wmpbp 229

z warstw, a dopiero później grupa ilorazowa w zwykłym ujęciu. Złośliwy błąd graficzny na str. 247, przykład 5 (warstwy nierozłączne). Paragraf o kongruencjach systemów algebraicznych wygląda w tym rozdziale obco. Te ogólne rozważania są, jak widać, rozsiane po książce, a nadają się raczej do zebrania w jeden rozdział na końcu. Dalej czytamy o grupach cyklicznych, o grupach prostych i rozwiązalnych, wreszcie o grupach symetrycznych, i tu dopiero (na str. 267!) czytelnik dowiaduje się, co to jest permutacja i grupa permutacji. Książkę zamyka krótko informacyjny paragraf o teorii Galois. Autor słusznie odsyła tu czytelnika do książki Browkina *Wybrane zagadnienia algebry*. W rozdziale tym, podobnie jak w niektórych innych, spotyka się nużący werbalny formalizm. Niczemu nie służą, a tylko utrudniają, takie zdania jak: „Grupy, których rząd jest liczbą naturalną, nazywamy skończonymi „albo" Grupy, których rząd jest nieskończoną liczbą kardynalną, nazywamy nieskończonymi." Mimo woli wplata się tu trudności związane z pojęciem zbioru skończonego i liczby kardynalnej, gdy naprawdę chodzi o wyrażenie (niepotrzebnej) myśli, że grupa nazywa się skończona, gdy zbiór jej elementów jest skończony etc. A co innego mogłoby to znaczyć? Jeśli treść pojęcia jest jednoznacznie wyrażona przez jego nazwę zgodną z potocznym znaczeniem słów, wszelkie wyjaśnienia są zbędne, Tak samo źle (a nawet jeszcze gorzej) jest pisać „Układ nazywamy niesprzecznym, gdy nie jest sprzeczny" (str. 56). Równie dobrze mogłoby być: „Mówimy, że układ nie jest sprzeczny, gdy jest niesprzeczny". Mam też wątpliwości czy należy jeszcze dziś używać terminu „rząd grupy" zamiast „moc grupy". Raczej mówimy, że (nietrywialna) grupa jest rzędu 5, gdy $x^5 = 1$ stale.

Po każdym paragrafie są zadania „sprawdzające", przeważnie dobrze dobrane i łatwe, często z odpowiedziami. Do trudniejszych są wskazówki.

W wielu miejscach język jest nie dość staranny. Przykłady: skoro...więc lub „ponieważ... stąd" zamiast „ponieważ...więc", „dla każdego *b*...iloczyn...nie jest podzielny", „tak otrzymane ciało, choć nie jest identyczne z ciałem...to jednak jego własności...", „ma miejsce", „otrzymujemy, że", „następująco", w „oparciu o" zamiast „na podstawie", „ciała...są jednym z najprostszych przykładów", „dowodzone twierdzenie wykażemy", „utożsamiając każdy element z jego obrazem ciało K stanie się" (francuska konstrukcja gramatyczna), zbyt częste, a nieładne „warto zauważyć", „zapis" (np. addytywny) zamiast „pisownia" itd.

Stanisław Hartman

Uwagi A. Białynickiego-Biruli w związku z powyższą recenzją

Pragnę ustosunkować się do recenzji prof. Hartmana, gdyż w recenzji tej jest wiele nieporozumień i niewłaściwych interpretacji moich intencji. Nie oznacza to oczywiście, bym chciał odpierać wszystkie te zarzuty Recenzenta, z którymi w części lub nawet w całości się nie zgadzam, rozumiejąc, że znaczna doza subiektywizmu jest przywilejem każdego recenzenta. Ograniczę się jedynie do tych, które są stawiane z całą stanowczością (nie dopuszczającą innego punktu widzenia) oraz na tyle jasno, bym mógł je zrozumieć.

