Jan Krzyż, *Zbiór zadań z funkcji analitycznych*, wydanie trzecie, Państwowe Wydawnictwo Naukowe Warszawa 1972, str. 294, cena zł 28.—

Trzecie wydanie różni się tylko nieznacznie od pierwszego. Kilka grup zadań uległo zmianom: przykładowo z § 8.1 (twierdzenie Riemanna o odwzorowaniu) zniknęło zadanie 8.1.2 przekazujące w ręce studenta dokończenie dowodu tego twierdzenia (jednoznaczność), dodał zaś Autor kilka ćwiczeń — o obszarach symetrycznych, o odwzorowaniu przez funkcję modułową λ, o odwzorowaniu obszarów wielospójnego na obszar o krzywych brzegowych analitycznych — i o odwzorowaniu lokalnie jednolistnym koła na całą płaszczyznę. Ten ostatni typ zadań — uświadamiający studentowi niedokładność intuicji, sugerowanej tu przez twierdzenie Liouville'a — wydaje się szczególnie pożyteczny.

Zmiany w rozdziale o funkcjach jednolistnych (oraz nastawione głównie na zastosowania w tej dziedzinie, dodane rozdziały o rodzinach normalnych i monodromii) akcentują zainteresowania Autora; jest tam też niejeden ślad jego osiągnięć naukowych.

Dobrze, że ten piękny zbiór zadań doczekał się jednocześnie wydania angielskiego — przez Elsevier Publ. Co. wspólnie z PWN. Zdobędzie sobie zapewne zasłużoną popularność światową.

W. Kleiner

Wiktor Marek i Janusz Onyszkiewicz, *Elementy logiki i teorii mnogości w zadaniach*, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1972, str. 278, cena zł 20.—

Recenzowana książka jest pierwszym polskim, a prawdopodobnie również jedynym w literaturze światowej, zbiorem zadań obejmującym podstawowe rozdziały logiki i teorii mnogości. Uzasadnia to stosunkowo wysoki nakład (10 000 egz.) oraz konieczność następnych wydań po jego szybkim wyczerpaniu.

Zbiór adresowany jest głównie do studentów pierwszego roku studiów matematycznych na uniwersytetach, politechnikach i w Wyższych Szkołach Pedagogicznych — słuchaczy wykładu wstępu do matematyki. Zadania związane z programem tego wykładu wypełniają pierwsze dziewięć rozdziałów (w nawiasach podaję ilość zadań w rozdziale): I. Rachunek zdań (104), II. Algebra zbiorów (165), III. Funkcje zdaniowe, kwantyfikatory (200), IV. Relacje, relacje równoważności (150), V. Funkcje (92), VI. Działania nieskończone (67), VII. Teoria mocy (100), VIII. Relacje porządkujące (80), IX. Zestawy ogólnie sprawdzające (49 zadań w ośmiu zestawach).

Zakres każdego z pierwszych ośmiu rozdziałów jasno wynika z tytułu. Rozdział IX zawiera zestawy zadań pokrywające całość materiału z rozdziałów poprzednich.

Jak widać, część materiału zazębia się z programem szkoły średniej, co automatycznie zwiększa grono czytelników o zainteresowanych matematyką uczniów i nauczycieli.

Pozostałe cztery rozdziały zamieszczono z myślą o studentach lat starszych, jako pomoc do proseminariów i wykładów monograficznych: X. Arytmetyka liczb kardynalnych i porządkowych (65), XI. Elementarne systemy formalne i ich podstawowe własności (66), XII. Teoria modeli (104), XIII. Funkcje rekurencyjne (50).

Dla zwiększenia kompletności, zbiór zawiera dwa dodatki: Dodatek I. Indukcja matematyczna (96), Dodatek II. Kraty, algebry Boole'a (82).

Niemal połowę książki wypełniają odpowiedzi, rozwiązania i wskazówki do zadań. Ponadto każdy rozdział zawiera krótki wstęp teoretyczny, podający niezbędne definicje oraz podstawowe fakty. Również pomiędzy zadania wstawione są liczne uwagi o podobnym charakterze. Po rozwiązaniach umieszczono spis literatury uzupełniającej, zawierającej 18 pozycji (w tym klasyczną już dzisiaj *Logikę* Winogradowa i Kuźmina). Książkę kończy skorowidz ważniejszych terminów.

Jak widać z tego krótkiego przeglądu treści, Autorzy zrobili dużo, aby książka mogła stanowić

Ministerstwo Nauki i Szkolnictwa Wyższego

nie tylko pomoc do ćwiczeń, ale również podstawę do samodzielnej pracy. Niestety, liczne wyraźne usterki zmniejszają efekty ich wysiłków.

