ROCZNIKI POLSKIEGO TOWARZYSTWA MATEMATYCZNEGO
Seria II: WIADOMOŚCI MATEMATYCZNE XVIII (1974)

Ministerstwo Nauki i Szkolnictwa Wyższego

ZBIGNIEW SEMADENI (Warszawa)

Futurum nauczania matematyki w Polsce

Jeszcze nie uporządkowane są wszystkie sprawy po reformie lat sześćdziesiątych, a już na horyzoncie wyłania się następna reforma programów nauczania matematyki w klasach od V wzwyż.

Można wymienić co najmniej cztery przyczyny, dla których nową reformę można uznać za potrzebną.

Po pierwsze, przeprowadzana obecnie daleko idąca reforma nauczania matematyki w klasach I–IV szkoły podstawowej powoduje konieczność dopasowania programów klas starszych do nowej sytuacji.

Po drugie, zmiany ogólnej struktury szkolnictwa średniego postulowane przez Raport o Stanie Oświaty zmuszają do rewizji dotychczasowych założeń dotyczących tego, co i w jaki sposób ma być nauczane.

Po trzecie, nie rozwiązana jest sprawa klas profilowanych, zarówno typów już istniejących, jak i ewentualnych nowych typów. W latach sześćdziesiątych, gdy opracowywany był obecnie obowiązujący program, Ministerstwo kategorycznie sprzeciwiało się postulatom tworzenia klas profilowanych. Po wejściu nowego programu do II klasy liceum poglądy uległy zmianie tak raptownej, że nie było czasu na przygotowanie nowych podręczników.

Po czwarte, choć reforma programu przeprowadzona 10 lat temu była słuszna w swoich założeniach, sytuacja dojrzała już do dokonania następnych zmian i usunięcia pewnych niekonsekwencji programu; niektóre kompromisowe rozwiązania sprzed 10 lat mogą być dziś już potraktowane inaczej.

Antycypując tę nieuchronną reformę (która przypadnie na przełom lat siedemdziesiątych i osiemdziesiątych) chciałbym naszkicować ogólne założenia programu nauczania matematyki w przyszłej, powszechnej szkole średniej,

1. Cele nauczania. Jeden cel jest dobrze znany: należy dać uczniowi aparat matematyczny niezbędny do poznawania nauk ścisłych i techniki. Jest to postulat niekwestionowalny w przypadku tych uczniów, którzy te nauki będą poznawać, a zarazem dyskusyjny w przypadku uczniów nie wykazujących w tym kierunku ani uzdolnień, ani zainteresowań.

Często jednak zapomina się o innej roli matematyki w szkole, tym razem odnoszącej się do wszystkich uczniów: kształtowanie nowoczesnego rozumienia otaczającego świata, wywieranie wpływu na umysłowość i sposób myślenia ucznia, to wszystko, co zwykło się określać mianem *kultury matematycznej*.

Otóż te działy matematyki, które są najważniejsze dla nauk ścisłych i techniki (np. trygonometria, rachunek różniczkowy), nie zawsze najlepiej spełniają swe funkcje światopoglądowe. Należy przy tym podkreślić, że dla rozwijania kultury matematycznej ważna jest nie ilość poznanych faktów, ale ich odpowiednie rozumienie. Lapidarnie mówiąc, lepiej mniej, a dobrze, zwłaszcza w przypadku uczniów powolnych i niechętnych.

W każdym z czterech ciągów klas końcowych proponowanych w Raporcie nauczanie matematyki powinno mieć inny charakter. Nie byłaby słuszna prosta gradacja polegająca na stopniowym zmniejszaniu ilości materiału nauczania: najwięcej dla ciągu matematyczno-fizyczno-technicznego, mniej dla chemiczno-biologiczno-rolniczego, jeszcze mniej dla społeczno-ekonomicznego i wreszcie najbardziej okrojony kurs dla antymatematycznie nastawionego ciągu humanistyczno-kulturalnego. Konieczne są istotne zmiany profilu nauczania; uczniowie klas społeczno-ekonomicznych uczyliby się pewnych zagadnień (np. programowania liniowego) dokładniej niż uczniowie klas matematyczno-fizyczno-technicznych.

