ta jest rozwiązaniem podanego zagadnienia. Nic też nie napisano o rozwiązaniu $y = 0$, które nie należy do rodziny (**)

W paragrafie o równaniach liniowych rzędu pierwszego można było bez odwoływania się do równań o zmiennych rozdzielonych zamieścić krótki, ale pełny dowód istnienia i jednoznaczności rozwiązania zagadnienia Cauchy'ego (choćby petitem).

Rozdział V książki przedstawia zarys teorii całki Riemanna.

Małe zastrzeżenia można mieć co do układu graficznego niektórych definicji (np. definicja granicy funkcji na str. 42). Mam tu na myśli miejsce znaku równoważności.

*Henryk Kołakowski*

Ministerstwo Nauki i Szkolnictwa Wyższego

Witold Janowski, Jerzy Kaczmarski, *Liczby i zmienne zespolone*; Zajęcia fakultatywne, Państwowe Zakłady Wydawnictw Szkolnych, Warszywa 1972, str. 136, cena zł 8.—

Stałą cechą wykładu matematycznego jest obecnie dążenie do coraz większej ścisłości i ogólności. Metoda aksjomatyczna oraz elementy abstrakcyjne przenikają stopniowo do wszystkich dziedzin i nie mogą pozostać bez wpływu na sposób nauczania matematyki na każdym poziomie i w każdej specjalności. Odnosi się to szczególnie do teorii funkcji, w której spotykają się metody najrozmaitszych działów matematyki i której problemy z kolei wpływają na rozwój badań w takich działach, jak analiza funkcjonalna, geometria różniczkowa, teoria potencjału. Dodatkową okoliczność stanowi fakt, że dla wielu zmiennych teoria ta odbiega znacznie od przypadku jednowymiarowego, a uzyskane poprzednio intuicje w większości zawodzą. Stąd też duże znaczenie miałoby uwypuklenie roli rozmaitych struktur: algebraicznych, topologicznych, różniczkowych już w przypadku jednowymiarowym, a więc wtedy, gdy łatwo jest wskazać dostępną intuicji interpretację. Można było spodziewać się, że wydany przez PZWS nowy podręcznik do zajęć fakultatywnych w znacznym stopniu fakt ten uwzględni.

Recenzowana książka składa się z trzech rozdziałów. Pierwszy jest poświęcony liczbom zespolonym. Rozdział drugi rozpoczyna się od definicji rozszerzonej płaszczyzny zespolonej oraz otoczenia punktu $\infty$, a następnie omawia wielomiany, symetrię osiową oraz inwersję. W rozdziale trzecim autorzy definiują granicę, ciągłość, oraz pochodną funkcji zmiennej zespolonej, a następnie omawiają odwzorowania konforemne oraz homografie i funkcje Żukowskiego jako przykłady takich odwzorowań. Książka kończy się wzmianką o zastosowaniach funkcji holomorficznych w aeromechanice i hydromechanice.

Autorzy nie wprowadzają pojęcia przestrzeni topologicznej. Prowadzi to do komplikacji, które są jeszcze zwiększone przez trudności natury terminologicznej. Wzorując się na podręczniku Saksa i Zygmunda autorzy nazywają płaszczyznę zespoloną „płaszczyzną otwartą", a rozszerzoną płaszczyznę zespoloną „płaszczyzną domkniętą" str. 52. Tę ostatnią Autorzy nazywają również w niezgodzie z przyjętą powszechnie terminologią płaszczyzną Gaussa, mimo że nazwa ta jest synonimem płaszczyzny zespolonej, i odróżniają ją od sfery Riemanna. W dalszym ciągu Autorzy definiują domknięcie dowolnego podzbioru rozszerzonej płaszczyzny (str. 56), ale nie wyjaśniają faktu, że przedstawiona definicja różni się od znanej do tej pory jedynie tym, że wychodzi z innej przestrzeni topologicznej. W samej rzeczy fakt, że definicje te różnią się, jest przez Autorów pominięty i może być zaskoczeniem dla ucznia. Jak w tym kontekście przypisać ścisłe znaczenie uwadze ze str. 52: „Na płaszczyźnie domkniętej istnieje tylko jeden punkt $\infty$, w przeciwieństwie do osi liczbowej, na której wyróżniono dwa punkty w nieskończoności $\infty$ i $-\infty$"?

Można mieć również zastrzeżenia co do układu materiału. Definicje topologiczne umieszczone na początku drugiego rozdziału w całym tym rozdziale nie są wykorzystywane, gdyż określenie wartości funkcji w punkcie osobliwym dokonuje się tu raczej zgodnie z wprowadzonymi na str. 53 „działaniami" typu $z/\infty = 0$ niezależnie od pojęcia granicy, które pojawia się dopiero w roz-

dziale trzecim. Charakterystyczna jest tu pomyłka na str. 64, gdzie wielomianowi stałemu (4) przyporządkowano w $\infty$ wartość $\infty$.