(a) W książce traktuję algebrę jako dział otwarty, nie unikając przykładów z innych działów i korzystając z pomocy analizy i geometrii (zwłaszcza tam, gdzie mowa o liczbach rzeczywistych). Natomiast zgodnie z uwagami Recenzenta należałoby unikać tej „demonicznej" pomocy, gdyż odwoływanie się do teorii nieałgebraicznych nie jest jego zdaniem słuszne (nawet w przykładach!). Jestem zdania, że w podręcznikach algebry powinno się, jak najbardziej, nawiązywać oraz korzystać z twierdzeń analizy oraz geometrii i nie widzę argumentów przemawiających przeciw temu.

Inna sprawa to korzystanie z teorii mnogości. Tu Recenzent nie ma żadnych obiekcji. Wydaje się jednak, że przecenia możliwości i umiejętności studentów I roku. Nie jest prawdą, że do zrozumienia książki „wystarczą elementy teorii mnogości z programu szkoły". W programie tym nie ma ani pojęcia obrazu i przeciwobrazu zbioru przy przekształceniu, ani pojęć relacji równoważności, porządku, sum i iloczynów nieskończonych, itd. Oczywiście lektura całej książki H. Rasiowej *Wstęp do matematyki współczesnej* nie jest do zrozumienia *Algebry* potrzebna. Natomiast

Ministerstwo Nauki i Szkolnictwa Wyższego

znajomość tej części, która dotyczy teorii zbiorów (wyjąwszy paragrafy zaznaczone gwiazdką jako nadobowiązkowe) jest naprawdę do zrozumienia *Algebry* konieczna. Nie jest wreszcie prawdą, że lemat Zorna jest w programie studiów I roku. („Program nie zawiera liczb porządkowych, indukcji pozaskończonej, ani lematu Zorna" — wyjątek z programu wykładu *Wstęp do matematyki* „Programy ramowe i plany studiów" strona 7, PWN, 1966).

(b) Recenzent sporo miejsca poświęca raczej marginesowej sprawie wykorzy-tania tzw. zasadniczego twierdzenia arytmetyki. Wydaje się on wyrażać swoją zgodę na wczesne wykorzystanie tego faktu, który nazywa się „zasadniczym twierdzeniem arytmetyki", krytykuje zaś wykorzystanie tego jako twierdzenia. W książce na str. 26 powołuję się na ten „fakt" nie nazywając go twierdzeniem, a o samym twierdzeniu mowa jest w uwadze na następnej stronie. W uwadze tej podano, że dowód znacznie ogólniejszego twierdzenia zawarty jest na str. 200–201. Recenzent zaś, zapomniawszy o jakim twierdzeniu mowa, szukał tam rezultatu uogólniającego twierdzenie, że pierścień Z_p jest ciałem. Otóż w książce nie to było obiecane (i tylko przypadek sprawił, iż to, że Z_p jest ciałem wynika wprost z twierdzenia 5.4 na stronie 200). Natomiast dowód rezultatu ogólniejszego od zasadniczego twierdzenia arytmetyki wynika z wniosku 5.7 (str. 201), co wyraźnie tam stwierdzono.

(c) Część uwag zawartych w recenzji, zdaniem mym, wynika z braku uwagi Recezenta. Na przykład : 1) symbol j użyty w dowodzie twierdzenia 5.1, rozdziału X, jest zdefiniowany na stronie 160 i jest później wielokrotnie użyty (bez dodatkowych wyjaśnień); 2) co prawda „w dowodzie twierdzenia o krotności pierwiastków równania $x^n = b$ brak definicji użytego tam symbolu r", ale przecież znaczenie tego symbolu zostało wyjaśnione w sformułowaniu tego twierdzenia; 3) „w definicji podpierścienia" nie „omawia się rzekomej dwuznaczności tego terminu pochodzącej stąd, że działania w podpierścieniu można zrozumieć jako zawężenia działań w pierścieniu lub też nie rozumieć ich w ten sposób", i naprawdę wystarczy tylko przeczytać definicję podpierścienia, by przekonać się, że w książce mowa jest o całkiem innej dwuznaczności; 4) nie sądzę, by u „krytycznego czytelnika" mogły obudzić się wątpliwości, czy przy izomorfizmie ciał dodawanie może przechodzić na mnożenie i na odwrót, jeśli tylko czytelnik ów jest przy tym choć trochę uważny i przeczyta wyjaśnienia zawarte na str. 31 książki.