Moim zdaniem, uczniowie klas humanistycznych powinni mieć tak znacznie zmniejszony program matematyki (np. przez usunięcie sporej części geometrii), że praktycznie biorąc nie będą mieli szans na wyższe studia techniczne. Zdaję sobie sprawę, jak bardzo kontrowersyjny jest ten postulat. Jednakże próba wpakowania na siłę pełnego materiału nauczania do klas złożonych z uczniów mniej zdolnych do matematyki przy jednoczesnym zmniejszeniu liczby godzin lekcyjnych przeznaczonych na matematykę prowadziłaby nieuchronnie do fikcyjnych stopni dostatecznych i zniechęcenia młodzieży. W klasach humanistycznych trzeba radykalnie zmniejszyć materiał nauczania, kładąc istotny nacisk na rozwijanie kultury matematycznej jako składnika kultury ogólnej.

Na nauczanie matematyki za lat 10 istotny wpływ wywrze obecnie przeprowadzana, daleko idąca reforma programu i metod nauczania w czterech pierwszych klasach szkoły podstawowej. Trudno jednak przewidzieć, jak silny będzie to wpływ, gdyż bardzo wiele zależeć będzie od stopnia realizacji ambitnego planu podniesienia kwalifikacji nauczycieli i przełamania inercji systemu szkolnego.

Z drugiej strony przeładowanie obecnego programu szkoły średniej w połączeniu ze skróceniem nauczania do lat 10, obniżeniem wieku dzieci przyjmowanych do I klasy i upowszechnieniem nauczania średniego spowodują prawdopodobnie konieczność usunięcia pewnych partii materiału.

2. Przyszły układ nauczania matematyki. Wyróżnię następujące etapy przyszłego rozwoju matematycznego dziecka: a) powszechne wychowanie przedszkolne (3 lata), b) klasa I (przejście od zabaw przedszkolnych do nauczania szkolnego), c) klasy młodsze (II–V), d) klasy środkowe (VI–VIII), e) klasy końcowe (IX–X).

Podział ten nie pokrywa się z podziałem proponowanym w Raporcie o Stanie Oświaty, ale z nim nie koliduje. Przejściowy charakter klasy I polegać powinien na utrzymaniu wielu elementów przedszkolnych: zabawa raczej niż tradycyjne nauczanie, brak sztywnego podziału na jednostki lekcyjne itp. Od klasy II przeważać będzie system klasowo-lekcyjny, mniej jednak sztywny niż obecnie.

Następną, wyraźną cezurę widzę między klasą V a VI (wiek: 11 lat). Wynika ona z naturalnego podziału materiału w projekcie nowego programu nauczania matematyki w klasach I–VIII (opracowanego w latach 1970–1972 przez Komisję do Spraw Programów Matematyki Ministerstwa), oraz z normatywnych granic wieku dla okresów rozwoju umysłowego dziecka (przyjętych przez większość psychologów). Wyróżnienie wieku 9 lat (przejście z klasy III do IV) jako końca pewnego etapu nauczania szkolnego wynika z potrzeby tworzenia szkół zbiorczych; nie powinno, moim zdaniem, być tu żadnego progu w rozwoju matematycznym dziecka, gdyż nie byłoby to uzasadnione ani z psychologicznego punktu widzenia, ani z matematycznego.

Wbrew rozpowszechnionym ciągle jeszcze poglądom, o rozwoju zdolności dziecka decydują przede wszystkim nie klasy starsze, a przedszkole i klasy młodsze; tam też tkwią największe możliwości poprawy poziomu matematyki w szkole. W klasach młodszych tradycyjnej szkoły podstawowej nauczanie sprawności matematycznych (rachunków) odbywało się kosztem zdolności matematycznych dzieci i niełatwo będzie ten stan rzeczy zmienić.

