania.

Tadeusz Czechowski, *Wprowadzenie do zastosowań matematyki w ekonomii*, wydanie nowe, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1972, str. 300, cena zł 35.—

1. Zbiory. 2. Przestrzenie arytmetyczne. 3. Funkcje jednej zmiennej. 4. Badanie funkcji. 5. Funkcje dwóch zmiennych. 6. Macierze i układy równań liniowych. 7. Przepływy międzygałęziowe. 8. Optymalizacja decyzji. Programowanie liniowe. 9. Całki. Szeregi nieskończone.

M. A. Krasnosielski, A. I. Koszelew, S. G. Michlin, Ł. S. Rakowszczik, W. J. Stiecenko i P. P. Zabrejko, *Równania całkowe*, Przeglądowa Bi-