wmptm 1897

Józef Janikowski, *Elementy algebry liniowej*, Zajęcia fakultatywne, Państwowe Zakłady Wydawnictw Szkolnych, Warszawa 1972, str. 104, cena zł 6.—

Książeczka ta, będąca kolejną pozycją z serii materiałów pomocniczych do prowadzenia zajęć fakultatywnych w liceum ogólnokształcącym, składa się z siedmiu rozdziałów odpowiadających hasłom programu nauczania dla tematu *Elementy algebry liniowej*. Oto tytuły poszczególnych rozdziałów: 1. Przestrzeń wektorowa. 2. Macierze. 3. Wyznaczniki. 4. Układy równań liniowych. 5. Liniowa niezależność wektorów. 6. Przekształcenia liniowe. 7. Informacje o programowaniu liniowym.

Po lekturze tego spisu treści można by sądzić, że centralną rolę w tym wykładzie wyznaczył Autor dowolnym układom równań liniowych. A jednak nie! Na pierwszy plan wyraźnie wysuwa się teoria wyznaczników, ukoronowana dowodem twierdzenia Cramera. Rozdział 3 obejmujący 30 stron (a więc 1/3 całej książeczki) zawiera 11 definicji i 21 twierdzeń drobiazgowo podających bardziej lub mniej interesujące formalnie własności wyznaczników. Czytelnik, który przebrnie przez rozdział 3 odetchnie z ulgą przy czytaniu następnego rozdziału; znajdzie tu jedynie kilka przykładów rozwiązywania niecramerowskich układów równań liniowych metodą eliminacji niewiadomych. Znajdzie również radę: Aby przekonać się czy układ równań jest rozwiązalny — spróbuj go rozwiązać — jeśli znajdziesz rozwiązanie, to układ jest rozwiązalny; jeśli dojdziesz do sprzeczności, to układ jest sprzeczny. Nie widać więc żadnego związku teorii równań liniowych z omawianą wcześniej teorią przestrzeni wektorowych, ani nawet związku między układami cramerowskimi a niecramerowskimi. Pierwsze należy rozwiązywać za pomocą wzorów Cramera, drugie metodą eliminacji niewiadomych, i koniec. A przecież podane w książeczce fakty pozwalają sformułować i udowodnić twierdzenie Kroneckera–Capelliego bez wprowadzania żadnych dodatkowych pojęć.

Również informacje o programowaniu liniowym podano w oderwaniu od wszelkich pojęć algebry liniowej. Nie używa się nawet macierzy ani wektorów.

Przy czytaniu książeczki odnosi się wrażenie, że zamierzeniem Autora było takie podanie materiału, by każdy rozdział mógł być studiowany niezależnie od pozostałych. Zdaniem recenzenta nie jest to właściwe dla tego rodzaju publikacji.

A oto kilka uwag szczegółowych:

Podana na str. 4 definicja przestrzeni wektorowej (dlaczego w całej książeczce nie wspomniano o powszechnie używanej nazwie przestrzeń liniowa?) wymaga spełnienia aż 12 aksjomatów. Dla sprawiedliwości zauważmy, że w dalszym ciągu definicji tej do niczego się nie używa.

Rozpatrywanie obok przestrzeni K^n złożonej z zapisywanych poziomo ciągów n-wyrazowych o elementach z ciała K drugiej przestrzeni złożonej z takich samych ciągów tylko zapisywanych pionowo i kategoryczne odróżnianie tych przestrzeni wydaje się co najmniej przesadą.

Bardzo skrupulatnie wyprowadzony schemat Sarrusa nie znajduje zastosowania, gdyż Autor poleca przy liczeniu wyznaczników stosować rozwinięcia Laplace'a, aż do momentu uzyskania wyznaczników stopnia 2.

Twierdzenie 16 na str. 46 nie mówi (jak pisze Autor na str. 48[1]) o istnieniu, lecz o jednoznaczności rozwiązania. Podobnie na str. 58 czytamy: „Stwierdzamy więc, że każda trójka liczb postaci

$$(11+10x_3,\ -3-3x_3,\ x_3), \qquad (2''')$$

gdzie x_3 oznacza dowolną liczbę, stanowi rozwiązanie układu równań (2). Zresztą można to sprawdzić przez wstawienie wyrażeń (2''') do układu równań (2)", podczas gdy w rzeczywistości stwierdziliśmy jedynie, że ewentualnymi rozwiązaniami mogą być tylko trójki liczb postaci (2''').