(d) Rzeczywiście, jak zauważa Recenzent, w książce zignorowane są pierścienie bez jedynki. Wynika to z faktu, że pierścienie z jedynką odgrywają w teorii pierścieni przemiennych nieporównanie większą rolę od pierścieni bez jedynki (wbrew temu, co twierdzi Recenzent pisząc, jakoby waga tych pojęć była taka sama). Bez przesady można stwierdzić, że we współczesnej algebrze nie ma ani teorii pierścieni przemiennych bez jedynki, ani potrzeby tworzenia takiej teorii. Konsekwencją tego jest również przyjęta w książce definicja podpierścienia, a fakt, że zgodnie z tą definicją żaden ideał właściwy nie jest podpierścieniem, w niczym nie przeszkadza. Przeciwnie, z pojęciami tymi wiążą się zupełnie odmienne intuicje i interpretacje.

(e) W książce pominięto szereg działów *Algebry* i tak np. okrojono teorię macierzy „gdy przekształcenia zdobyły tak wysoką pozycję w programie szkolnym", co słusznie zauważa Recenzent. Zakres książki jest dostosowany do dotychczasowego programu wykładu algebry na I roku studiów. Natomiast algebra liniowa (wraz z rozwiniętą teorią przekształceń liniowych i macierzy) zgodnie z programem miała być wykładana dopiero na II roku studiów. Ponadto rozwinięcie algebry liniowej nie jest potrzebne dla objętych programem i zakresem książki działów teorii ciał i pierścieni. Dlatego dalsze rozszerzenie w *Algebrze* zarówno teorii macierzy, jak i innych rozdziałów algebry liniowej, uważam za zbędne.

(f) Nie uważam oczywiście kolejności: najpierw ciała i pierścienie, potem — grupy, za jedyną możliwą do przyjęcia. Uważam natomiast, że jest parę ważkich powodów dydaktycznych (a nie tylko historycznych i ideologicznych), które przemawiają za tą właśnie kolejnością. Przede wszystkim podstawowe przykłady pierścieni przemiennych i ciał (liczby całkowite, pierścień wielomianów o współczynnikach rzeczywistych lub wymiernych, ciała liczb wymiernych i rzeczywistych) są dobrze znane studentom już ze szkoły średniej, nic więc nie stoi na przeszkodzie, by na tej podstawie już na początku I roku studiów przystąpić do budowy uogólnień: pojęcia pierścienia i ciała. Natomiast podstawowymi przykładymi grup są różne grupy przekształceń, a zarówno z ogólnym

pojęciem grupy przekształceń, jak i z najważniejszymi grupami przekształceń, studenci stykają się w zasadzie dopiero na I roku studiów na wykładzie geometrii. W pierwszych miesiącach I roku studenci nie dysponują jeszcze takim zasobem ważnych przykładów grup, który by wskazywał na potrzebę wprowadzenia ogólnego pojęcia grupy i rozwinięcia teorii tego pojęcia. Uzasadnienie wczesnego wprowadzenia grup potrzebami teorii ciał i pierścieni, a w szczególności możliwością określenia na tej drodze parzystości permutacji wykorzystanej później w teorii wyznaczników nie jest, moim zdaniem, przekonywające. Ewentualne zastosowania języka teorii grup we wstępnych rozdziałach teorii pierścieni i ciał mają charakter marginesowy i nieistotny, a droga wprowadzenia wyznaczników poprzez pojęcie parzystości permutacji nie jest ani prostsza, ani łatwiejsza, ani bardziej naturalna od definicji indukcyjnej lub aksjomatycznej. Jeśli więc w książce wyznaczniki są wprowadzone indukcyjnie, to tylko dlatego, że ta droga wydaje mi się najpraktyczniejsza, a nie dlatego, bym miał jakieś awersje do permutacji i teorii grup.