Materiał zebrany w książce jest bardzo duży. Samych zadań jest 1470, a jeśli uwzględni się zawarte w części z nich punkty i podpunkty, wówczas łączna ilość ćwiczeń będzie jeszcze większa. Przy lekturze odnosi się wrażenie, że Autorzy nie potrafili w pełni zapanować nad masą zebranego materiału. Stąd biorą się prawdopodobnie usterki, które omawiam poniżej.

Różne partie materiału potraktowano z różną dokładnością. O ile rozdziałom X, XI, XIII można zarzucić zbyt pobieżne przedstawienie problematyki, o tyle rozdziały I, III, IV wydają się zbyt drobiazgowe. Długie serie podobnych do siebie łatwych ćwiczeń (np. I.27 – I.61, III.25 – – III.55, IV.45 – IV.81) wprowadzają niepotrzebną monotonię. Poza tym w takich masówkach giną przypadki trudniejsze i ciekawsze (np. w pierwszej z wymienionych serii oprócz zupełnie nienaturalnych wyrażeń rachunku zdań występują często stosowane tautologie).

Podobne zastrzeżenie można uczynić pod adresem odpowiedzi. Brak jest odpowiedzi do znacznej ilości trudnych zadań. Dobrze pod tym względem wyglądają rozdziały I–VI, i VIII oraz Dodatek II. Są w nich luki (np. brak jest wskazówek do zadań II.181 i 182), ale jest ich mało. Do zadań z rozdziałów XII i XIII ilość wskazówek jest niemal wystarczająca, są one jednak zbyt ogólnikowe. Zdecydowanie źle jest dla rozdziałów VII, X, XI oraz Dodatku I.

Za błąd należy uznać brak odpowiedzi do rozdziału IX. Jeśli dobrze rozumiem myśl Autorów, to ma on pomóc czytelnikowi w sprawdzeniu stopnia opanowania materiału. W takim razie odpowiedzi (nie wskazówki i nie rozwiązania) są konieczne. Chyba, że celem tego rozdziału jest ułatwienie asystentom układania zadań na kołokwia zaliczeniowe. W takim razie radziłbym ten rozdział usunąć z następnych wydań.

Wyraźnie brakuje w zbiorze pewnych zadań: o regułach wnioskowania, o mocach zbiorów skończonych, nierówności dla liczb porządkowych, na zastosowanie indukcji poza algebrą (są jedynie trzy zadania geometryczne).

Układ zadań jest nieco chaotyczny. Wprawdzie we wstępie autorzy zapowiadają, że zadania będą ustawiane zgodnie z rosnącymi trudnościami, jednakże w praktyce nie zawsze tak się dzieje. Czasami oddzielone są od siebie zadania, które umieszczone w pobliżu mogłyby się uzupełniać (np. zadania 34 i 77 oraz 82 i 85 z Dodatku I). Zdarzają się również powtórzenia (np. II.111 i II.126, VIII.9 i VIII.62), ale jest ich niewiele.

Część zadań przekracza możliwości nawet zdolnych studentów (wprawdzie głównie w części drugiej, przeznaczonej dla bardziej wyrobionych czytelników). Na przykład rozwiązanie zadania XII.80 wymaga znajomości mało znanego twierdzenia Steinitza, a w zadaniu VII.86 każe się udowodnić uogólnioną hipotezę continuum (dzięki przeoczonemu błędowi zecerskiemu).

Wydaje się, że części wymienionych usterek można uniknąć w następnych wydaniach dzięki wprowadzeniu oznaczeń (np. gwiazdek) zadań trudniejszych.

Wiele uwag można zrobić w związku z wstępami i wstawkami teoretycznymi. Jednakże jasne jest, że konieczna ich schematyczność i skrótowość musi prowadzić do znacznych uproszczeń lub nawet nieścisłości. Nie mogą one również być całkowicie wystarczające. Dlatego zgodzić się można na występowanie w niektórych zadaniach pojęć i oznaczeń nie wprowadzonych w tekście. Wydaje się jednak, że często występujące oznaczenia powinny być wprowadzone w zbiorze (może nawet w osobnym zestawie na końcu). Nie jest przecież całkiem oczywiste, że mało wyrobionemu czytelnikowi oznaczenie C kojarzyć się będzie ze zbiorem liczb zespolonych, Z zaś ze zbiorem liczb całkowitych.

Wymienione dotychczas usterki można uznać za naturalne, zwłaszcza jeśli się weźmie pod uwagę pionierski charakter omawianego zbioru. Jednakże w książce znaleźć można niezwykłe ilości błędów i usterek, których niczym usprawiedliwić nie można. Ponieważ wymienienie ich wszystkich (a raczej wszystkich tych, które znaleziono przy dość pobieżnej lekturze) przekracza możliwości „Wiadomości Matematycznych", omówię je możliwie krótko.

