wmptm 1897

twierdzeń, jak wydany przed czterdziestu laty przez to samo wydawnictwo 60-stronicowy traktat Kołmogorowa[1]). Nie robię z tego zarzutu, bo książka daje to, co we wstępie obiecuje Autor, jest z pewnością bardzo pożyteczna dla początkujących adeptów probabilistyki (szczególnie dla osób bez głębszego przygotowania z funkcji rzeczywistych) i moim zdaniem prowadzi ich we właściwym kierunku. Autor nie sili się w niej na finezyjne twierdzenia i uogólnienia, ale robi robotę elegancką i precyzyjną matematycznie oraz przemyślaną dydaktycznie.

Czego można się z niej nauczyć? Książka zaczyna się od 70-stronicowego rozdziału o dyskretnych (przeliczalnych) przestrzeniach probabilistycznych, którego początek to niebagatelna dawka heurezy, usprawiedliwiającej wprowadzenie modelu Kołmogorowa i krótka, pobieżna historia przedmiotu. Potem trochę kombinatoryki, dyskretne zmienne losowe oraz rozkłady, prawdopodobieństwa warunkowe, warunkowe gęstości i produkty, niezależność, wartość oczekiwana i wariancja, ładny paragraf o funkcjach tworzących i na zakończenie przegląd najważniejszych rozkładów dyskretnych spotykanych w „życiu" (chyba probabilisty). 60-stronicowy drugi rozdział jest poświęcony wyłożeniu pomocniczych narzędzi z teorii miary i całki. Wykład jest tutaj dość standardowy, ale ściśle dostosowany do potrzeb probabilistyki. Autor unika teoriomiarowego baroku, ale chwilami widać, że proza funkcji rzeczywistych mu nie wystarcza, bo co pewien czas ulega pokusie zacytowania czegoś wyjątkowego, jak np. wyniku Solovaya (Ann. of Math. 1970) o istnieniu modelu teorii mnogości, w którym każdy zbiór na prostej jest mierzalny według Lebesgue'a. Trzeci rozdział (100 str.) nosi tytuł „Ogólne przestrzenie probabilistyczne" i, *mutatis mutandis*, jest rozplanowany podobnie jak rozdział pierwszy. Oczywiście zamiast funkcji tworzących mamy tutaj transformatę Laplace'a i funkcje charakterystyczne, ale prawdę mówiąc Autor nie robi z tych narzędzi zbyt wielkiego użytku, bo w kończącym właściwy tekst 15-stronicowym paragrafie o zadaniach związanych z nieskończonymi rodzinami zmiennych losowych znajdujemy tylko graniczne twierdzenie Moivre'a–Laplace'a (i garść faktów o prostych procesach stochastycznych).

Podręcznik unika twierdzeń trudniejszych. Czytelnik nie znajdzie tutaj ani twierdzenia Kołmogorowa o granicach odwrotnych przestrzeni z miarą, ani twierdzenia Bochnera, ani mocnych praw wielkich liczb, ani ogólnych twierdzeń granicznych, ani nawet lematu Borela–Cantelliego czy twierdzenia o trzech szeregach. Autor uczciwie nie ukrywa ich istnienia, ale wzmianki o nich usuwa do Uzupełnień. Zawarte w nich dane bibliograficzne, ogromna ilość dokładnie przerachowanych przykładów, jak i zamieszczane po każdym paragrafie zadania są integralnymi składnikami tekstu. Spis literatury zawiera 109 pozycji (w tym tylko 9 prac oryginalnych — reszta to monografie i podręczniki) i daje bardzo dobre pojęcie o tym, co należałoby czytać po przestudiowaniu recenzowanej książki. Książkę kończą indeks rzeczowy i dość użyteczny w tym wypadku spis symboli. $\bigcirc\!\!\equiv$ znaczy w książce „bez zmniejszania ogólności" (Ohne Einschränkung der Allgemeinheit) i wprowadzenie takiego poręcznego symbolu zachęcającego do jego (nad)używania można uznać za jedyną zresztą metodyczną niestosowność. Reszta to solidna robota.

Wojbor A. Woyczyński

Gerhard Preuss, *Allgemeine Topologie*, Hochschultext, Springer Verlag, Berlin—Heidelberg—New York 1972; str. IX+488.

Książka jest zapisem rocznego wykładu, jaki Autor prowadził (pierwszy raz w 1970 r.) dla studentów Uniwersytetu w Berlinie. Treścią są główne pojęcia topologii ogólnej z akcentem na ujęcie kategoryjne. Spis rozdziałów: Preliminaria. Przestrzenie topologiczne i odwzorowania ciągłe. Filtry. Zupełność kategorii przestrzeni topologicznych. Aksjomaty oddzielania. Spójność.

([1]) Traktat Kołmogorowa był wydany w serii Ergebnisse der Mathematik (Osiągnięcia matematyki), był krótką monografią, która stworzyła fundamenty teorii prawdopodobieństwa (*przyp. red.*).

Ministerstwo Nauki i Szkolnictwa Wyższego

Oddzielanie a spójność. Zwartość. Epirefleksje i monorefleksje (w topologii ogólnej i gdzie indziej) Jednostajności. Bliskości. Ćwiczenia (80). Bibliografia (41). Lista nazw. Lista symbo i.