(g) Recenzent poświęca sporo miejsca sprawom terminologicznym. Z uwag tych wynika, że terminologia algebraiczna nie jest ustalona, a terminy przyjęte w Warszawie i gdzie indziej nie są używane we Wrocławiu. Na przykład dowiedziałem się, z recenzji, że nie należy używać terminu „jedynka", że nie należy mówić „ciała algebraicznie domknięte", itd. Recenzent krytykuje też użycie terminu „sprzeczny układ równań" dla takich układów równań liniowych, z których można jako kombinację liniową otrzymać równanie $0 = 1$, twierdząc, że jest to niezgodne z definicją przyjętą w szkole średniej i z intuicją. Uważam, że jest w zgodzie z intuicją, by terminem „sprzeczny" nazywać układ, z którego wynika sprzeczność (a nie taki, który w danym ciele nie ma rozwiązania). Twierdzenie Recenzenta jakby ta definicja „była robiona" pod twierdzenie Kroneckera–Capelliego jest zupełnie nieuzasadnione i wystarczy porównać wprowadzoną dalej definicję sprzecznego układu równań algebraicznych (niekoniecznie liniowych).

Jak już wspomniałem na wstępie, nie zamierzam tu odpierać wszystkich zarzutów zawartych w recenzji, z którymi się nie zgadzam (uważam na przykład, że podany dowód faktu, iż zbiór liczb postaci $a+b\sqrt[3]{2}+c\sqrt[4]{4}$, jest ciałem, jest dla studentów kształcący chociażby — ale nie tylko — dlatego, że po zapoznaniu się z nim mogą oni ocenić podane dalej ogólne twierdzenia, z których fakt ten może być wyprowadzony. Jest to również odbiciem rozwoju historycznego algebry). Niektóre zarzuty zresztą trudno po zastanowieniu się rozumieć jako zarzuty, choć to sugeruje ton i forma, w jakiej są stawiane (np. ten brak „konsekwentnego stanowiska w ... sprawie" „stosunku między szczytnym celem ogólności a poziomym celem przystępności" — sądząc z treści, byłbym skłonny uznać za pochwałę, ale ton tej wypowiedzi sugeruje niestety coś innego; albo „zarzut" zniżania się „do poziomu przeciętnego studenta", którego to rzekomo przeciętny student nie potrzebuje).

Ogólny zawarty w recenzji zarzut istnienia w książce wielu omyłek jest niewątpliwie słuszny. Korzystając z okazji podaję kilka najważniejszych z tych, które zostały dostrzeżone. Chciałbym tu podziękować pp. doc. J. Browkinowi i doc. K. Szymiczkowi za przesłane mi listy zauważonych błędów.

str. i wiersz	jest	powinno być
51^{8}	nie większa	nie mniejsza
107^{17}	jest	nie jest
113^{7}	wzajemnie jednoznacznym	różnowartościowym
138^{20}	nieparzystego	parzystego
210_{8}	nierozkładalne	nieodwracalne
216_{2}	$g = 0$	$g \neq 0$
229^{6}	nie większą niż k	będącą dzielnikiem liczby k
229^{7}	p^k	$p^{k!}$
273_{18-17}	$n \leqslant \mathrm{Aut}\,(L/K) \leqslant n!$, gdzie $n = \mathrm{st}\, f$	$m \leqslant \mathrm{Aut}\,(L/K) \leqslant m!$, gdzie m jest liczbą elementów zbioru L_f.

Andrzej Białynicki-Birula