Łączność przekształceń liniowych wyprowadza się ze sprawdzonej rachunkowo łączności mnożenia macierzy, choć nie ma w książeczce (i chyba nie powinno być) określenia macierzy przekształcenia.

Spośród szeregu drobniejszych potknięć redakcyjnych warto zasygnalizować niekonsekwencję symboliki (ciała oznacza się czasem literami cienkimi, czasem półgrubymi, wektory — czasem małymi, czasem wielkimi itp.) oraz zacytować zdanie ze str. 69:

Ministerstwo Nauki i Szkolnictwa Wyższego

„Bazą przestrzeni wielomianów stopni $\leqslant n$ jest układ $1, x, x^2, \ldots, x^n$. Jest to więc przestrzeń o n wymiarach", i pytanie w zadaniu 10 na str. 12: „Czy zawsze ma sens utworzenie sumy wektorów...?"

Niewłaściwy — zdaniem recenzenta — dobór materiału, usterki, o których mowa wyżej (zwłaszcza nieporozumienia w sprawie istnienia i jednoznaczności rozwiązań), zbyt formalne ujęcie niektórych fragmentów tekstu — oto podstawy do wyrażenia negatywnej opinii o przydatności książeczki J. Janikowskiego jako pomocy w nauczaniu elementów algebry liniowej w szkole średniej.

Maciej Bryński

Anna Leksińska, Wacław Leksiński, Wojciech Żakowski, *Rachunek różniczkowy i całkowy*, Zajęcia fakultatywne, Państwowe Zakłady Wydawnictw Szkolnych, Warszawa 1972, str. 276, cena zł 15.—

Książka ma służyć jako podręcznik do zajęć fakultatywnych z młodzieżą IV klasy Liceum.

Całość składa się z 5 rozdziałów: 1. Granica i ciągłość funkcji. 2. Pochodna funkcji. 3. Całka nieoznaczna. 4. Równania różniczkowe. 5. Całka oznaczona.

Zgodnie z tym, co piszą autorzy we wstępie: „Celem zajęć fakultatywnych jest pogłębienie i poszerzenie wiadomości z matematyki nabytych w klasach niższych, zapoznanie uczniów z niektórymi zastosowaniami matematyki w fizyce, oraz zaznajomienie ich z formami pracy w szkołach wyższych. Zadaniem tej książki „... jest pomoc w realizacji tych niełatwych zamierzeń".

Podręcznik napisany jest zwięźle i przejrzyście. Zastrzeżenia budzi jedynie rozdział o równaniach różniczkowych.

W tekście umieszczono wiele ciekawych zadań o treści fizycznej. Niektóre z nich podane są wraz z rozwiązaniami i analizą tych rozwiązań.

Uważam, że książka w pełni odpowiada celowi, dla którego została stworzona. Na pewno okaże się cenną pomocą zarówno dla nauczycieli, jak i uzdolnionych uczniów. Będą też do niej zaglądać uczniowie pogłębiający swoją wiedzę w zakresie fizyki.

Rozdział I poświęcony jest omówieniu teorii ciągów i funkcji ciągłych. W rozdziale II podaje się między innymi twierdzenie de l'Hôspitala oraz wzór Taylora. W rozdziale III przedstawiono podstawowe metody rachunkowe związane ze znajdowaniem funkcji pierwotnych. Rozdział IV to właściwie informacje o najprostszych klasach równań różniczkowych zwyczajnych. Równaniem różniczkowym zwyczajnym rzędu pierwszego nazywa się tam oczywiście równanie

$$F(x, y, y') = 0.$$

Autorzy nie wyjaśniają jednak, co to jest $F(x, y, y')$. We wcześniejszych rozdziałach nie ma ani słowa o funkcjach wielu zmiennych. A oto zadanie ze strony 188 (przykład 2).

Znaleźć całkę szczególną równania

$$(*) \qquad y' = 2xy^2,$$

spełniającą warunek początkowy $y(1) = -1$.

Stosując wcześniej podaną zasadę rozwiązywania równania o zmiennych rozdzielonych autorzy dochodzą do następującej jednoparametrowej rodziny rozwiązań równania (*)

$$(**) \qquad y = -\frac{1}{x^2 + C}.$$

Zgodnie z tekstem w podręczniku, „wzór (**), gdzie C jest dowolną stałą, przedstawia całkę ogólną równania (*)... Szukaną całką jest funkcja $y = -1/x^2$". Nie podaje się jednak, dla jakich x funkcja