Z ważniejszych błędów należałoby wymienić dwa. Ciało liczb zespolonych definiuje się na str. 10 jako dowolne minimalne rozszerzenie ciała $R$, w którym równanie $z^2+1=0$ jest rozwiązalne. Mimo definicji izomorfizmu ciał (str. 8), oraz konstrukcji pewnego ciała liczb zespolonych (twierdzenie 7, str. 15) uczeń do końca może się spodziewać, że istnieje wiele nieizomorficznych ciał liczb zespolonych. Drugi błąd polega na tym, że uwaga na str. 25 dotycząca sytuacji, gdy w nierówności trójkąta zachodzi równość, jest po prostu nieprawdziwa.

Poza tym książka zawiera wiele miejsc niestarannie opracowanych. Definicja ciała liczbowego na str. 6 nie precyzuje, że chodzi o liczby rzeczywiste. Niezdefiniowany na str. 26 argument zera pojawia się w twierdzeniu 17, str. 28. Na str. 95 krzywą definiuje się jako przekształcenie, ale już na str. 96 stwierdzamy, że „zbiór punktów z przykładu 2" jest krzywą. Na str. 99 spotykamy błędną uwagę, że ciągła funkcja zmiennej zespolonej przekształca krzywą gładką na krzywą gładką. W związku z tym definicja na str. 101 „odwzorowanie ciągłe zachowujące kąty między krzywymi przechodzącymi przez dany punkt nazywamy konforemnym w tym punkcie" nie jest całkowicie poprawna, bo po złożeniu z funkcją ciągłą można otrzymać krzywą nie mającą stycznej. Na str. 116 spotykamy niezręczne sformułowanie: „równanie, w którym niewiadomą jest homografia".

Książka zawiera 92 zadania ilustrujące omawiany materiał. Jednakże wśród zadań typowych, jak np. zadanie 37, zbyt mało jest zadań trudniejszych, porównywalnych np. z zadaniami wstępnymi Olimpiady Matematycznej.

W sumie książka będzie niewątpliwie pomocą dla doświadczonego nauczyciela, chociaż do samodzielnej nauki jest przydatna w znacznie mniejszym stopniu. Jest to zresztą obecnie jedyne dostępne opracowanie tego tematu, jeśli nie liczyć wydanego przez Instytutut Pedagogiki skryptu M. Bryńskiego, obejmującego znacznie mniejszy materiał. Szczególnie pożyteczne są uwagi Autorów dotyczące zastosowań funkcji holomorficznych. Z pewnością znaczna część sformułowanych powyżej uwag krytycznych odnosi się pośrednio do obowiązującego programu zajęć fakultatywnych. Nie zmienia to jednak faktu, że nadal potrzebny jest podręcznik na poziomie licealnym, który stanowiłby obszerniejszy i bardziej nowoczesny wstęp do teorii funkcji.

*Maciej Skwarczyński*

Lech Dubikajtis, *Wiadomości z geometrii rzutowej*, Zajęcia fakultatywne, Państwowe Zakłady Wydawnictw Szkolnych, Warszawa 1972, str. 168+8, cena zł 10.—

Recenzowana książka opisuje modele geometrii rzutowej. Model płaskiej geometrii rzutowej jest tu konstruowany na płaszczyźnie kartezjańskiej przez rozszerzenie zbioru punktów płaszczyzny kartezjańskiej o punkty niewłaściwe kierunki. Następnie rozpatrywana jest grupa przekształceń rzutowych, do których Autor dochodzi w naturalny sposób przez rzutowanie płaszczyzny na płaszczyznę. Analogicznie opracowana jest geometria rzutowa przestrzeni.

Autor, zdając sobie sprawę z przeznaczenia książki, przede wszystkim stara się trafić do wyobraźni czytelnika, stara się by wszystkie pojęcia, a przede wszystkim pojęcie punktu rzutowego i przekształcenia rzutowego, otrzymane były w sposób naturalny. W rezultacie książka jest przystępna, a przykłady przekształceń rzutowych wzięte z życia stanowią dobrą ilustrację teorii. Nie sposób jednak nie zwrócić uwagi na przedstawioną tu interpretację programu Kleina. Program ten polega na badaniu niezmienników różnych grup przekształceń tych samych modeli. Nie można więc mówić, że geometria rzutowa zawarta jest w afinicznej.

W dodatku do książki podana jest aksjomatyka geometrii rzutowej. Niestety, wystarczająco nieciekawa: jedenaście potężnych aksjomatów przeplecionych sześcioma definicjami. Ponadto, jako wcześniejsze, przyjęte są teoria liczb rzeczywistych i teoria mnogości. A warto by tu przytoczyć