W trzydziestu zadaniach poleca się czytelnikowi dowodzenie fałszywych twierdzeń. Czasami spowodowane jest to pominięciem pewnych założeń, lub przeoczonymi w korekcie błędami ze-

cerskimi, czasem przyczyny są trudniej uchwytne. Zresztą czytelnikowi jest prawdopodobnie wszystko jedno, dzięki komu tracić będzie on czas na próby udowodnienia hipotezy continuum lub twierdzeń w rodzaju:

$$\overline{A-B} = \overline{A}-\overline{B} \quad \text{(zadanie II.148)},$$

$$\mathrm{Fr}(A) = \overline{A}-\overline{\overline{X-A}} \quad \text{(II.154)},$$

$$\prod_{i=1}^{n}(1+x^{2^{i-1}}) = 1+\prod_{i=1}^{n} x^{2^{i-1}} \quad \text{(zadanie 43 w Dodatku I)},$$

czy też (VI.1.c): „jeżeli $T = \{n_1, \ldots, n_k\}$ (...), to

$$\mathop{\mathsf{P}}_{t\in T} A_t = A_{n_1} \times \ldots \times A_{n_k}".$$

Oprócz sformułowań wyraźnie błędnych, w tekstach wielu zadań spotkać można niezręczności utrudniające ich zrozumienie oraz zbyt słabo określone wymagania. Na przykład w zadaniach III.182–III.189 nie napisano w tekście, a dopiero w rozwiązaniach, z czego wolno korzystać w dowodach. W zadaniu VIII.70 poleca się udowodnić lemat Kuratowskiego–Zorna, przy czym ani z tekstu, ani ze wskazówki nie widać, z czego korzysta się w dowodzie.

Jeszcze gorzej niż sformułowania zadań przedstawiają się odpowiedzi. Recenzent znalazł 56 odpowiedzi wyraźnie błędnych (poza nic nie mówiącymi, niezrozumiałymi itp.). Dla przykładu, z odpowiedzi do zadań czytelnik może dowiedzieć się, że:

równość $(A \cup B)-C = (A-C) \cup B$ zachodzi zawsze (II.104),

wykresem zależności $x+y = 1$ na płaszczyźnie jest okrąg (III.30),

relacja $|x-2| = |y+2|$ w R^2 jest symetryczna (IV.68).

Swoistym rekordzistą jest tutaj zadanie II.111, które w zbiorze występuje dwukrotnie (drugi raz jako II.261) za każdym razem z błędną odpowiedzią. Przy tym obydwie podane odpowiedzi są różne.

Podkreślam jeszcze raz, że ilość błędów w książce jest prawdopodobnie znacznie większa niż udało mi się wyłowić. Zresztą oprócz błędów sprawiających, że zadania lub odpowiedzi stały się fałszywymi, udało mi się znaleźć sto drobniejszych błędów korektorskich. W tym jeden w spisie literatury (kompletnie zniekształcony tytuł książki Malcewa) i jeden w erracie (!).

Warto jeszcze wspomnieć o dwóch mankamentach książki. Oznaczenia są niekonsekwetne. Na przykład produkt zbiorów oznaczany jest na dwa różne sposoby; występują rozbieżności między oznaczeniami w rozdz. XI i XII. Podobnie niekonsekwentnie używają autorzy terminów. Dla przykładu, na str. 49 definiuje się funkcję jako relację jednoznaczną i przekształcenie jako funkcję zawartą w $X \times Y$ o dziedzinie równej X. Jednakże już od str. 51 używają oni słowa „funkcja w sensie »przyporządkowania«". Potknięć o podobnym charakterze można wymienić znacznie więcej.

Ostatnią uwagę zaadresowałbym wyraźnie do wydawnictwa. Wydaje się, że tego rodzaju zbiór zadań powinien być staranniej opracowany pod względem typograficznym. Odstępy pomiędzy zadaniami (a już w każdym razie przed i po bloku zadań pokrewnych poprzedzonych wspólnym komentarzem) powinny być większe. W jakiś sposób wyróżnić trzeba też z tekstu wszystkie wtrącane między zadania uwagi, komentarze i definicje. W obecnej wersji zlewają się one w całość z sąsiednimi zadaniami.

Podsumowując swoje uwagi jeszcze raz muszę podkreślić, że sam pomysł książki, jej założenia oraz dobór i ilość materiału budzić muszą szacunek dla autorów. Jednakże drobne potknięcia w opracowaniu oraz znaczne przeoczenia korekty sprawiają, że cel postawiony przez autorów został zrealizowany w stopniu znacznie niższym niż można tego było oczekiwać. Książka absolutnie nie nadaje się do samodzielnej pracy studentów, co przeczy podstawowemu jej założeniu. Ponieważ następne wydania tej książki będą wkrótce konieczne, postulowałbym w trakcie ich opracowania: przemyślenie i ewentualne poprawienie układu i doboru zadań, rozwiązanie wszystkich zadań na nowo, poprawienie oznaczeń i terminologii oraz usunięcie drobniejszych usterek, o których wspomniałem.

