wmptm 1897

dziale trzecim. Charakterystyczna jest tu pomyłka na str. 64, gdzie wielomianowi stałemu (4) przyporządkowano w ∞ wartość ∞.

Z ważniejszych błędów należałoby wymienić dwa. Ciało liczb zespolonych definiuje się na str. 10 jako dowolne minimalne rozszerzenie ciała R, w którym równanie $z^2+1=0$ jest rozwiązalne. Mimo definicji izomorfizmu ciał (str. 8), oraz konstrukcji pewnego ciała liczb zespolonych (twierdzenie 7, str. 15) uczeń do końca może się spodziewać, że istnieje wiele nieizomorficznych ciał liczb zespolonych. Drugi błąd polega na tym, że uwaga na str. 25 dotycząca sytuacji, gdy w nierówności trójkąta zachodzi równość, jest po prostu nieprawdziwa.

Poza tym książka zawiera wiele miejsc niestarannie opracowanych. Definicja ciała liczbowego na str. 6 nie precyzuje, że chodzi o liczby rzeczywiste. Niezdefiniowany na str. 26 argument zera pojawia się w twierdzeniu 17, str. 28. Na str. 95 krzywą definiuje się jako przekształcenie, ale już na str. 96 stwierdzamy, że „zbiór punktów z przykładu 2" jest krzywą. Na str. 99 spotykamy błędną uwagę, że ciągła funkcja zmiennej zespolonej przekształca krzywą gładką na krzywą gładką. W związku z tym definicja na str. 101 „odwzorowanie ciągłe zachowujące kąty między krzywymi przechodzącymi przez dany punkt nazywamy konforemnym w tym punkcie" nie jest całkowicie poprawna, bo po złożeniu z funkcją ciągłą można otrzymać krzywą nie mającą stycznej. Na str. 116 spotykamy niezręczne sformułowanie: „równanie, w którym niewiadomą jest homografia".

Ministerstwo Nauki i Szkolnictwa Wyższego

Książka zawiera 92 zadania ilustrujące omawiany materiał. Jednakże wśród zadań typowych, jak np. zadanie 37, zbyt mało jest zadań trudniejszych, porównywalnych np. z zadaniami wstępnymi Olimpiady Matematycznej.

W sumie książka będzie niewątpliwie pomocą dla doświadczonego nauczyciela, chociaż do samodzielnej nauki jest przydatna w znacznie mniejszym stopniu. Jest to zresztą obecnie jedyne dostępne opracowanie tego tematu, jeśli nie liczyć wydanego przez Instytutut Pedagogiki skryptu M. Bryńskiego, obejmującego znacznie mniejszy materiał. Szczególnie pożyteczne są uwagi Autorów dotyczące zastosowań funkcji holomorficznych. Z pewnością znaczna część sformułowanych powyżej uwag krytycznych odnosi się pośrednio do obowiązującego programu zajęć fakultatywnych. Nie zmienia to jednak faktu, że nadal potrzebny jest podręcznik na poziomie licealnym, który stanowiłby obszerniejszy i bardziej nowoczesny wstęp do teorii funkcji.

Maciej Skwarczyński

Lech Dubikajtis, *Wiadomości z geometrii rzutowej*, Zajęcia fakultatywne, Państwowe Zakłady Wydawnictw Szkolnych, Warszawa 1972, str. 168+8, cena zł 10.—

Recenzowana książka opisuje modele geometrii rzutowej. Model płaskiej geometrii rzutowej jest tu konstruowany na płaszczyźnie kartezjańskiej przez rozszerzenie zbioru punktów płaszczyzny kartezjańskiej o punkty niewłaściwe kierunki. Następnie rozpatrywana jest grupa przekształceń rzutowych, do których Autor dochodzi w naturalny sposób przez rzutowanie płaszczyzny na płaszczyznę. Analogicznie opracowana jest geometria rzutowa przestrzeni.

Autor, zdając sobie sprawę z przeznaczenia książki, przede wszystkim stara się trafić do wyobraźni czytelnika, stara się by wszystkie pojęcia, a przede wszystkim pojęcie punktu rzutowego i przekształcenia rzutowego, otrzymane były w sposób naturalny. W rezultacie książka jest przystępna, a przykłady przekształceń rzutowych wzięte z życia stanowią dobrą ilustrację teorii. Nie sposób jednak nie zwrócić uwagi na przedstawioną tu interpretację programu Kleina. Program ten polega na badaniu niezmienników różnych grup przekształceń tych samych modeli. Nie można więc mówić, że geometria rzutowa zawarta jest w afinicznej.

