„Bazą przestrzeni wielomianów stopni $\leqslant n$ jest układ $1, x, x^2, \ldots, x^n$. Jest to więc przestrzeń o n wymiarach", i pytanie w zadaniu 10 na str. 12: „Czy zawsze ma sens utworzenie sumy wektorów...?"

Niewłaściwy — zdaniem recenzenta — dobór materiału, usterki, o których mowa wyżej (zwłaszcza nieporozumienia w sprawie istnienia i jednoznaczności rozwiązań), zbyt formalne ujęcie niektórych fragmentów tekstu — oto podstawy do wyrażenia negatywnej opinii o przydatności książeczki J. Janikowskiego jako pomocy w nauczaniu elementów algebry liniowej w szkole średniej.

Maciej Bryński

Ministerstwo Nauki i Szkolnictwa Wyższego

Anna Leksińska, Wacław Leksiński, Wojciech Żakowski, *Rachunek różniczkowy i całkowy*, Zajęcia fakultatywne, Państwowe Zakłady Wydawnictw Szkolnych, Warszawa 1972, str. 276, cena zł 15.—

Książka ma służyć jako podręcznik do zajęć fakultatywnych z młodzieżą IV klasy Liceum.

Całość składa się z 5 rozdziałów: 1. Granica i ciągłość funkcji. 2. Pochodna funkcji. 3. Całka nieoznaczna. 4. Równania różniczkowe. 5. Całka oznaczona.

Zgodnie z tym, co piszą autorzy we wstępie: „Celem zajęć fakultatywnych jest pogłębienie i poszerzenie wiadomości z matematyki nabytych w klasach niższych, zapoznanie uczniów z niektórymi zastosowaniami matematyki w fizyce, oraz zaznajomienie ich z formami pracy w szkołach wyższych. Zadaniem tej książki „... jest pomoc w realizacji tych niełatwych zamierzeń".

Podręcznik napisany jest zwięźle i przejrzyście. Zastrzeżenia budzi jedynie rozdział o równaniach różniczkowych.

W tekście umieszczono wiele ciekawych zadań o treści fizycznej. Niektóre z nich podane są wraz z rozwiązaniami i analizą tych rozwiązań.

Uważam, że książka w pełni odpowiada celowi, dla którego została stworzona. Na pewno okaże się cenną pomocą zarówno dla nauczycieli, jak i uzdolnionych uczniów. Będą też do niej zaglądać uczniowie pogłębiający swoją wiedzę w zakresie fizyki.

Rozdział I poświęcony jest omówieniu teorii ciągów i funkcji ciągłych. W rozdziale II podaje się między innymi twierdzenie de l'Hôspitala oraz wzór Taylora. W rozdziale III przedstawiono podstawowe metody rachunkowe związane ze znajdowaniem funkcji pierwotnych. Rozdział IV to właściwie informacje o najprostszych klasach równań różniczkowych zwyczajnych. Równaniem różniczkowym zwyczajnym rzędu pierwszego nazywa się tam oczywiście równanie

$$F(x, y, y') = 0.$$

Autorzy nie wyjaśniają jednak, co to jest $F(x, y, y')$. We wcześniejszych rozdziałach nie ma ani słowa o funkcjach wielu zmiennych. A oto zadanie ze strony 188 (przykład 2).

Znaleźć całkę szczególną równania

$$(*) \qquad y' = 2xy^2,$$

spełniającą warunek początkowy $y(1) = -1$.

Stosując wcześniej podaną zasadę rozwiązywania równania o zmiennych rozdzielonych autorzy dochodzą do następującej jednoparametrowej rodziny rozwiązań równania (*)

$$(**) \qquad y = -\frac{1}{x^2 + C}.$$

Zgodnie z tekstem w podręczniku, „wzór (**), gdzie C jest dowolną stałą, przedstawia całkę ogólną równania (*)... Szukaną całką jest funkcja $y = -1/x^2$". Nie podaje się jednak, dla jakich x funkcja

ta jest rozwiązaniem podanego zagadnienia. Nic też nie napisano o rozwiązaniu $y = 0$, które nie należy do rodziny (**)

W paragrafie o równaniach liniowych rzędu pierwszego można było bez odwoływania się do równań o zmiennych rozdzielonych zamieścić krótki, ale pełny dowód istnienia i jednoznaczności rozwiązania zagadnienia Cauchy'ego (choćby petitem).