Do klasy VIII powinien obowiązywać jednolity, zasadniczy program nauczania matematyki, dopuszczający rozszerzenie materiału dla pewnych klas czy grup uczniów, w zależności od ich możliwości.

W klasach IX, X program matematyki powinien być już znacznie zróżnicowany (np. 5-6 godzin tygodniowo w klasach matematycznych, 3 godziny w klasach humanistycznych).

3. Treść programu nauczania. Poszczególne dziedziny omówię syntetycznie, bez precyzowania ich zakresu.

a) Zbiory. Własności zbiorów, relacje i związane z tym elementy logiki matematycznej stanowić będą niewielki, ale ważny element nauczania od przedszkola do klas końcowych. Proces nauczania rozpoczyna się od ćwiczeń klasyfikacyjnych (np. porządkowanie zabawek na półce) z dziećmi trzyletnimi. W klasach I i II pojęcie zbioru będzie już dość wyraźnie ukształtowane, ale symbole mnogościowe powinny być wprowadzane dopiero w klasie V lub VI. Pewne zagadnienia matematyki XX wieku, których obecnie nie ma w programie zreformowanego liceum (np. relacje), znajdą się prawdopodobnie w przyszłości nawet w programie klas humanistycznych, gdyż mogą okazać się ważniejsze dla rozwoju umysłowego przyszłych historyków i lingwistów niż np. trygonometria. Istotne jest jednak, aby nauczanie zbiorów i relacji dotyczyło istoty tych pojęć (ewentualnie w postaci intuicyjnej lub poglądowej), a nie związanych z tym formalizmów.

b) Arytmetyka z algebrą. Początki arytmetyki zaczynają się w przedszkolu. Nauczanie arytmetyki w klasach młodszych ulegnie gruntownej zmianie już w po-

łowie lat siedemdziesiątych, zgodnie z zasadami przyjętymi przez Ministerstwo w 1970 r. (patrz *Matematyka*, zeszyt 3/1971).

W klasie V kończyć się będzie podstawowy kurs arytmetyki. Od klasy VI rozpocznie się regularne nauczanie algebry, której obecny profil nie ulegnie prawdopodobnie istotnym zmianom.

c) Geometria. Rozpocznie się również w przedszkolu (nazwy „koło", „kwadrat"). W klasach młodszych dziecko będzie poznawać geometrię drogą własnych manipulacji i spostrzeżeń. Na klasę VI przypadnie początek systematycznego kursu geometrii.

Zniesienie obecnego skoku między klasą VIII a IX spowoduje istotną zmianę programu geometrii. Obecnie w klasie VIII kończy się pewien cykl nauczania, a w klasie IX zaczyna się od początku nowy, bardziej zaawansowany. W przyszłej szkole nauczanie w klasie IX będzie bezpośrednią kontynuacją nauczania w klasie VIII.

Obecnie geometria zajmuje około 50% czasu przeznaczonego w liceum na matematykę, a powinna — moim zdaniem — zajmować od 25% do 35%. Sytuacja ta jest wynikiem stosowania metody aksjomatycznej, nowocześniejszej wprawdzie od ujęcia Euklidesa, ale mimo to przygniatającej cały licealny kurs geometrii. Aksjomatyczne nauczanie geometrii kosztuje wiele wysiłku, a co gorsza i tak nie daje poglądu na dedukcyjną strukturę geometrii — uczeń uwikłany w szczegóły nie widzi, jak zbudowany jest cały gmach. Nauczanie geometrii w klasach starszych powinno być analityczno-syntetyczne, z dedukcją jedynie lokalną. Metoda aksjomatyczna może być stosowana tylko w klasach matematycznych, i to w oparciu o aksjomaty przestrzeni wektorowej; ta „królewska droga" do geometrii kryje w sobie jednak niełatwe problemy dydaktyczne.