W dodatku do książki podana jest aksjomatyka geometrii rzutowej. Niestety, wystarczająco nieciekawa: jedenaście potężnych aksjomatów przeplecionych sześcioma definicjami. Ponadto, jako wcześniejsze, przyjęte są teoria liczb rzeczywistych i teoria mnogości. A warto by tu przytoczyć

jakąś ładną, elementarną aksjomatykę, choćby taką, jaką podaje R. Hartshorne w *Foundations of projective geometry*, i zamieścić ją raczej na początku książki.

Są to jednak drobne usterki, a książka tak przejrzyście ukazuje geometrię rzutową, że warto ją polecić uwadze prowadzących zajęcia fakultatywne z matematyki.

Jerzy Bednarczuk

Tadeusz Rumak, *Równania różnicowe*, Wyższa Szkoła Pedagogiczna, Rzeszów 1972, str. 152, cena zł 10.—

Recenzowany skrypt powstał, jak to zaznacza w przedmowie Autor, w oparciu o wykłady i seminaria z równań różnicowych prowadzone w latach 1967–1971 na ostatnich latach studiów matematycznych w WSP w Rzeszowie. Skrypt zawiera sześć następujących rozdziałów: 1. Wstępne wiadomości z rachunku różnicowego. 2. Równania różnicowe — rozważania wstępne i zagadnienia podstawowe. 3. Równania liniowe. 4. Układy liniowe równań różnicowych. 5. Nierówności różnicowe. 6. Stabilność rozwiązań równań różnicowych.

Pierwsze cztery rozdziały stanowiące około 60% objętości skryptu mają klasyczne tytuły i klasyczną zawartość; jedynie tytuł § 18 „Układy liniowe równań różnicowych o współczynnikach okresowych" oraz tytuły dwóch ostatnich rozdziałów odbiegają od szablonu większości „Wstępów do równań różnicowych" i zawierają pewne własne opracowania Autora. Z wypowiedzi Autora na str. 4 i str. 96 wynika, że za najcenniejsze w skrypcie uważa on opracowanie własne dotyczące: stabilności układów równań różnicowych, układów równań różnicowych okresowych, nierówności różnicowych oraz dyskretnych odpowiedników lematu Gronwalla i jego uogólnień.

W rozdziale I zawierającym elementarne i dość szczupłe wiadomości z rachunku różnicowego nie podano nawet w postaci ćwiczenia takiego podstawowego przekształcenia, jakim jest niewątpliwie wzór Abela na sumowanie przez części, który stanowi odpowiednik różnicowy wzoru na całkowanie przez części.

W rozdziale II już na samym początku zdefiniowano w sposób wysoce nieprecyzyjny dyskretne równanie różnicowe zwyczajne rzędu m ($m \in N$) jako relację postaci

$$F(k, y(k), \Delta y(k), \Delta^2 y(k), \ldots, \Delta^m y(k)) = 0, \tag{1}$$

gdzie $F(k, u_0, u_1, \ldots, u_m)$ jest znaną funkcją określoną w pewnym zbiorze Q przestrzeni $(m+2)$-wymiarowej, zaś $\{y(k)\}_{k \in J}$ ($J \subset C$) jest szukaną funkcją. W myśl tej definicji równanie różnicowe liniowe

$$2y(k)+3\Delta y(k)-\Delta^3 y(k) = k \Leftrightarrow 3y(k+2)-y(k+3) = k \tag{2}$$

byłoby równaniem trzeciego rzędu, podczas gdy w rzeczywistości jest ono rzędu pierwszego, zgodnie z ogólnie przyjętą definicją.

W rozdziale III zawierającym standardowe wiadomości o równaniach różnicowych liniowych dużo miejsca poświęcono równaniom o stałych współczynnikach i ograniczono się wyłącznie do zagadnienia Cauchy'ego. Nie ma tam natomiast nawet wzmianki o interesującej i płodnej tematyce zagadnień brzegowych dla równań różnicowych liniowych, która zajęła już dawno poczesne miejsce w literaturze przedmiotu. Na str. 39 znajdujemy nieścisłą definicję równania różnicowego liniowego rzędu m. Ilustracja metody uzmienniania stałych na str. 56–57 na niezbyt trafnie wybranym przykładzie równania liniowego o stałych współczynnikach

$$y(k+3)-9y(k+2)+24y(k+1)-20y(k) = 3k+1 \tag{3}$$

prowadzi do żmudnych rachunków i dość skomplikowanego i co gorsza błędnego wyniku. Wydaje się, że lepiej byłoby zilustrować tę metodę na przykładzie równania liniowego o zmiennych współczynnikach, figurującego w ćwiczeniu 1 na str. 57, ponieważ w tym przypadku do wyznaczenia