Omawiana książka jest jedynie, może nawet drastycznym, przykładem kłopotów z jakością wydawanych książek matematycznych. Warto więc chyba zastanowić się, czy przyjęte formy oceny maszynopisów i korekty spełniają swoje zadania. Być może należy recenzowanie prac przed dopuszczeniem do druku, sprawdzenie rozwiązań, czy wreszcie przeprowadzenie korekty zlecać większej ilości kompetentnych osób. Zwłaszcza jeśli w rachubę wchodzą podręczniki i zbiory zadań dla uczniów lub studentów młodszych lat studiów. Nieunikniona podwyżka kosztów opłaci się, jeśli weźmiemy pod uwagę możliwość zmarnowania znacznej części wysiłku wielu osób (jak to ma miejsce w przypadku omawianej książki.)

Jan Waszkiewicz

Lech Tadeusz Kubik, *Rachunek prawdopodobieństwa*, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1973, str. 179, cena zł 20.—

Recenzowana książka została napisana jako podręcznik dla studentów Wyższych Szkół Nauczycielskich. To ściśle określone przeznaczenie książki zobowiązywało Autora do dostosowania się do istniejącego programu studiów, do przygotowania matematycznego studentów i do ich uzdolnień matematycznych.

Treść książki przedstawię przez podanie tytułów kolejnych rozdziałów i dodatkowych informacji w nawiasach. Oto one: I. Zdarzenia losowe, II. Pojęcie prawdopodobieństwa (aksjomaty prawdopodobieństwa, kombinatoryka), III. Prawdopodobieństwo warunkowe (twierdzenie o prawdopodobieństwie całkowitym, wzór Bayesa), IV. Niezależność zdarzeń i doświadczeń (schemat Bernoulliego), V. Zmienne losowe (definicja zmiennej losowej, rozkład prawdopodobieństwa, zmienne losowe dyskretne, ciągłe, zmienne losowe wielowymiarowe, niezależność zmiennych losowych, wartość oczekiwana i wariancja, przegląd rozkładów prawdopodobieństwa), VI. Twierdzenie graniczne (nierówność Czebyszewa, prawo wielkich liczb Bernoulliego, twierdzenie Moivre'a–Laplace'a, twierdzenie Poissona, informacje o uogólnieniach tych twierdzeń), VII. Elementy statystyki matematycznej i teorii gier (przykłady testowania hipotez statystycznych spotykanych w statystycznej kontroli jakości, elementy teorii gier macierzowych).

Z powyższego zestawienia treści książki wynika, że zawiera ona materiał tradycyjnie włączany do wstępu z rachunku prawdopodobieństwa i statystyki matematycznej. Pewną nowość stanowią tu elementy teorii gier rzadziej wykładane przy tego rodzaju okazjach.

Spora część materiału pozostawiona jest bez dowodu, wobec czego wydaje mi się dyskusyjne umieszczenie w książce informacji o uogólnieniach twierdzeń granicznych. Natomiast w elementach statystyki matematycznej uważałbym za celowe umieszczenie przykładu zagadnienia z teorii estymacji.

Od czytelników nie wymaga się wcześniejszej znajomości rachunku pradododobieństwa, lecz jedynie znajomości elementów matematyki wyższej. Autor przychylił się raczej do realistycznej opinii, że czytelnicy mają słabe przygotowanie matematyczne i ponadto mają ograniczoną zdolność rozumowania matematycznego. Ta ostatnia opinia wpłynęła niewątpliwie na wybór metody wykładu, polegającej na analizowaniu przykładów, odwoływaniu się do intuicji i powiązaniu teorii z praktyką.

Cechą charakterystyczną książki jest praktycyzm spotykany w tym stopniu jedynie w niektórych podręcznikach matematyki dla przyrodników. I tak, chyba z braku wiary w moc przekonywającą dowodów, twierdzenia poprzedza się sprawdzaniem przykładów liczbowych (str. 141), zadania nierachunkowe zawierające elementy rozumowania ogólnego oznacza się gwiazdkami jako trudniejsze. W zadaniu polegającym na obliczeniu prawdopodobieństwa p wyrzucenia co najmniej jednego orła w rzucie dwiema monetami obok rozwiązania d'Alemberta ($p = 2/3$) i Bernoulliego ($p = 3/4$) proponuje się dla kontroli rzucenie monetami. W książce możemy wreszcie przeczytać, że nie warto zajmować się zbiorami niemierzalnymi, bo szanse spotkania ich w praktyce są znikome (str. 26–27).