Niewłaściwy jest obecny podział podręczników dla klasy I i II liceum na „Algebrę" i „Geometrię". Powinien być jeden podręcznik „Matematyka", a nauczanie geometrii połączone z nauczaniem algebry. Np. pojęcie półpłaszczyzny powinno być powiązane z nierównością liniową, a pojęcie wielokąta wypukłego — z układem nierówności, z zastosowaniem do programowania liniowego.

Inną jeszcze wadą obecnego programu geometrii jest trzyletnia przerwa w nauczaniu stereometrii (jest w klasie VIII, a potem dopiero w klasie IV); w miarę możliwości podstawowe pojęcia geometrii płaskiej powinny być przerabiane równolegle wraz z odpowiednimi pojęciami przestrzennymi.

d) Rachunek prawdopodobieństwa jest przedmiotem wyjątkowo ważnym dla rozwoju intelektualnego każdego ucznia: dla przyszłego przyrodnika, ekonomisty, językoznawcy. 10 lat temu wprowadzony został do klasy maturalnej. W przyszłości już w klasach młodszych uwzględnione powinny być przygotowawcze ćwiczenia kombinatoryczne, a w klasie VI rozpoczynać się powinno systematyczne, rozciągnięte na wiele lat nauczanie rachunku prawdopodobieństwa.

Statystyka opisowa (np. obliczenie średniej i mediany) będzie wpleciona w nauczanie algebry w klasach VI i VII. Byłoby wskazane, aby do klasy maturalnej wprowadzić w przyszłości elementy statystyki matematycznej (rozumianej jako

dział teorii decyzji), jednakże nie będzie to łatwe ze względu na to, że przedmiot ten jest dość trudny i nie uwzględniany był w programach uniwersyteckich studiów matematycznych.

e) Informatyka nie powinna ograniczać się do omawiania zasad budowy i programowania komputerów w ostatniej klasie szkoły średniej, lecz powinna być ujęta w wieloletnim planie rozwoju myślenia informatycznego od klasy I do X, tak pomyślanym, by wzbogacało to nauczanie matematyki nie zwiększając istotnie materiału programowego. Ogromną rolę mogą odegrać rozmaitego typu kody, stanowiące ciekawy materiał do ćwiczeń.

f) Zastosowania matematyki były zawsze w szkole zaniedbywane — warto jednak włożyć wysiłek w zwiększenie ich roli w nauczaniu. Chodzi jednakże o prawdziwe zastosowania, a nie wymyślone tylko jako ilustracja omawianego materiału. Warto opracować ciekawe zagadnienia praktyczne (dotyczące np. życia szkolnego) będące nie tematem na półgodzinne zadanie na lekcji, lecz raczej długofalowym zadaniem wymagającym wielu rozwiązań cząstkowych i udziału całych zespołów uczniów.

g) Historia matematyki nie figuruje w programach szkolnych, choć miałaby duże znaczenie dla kultury matematycznej uczniów. Na przykład prześledzenie na jednej lub dwóch lekcjach dramatycznych, trwających 2000 lat wysiłków zmierzających do udowodnienia V postulatu Euklidesa może lepiej wyjaśnić, czym jest teoria aksjomatyczna, niż obecny dwuletni kurs planimetrii dedukcyjnej.

4. Metody nauczania i warunki realizacji. Zmiany organizacyjne i najlepsze nawet programy nie przyniosą spodziewanych efektów, jeżeli radykalnej poprawie nie ulegną metody nauczania. W społeczeństwie i u części nauczycieli głęboko zakorzeniony jest pogląd, że nauczyciel ma mówić, a uczniowie mają słuchać, zapamiętywać i odpowiadać na pytania.