Rozdział V książki przedstawia zarys teorii całki Riemanna.

Małe zastrzeżenia można mieć co do układu graficznego niektórych definicji (np. definicja granicy funkcji na str. 42). Mam tu na myśli miejsce znaku równoważności.

Henryk Kołakowski

Witold Janowski, Jerzy Kaczmarski, *Liczby i zmienne zespolone*; Zajęcia fakultatywne, Państwowe Zakłady Wydawnictw Szkolnych, Warszywa 1972, str. 136, cena zł 8.—

Stałą cechą wykładu matematycznego jest obecnie dążenie do coraz większej ścisłości i ogólności. Metoda aksjomatyczna oraz elementy abstrakcyjne przenikają stopniowo do wszystkich dziedzin i nie mogą pozostać bez wpływu na sposób nauczania matematyki na każdym poziomie i w każdej specjalności. Odnosi się to szczególnie do teorii funkcji, w której spotykają się metody najrozmaitszych działów matematyki i której problemy z kolei wpływają na rozwój badań w takich działach, jak analiza funkcjonalna, geometria różniczkowa, teoria potencjału. Dodatkową okoliczność stanowi fakt, że dla wielu zmiennych teoria ta odbiega znacznie od przypadku jednowymiarowego, a uzyskane poprzednio intuicje w większości zawodzą. Stąd też duże znaczenie miałoby uwypuklenie roli rozmaitych struktur: algebraicznych, topologicznych, różniczkowych już w przypadku jednowymiarowym, a więc wtedy, gdy łatwo jest wskazać dostępną intuicji interpretację. Można było spodziewać się, że wydany przez PZWS nowy podręcznik do zajęć fakultatywnych w znacznym stopniu fakt ten uwzględni.

Recenzowana książka składa się z trzech rozdziałów. Pierwszy jest poświęcony liczbom zespolonym. Rozdział drugi rozpoczyna się od definicji rozszerzonej płaszczyzny zespolonej oraz otoczenia punktu ∞, a następnie omawia wielomiany, symetrię osiową oraz inwersję. W rozdziale trzecim autorzy definiują granicę, ciągłość, oraz pochodną funkcji zmiennej zespolonej, a następnie omawiają odwzorowania konforemne oraz homografie i funkcje Żukowskiego jako przykłady takich odwzorowań. Książka kończy się wzmianką o zastosowaniach funkcji holomorficznych w aeromechanice i hydromechanice.

Autorzy nie wprowadzają pojęcia przestrzeni topologicznej. Prowadzi to do komplikacji, które są jeszcze zwiększone przez trudności natury terminologicznej. Wzorując się na podręczniku Saksa i Zygmunda autorzy nazywają płaszczyznę zespoloną „płaszczyzną otwartą", a rozszerzoną płaszczyznę zespoloną „płaszczyzną domkniętą" str. 52. Tę ostatnią Autorzy nazywają również w niezgodzie z przyjętą powszechnie terminologią płaszczyzną Gaussa, mimo że nazwa ta jest synonimem płaszczyzny zespolonej, i odróżniają ją od sfery Riemanna. W dalszym ciągu Autorzy definiują domknięcie dowolnego podzbioru rozszerzonej płaszczyzny (str. 56), ale nie wyjaśniają faktu, że przedstawiona definicja różni się od znanej do tej pory jedynie tym, że wychodzi z innej przestrzeni topologicznej. W samej rzeczy fakt, że definicje te różnią się, jest przez Autorów pominięty i może być zaskoczeniem dla ucznia. Jak w tym kontekście przypisać ścisłe znaczenie uwadze ze str. 52: „Na płaszczyźnie domkniętej istnieje tylko jeden punkt ∞, w przeciwieństwie do osi liczbowej, na której wyróżniono dwa punkty w nieskończoności ∞ i $-\infty$"?

Można mieć również zastrzeżenia co do układu materiału. Definicje topologiczne umieszczone na początku drugiego rozdziału w całym tym rozdziale nie są wykorzystywane, gdyż określenie wartości funkcji w punkcie osobliwym dokonuje się tu raczej zgodnie z wprowadzonymi na str. 53 „działaniami" typu $z/\infty = 0$ niezależnie od pojęcia granicy, które pojawia się dopiero w roz-