W szkole przyszłości wszystko, co uczeń mówi na lekcjach matematyki, powinno odzwierciedlać jego własne myśli, jego spostrzeżenia dokonane przy konkretnych działaniach (manipulacjach przedmiotami, rysowaniu, grach ruchowych), jego obserwacje i wnioski; jak mówił Sokrates, „idee mają rodzić się w umyśle ucznia, a nauczyciel powinien odgrywać tylko rolę położnej". W obecnej szkole (nie tylko zresztą w Polsce, jest to zjawisko powszechne) ciągle przeważa podający typ nauczania: nauczyciel daje uczniom gotowe wiadomości i rozwiązuje z nimi dość podobne zadania póty, aż wreszcie uczniowie wyuczą się podanych reguł i stosowania ich w szablonowych przypadkach. Takie nauczanie hamuje rozwój zdolności dzieci i skutecznie zniechęca je do matematyki. Ulepszenie nauczania wymagać będzie rzetelnego przygotowania nauczycieli, co musi oznaczać faktycznie zdobytą wiedzę, a nie — jak to często bywało — jedynie posiadanie dyplomu.

Należy koniecznie zmniejszyć liczebność klas, zwłaszcza w klasach młodszych. W klasie przeludnionej nauczanie z reguły jest podające, a indywidualizacja nauczania — praktycznie niemożliwa. Oszczędności na liczebności klas są złudne

— społeczeństwo płaci za nie wielokrotnie więcej, mając mniej zdolnych, wolniej myślących i gorzej przygotowanych pracowników.

Powinny być co najmniej 2 podręczniki do wyboru dla każdej klasy. W tej dziedzinie notujemy ostatnio istotny postęp, zaniedbania są jednak znaczne. Do niedawna stawki autorskie były tak niskie, że np. plastyk ilustrujący podręcznik dla I klasy dostawał wynagrodzenie kilkakrotnie wyższe od autora, a powinno być odwrotnie, zważywszy na rzeczywisty wkład pracy i niezbędne kwalifikacje: ilustracje może wykonywać wiele osób, a napisać dobry podręcznik z matematyki — mała garstka osób. Obecnie stawki autorskie podniesiono, ale wciąż nie odpowiadają one rzeczywistemu trudowi autora.

Należy wprowadzić do szkół więcej pomocy dydaktycznych, zwłaszcza tych, które są proste i tanie. W szczególności konieczne jest opracowanie zestawu do ćwiczeń z rachunku prawdopodobieństwa — kostek zwykłych pomalowanych na różne kolory (np. trzy ściany czerwone, dwie żółte i jedna niebieska), kostek krzywych (niesymetrycznych), kostek dwudziestościennych (w kształcie dwudziestościanu foremnego z cyframi od 0 do 9 po dwa razy) i innych przyborów do losowania oraz odpowiednio opracowanych gier dydaktycznych.

Do opracowywania ogólnej koncepcji programów klas IX–X należy przystąpić wcześnie, aby mieć kilka lat czasu na spokojne przygotowanie podręczników. Główne narzekania na przeładowanie obecnych programów i trudności w ich realizacji miały swe źródło w niewłaściwej koncepcji przygotowań reformy: najpierw opracowano i zatwierdzono program, a następnie pisano zgodne z programem podręczniki, które ukazały się w ostatniej chwili, gdy już nic nie można było zmienić. W przyszłości kolejność powinna być inna: najpierw sformułowanie programu w ogólnym zarysie, następnie pisanie podręczników, drukowanie ich w próbnych nakładach i dopiero wtedy, z podręcznikami w ręku, opracowywanie ostatecznej wersji programu. Uniknie się w ten sposób rozczarowań z lat 1967–1970, gdy rzeczywistość podręcznikowa odbiegała znacznie od wizji tych podręczników prezentowanych przed ich napisaniem. Jesienią 1967 r. okazało się, że np. wypada 600 stronic podręczników matematyki dla klasy I liceum (algebry i geometrii łącznie) na 4 godziny tygodniowo zajęć. Później, w trakcie pisania podręcznika rachunku prawdopodobieństwa dla klasy IV okazało się, że pewne sformułowania programu nie dadzą się utrzymać, co powodowało konieczność wprowadzenia poprawek do obowiązującego programu jeszcze przed wejściem tego programu w życie.

Pożądane jest również wypróbowanie nowych podręczników w wybranych szkołach przed ich masowym wprowadzeniem. Jednakże już sama możliwość obejrzenia przyszłego podręcznika wydrukowanego, lub choćby w maszynopisie, może wpłynąć na ostateczną ocenę czy postulowany program jest realizowalny w szkole. Wiadomo bowiem, że niezależnie od obowiązujących zasad nauczyciel w praktyce realizuje nie to, co podaje program, lecz to, co jest w podręczniku.

5. Badania z dydaktyki matematyki. W czasie dyskusji w Sekcji Matematyki II Kongresu Nauki Polskiej postulowano zwiększenie roli badań naukowych w zakresie dydaktyki matematyki.

Dziedzina ta traktowana jest w Polsce po macoszemu. Zajmują się nią na ogół byli nauczyciele, zatrudnieni w uczelniach po wielu latach pobytu w szkole średniej, a także ci, którym nie powiodło się w matematyce czystej. Tak zwani twórczy matematycy zajmują się sprawami dydaktyki dorywczo, np. gdy zostaną zaproszeni na posiedzenie jakiejś komisji.

Brak dostatecznej liczby specjalistów w zakresie dydaktyki matematyki jest dotkliwy. Wystarczy np. stwierdzić, że w ostatnim czasie utworzono wiele nowych instytutów naukowo-dydaktycznych podległych resortowi oświaty (obecnie jest 5 instytutów centralnych i 17 wojewódzkich) i tylko mała ich część zatrudnia matematyków ze stopniem doktora.

Należy zerwać z zasadą poszukiwania kandydatów do badań z dydaktyki matematyki wśród najlepszych nauczycieli o długim stażu pracy. Ludzie ci wnoszą podświadomie cały balast utartych poglądów i nawyków, przyczyniając się w ten sposób do konserwatyzmu w oświacie, do utrwalenia istniejącego stanu rzeczy. W medycynie np. sytuacja jest inna: choć dobry lekarz musi mieć długoletnią praktykę, profesorowie szukają kandydatów na asystentów przede wszystkim wśród najzdolniejszych absolwentów, a nie wśród długoletnich pracowników szpitali powiatowych. Kandydatów na wybitnych dydaktyków matematyki powinno się również wyławiać możliwie wcześnie i otaczać ich opieką, gwarantując im odpowiednią praktykę w szkole, zaopatrzenie w literaturę fachową (książki i czasopisma) i możliwość prowadzenia własnych badań. W tym celu należy tworzyć zakłady dydaktyki matematyki na wydziałach matematycznych uniwersytetów.

Na każdym uniwersytecie powinno się zachęcać zdolnych studentów sekcji teoretycznej (nie nauczycielskiej!), mających odpowiednie predyspozycje psychiczne, do wybrania dydaktyki matematyki jako specjalności naukowej, traktowanej serio i uprawianej na poziomie zbliżonym do poziomu najlepszych ośrodków na świecie (odrzucając argumenty typu: „ten student nie powinien zajmować się dydaktyką matematyki, gdyż jest zbyt zdolny").

Szczególny nacisk trzeba położyć na szkolenie młodej kadry w zakresie nauczania początkowego matematyki, dziedziny wyraźnie wyodrębniającej się z całości dydaktyki matematyki i mającej dziś największe szanse rozwojowe.

Należy starać się przenieść do dydaktyki matematyki rozmach i styl pracy polskiej szkoły matematycznej: odważnie atakować problemy i równać do najlepszych. Należy dążyć do założenia własnego czasopisma poświęconego badaniom w zakresie dydaktyki matematyki, organizować seminaria badawcze, sympozja, szkoły letnie krajowe i międzynarodowe, współpracować z pedagogami, psychologami, projektować nowe pomoce naukowe. Wymagać będzie to nakładów finansowych i znacznego wysiłku organizacyjnego.

Oświata polska wchodzi w okres wielkich przeobrażeń. Stwarza to możliwość istotnego podniesienia poziomu nauczania matematyki w Polsce, szansę, którą matematycy powinni wykorzystać.