Nie ma parazwartości i zagadnień metryzacyjnych. Jest za to raczej dużo o spójności i niespójności (67 stronic), a jeszcze więcej o kategoriach (pełne dwa rozdziały, a razem około stu stronic). Pojęcie kategorii oparte jest na teorii zbiorów i klas, ale ta teoria nie jest w książce wyłożona (jest odsyłacz do Kelleya, *General topology*). Jest za to wyłożony szczegółowo formalizm funktorów sprzężonych (w uproszczonej sytuacji, kiedy jeden z funktorów jest inkluzją) z twierdzeniem Freyda o istnieniu funktora sprzężonego.

Podstawowy tekst poświęcony topologii ogólnej czyta się dobrze. Dostosowany jest do panującego kanonu. Dowody są pełne i krótkie, wybrane wśród najlepszych. Do przejrzystości i skrótów przyczynia się w niemałym stopniu język teorii kategorii.

Teorii kategorii jest jednak za dużo. Użyteczna w oddzielnym dowodzie i umożliwiająca wyraźne stawianie zagadnień, staje się uciążliwa, jeśli — jak to jest w tej książce — przyczynia się do tworzenia stwierdzeń mających jedynie znaczenie klasyfikacyjne. Określa się w tej książce wyrównania (ekwalizatory) po to, by wraz z produktami posłużyły do określenia zupełności kategorii. Poza definicją i odnotowaniem faktów, że pewne kategorie są zupełne, a pewne nie, zupełność kategorii się nie pojawia. Określa się obiekty projektywne, ale poza wzmianką o pracy Gleasona o przestrzeniach projektywnych nic się o nich dalej nie pisze. Twierdzenie Freyda nie wpłynęło na zaoszczędzenie tekstu: uzwarcenie Čecha–Stone'a było zbudowane przedtem bez tego twierdzenia, a potem jeszcze raz za jego pomocą jedynie po to, by pokazać, jak to twierdzenie działa, bo nowych faktów nie przybyło. Pewne kategorie nazwano zbalansowanymi (bimorfizmy są w nich izomorfizmami) jedynie po to, by odnotować oczywiste fakty, że pewne kategorie są zabalansowane, a inne nie. Wydaje się, że teorii kategorii zawsze będzie za dużo, jeśli przyłożyć ją do jednej kategorii, która nie jest w stanie zrealizować wszystkich możliwości. Wtedy w dodatku na tle tego nadmiaru widać wyraźnie słabe strony teorii kategorii, która nie zdaje sprawy z subtelniejszych zagadnień. Widać to i na przykładzie topologii ogólnej, co prawda przeważnie poza zakresem objętym tą książką. Ale i w tej książce rozdział o spójności okazał się poza zasięgiem metod teorii kategorii; chociaż Autor nie zrezygnował z prób: stwierdzenie, że epimorfizmy są odwzorowaniami na, interpretowane jest jako kategoryjny odpowiednik twierdzenia Darboux (!).

Istotną wadą książki jest brak przykładów. Nie ma ich nawet tyle, by rozróżnić pojęcia. I nie chodzi tu o przykłady trudniejsze w rodzaju przestrzeni regularnej niejednopunktowej, na której każda funkcja ciągła jest stała, które wystarczy wzmiankować odsyłając do prac oryginalnych (co Autor akurat robi), ale o przykłady podstawowe. Nie ma przykładów: przestrzeni Hausdorffa nieregularnej, przestrzeni całkowicie regularnej nienormalnej, przestrzeni ośrodkowej bez bazy przeliczalnej, podprzestrzeni zwartej niedomkniętej w przestrzeni T_1; brak przykładu na niedziedziczenie się normalności i na nieprzechodzenie normalności na produkt. Tego braku nie można tłumaczyć zasadą opuszczania rzeczy łatwych, bo przykładów całkiem łatwych (np. w zakresie topologii poniżej T_1 na zbiorach skończonych) nie brak.

Lista nazw na końcu książki ma 596 pozycji. Tych nazw i pojęć jest w książce za dużo. Rozróżnia się nazwą regularność i T_3, normalność i T_4, zwartość i quasizwartość (zwartość bez T_2) etc. Pojawiają się topologie minimalne wśród T_2 i maksymalne wśród zwartych (tu quasizwartych), i oba te pojęcia dostają nazwy; potem poza odnotowaniem oczywistego faktu, że topologie zwarte T_2 (tu zwarte) są obu tych rodzajów, nic się o wprowadzonych pojęciach nie pisze (nadmienia się jedynie, że topologie maksymalne wśród (quasi-) zwartych nie będące T_2 z odesłaniem do pracy oryginalnej). Podobny jest los przestrzeni ekstremalnie niespójnych, przestrzeni Baire'a i rozmaitości n-wymiarowych, pojęć jedynie powprowadzanych. Dochodzą do tego pojęcia mające po kilka definicji; np. zwartość (tu quasizwartość) ma ich cztery i potem trzeba dowodzić równoważności. Bliskości określane są w terminach relacji δ, a jednostajności przez otoczenia przekątni; na końcu rozdziału bliskości okazują się szczególnym przypadkiem jednostajności i czytelnik może odnieść wrażenie, że ma do czynienia z twierdzeniem, a nie z przekładem jednej terminologii na drugą.

Obszerny rozdział o uzwarceniach (30 stronic), przeważnie o βX, nie zawiera prawie nic o βN,

w każdym razie nic o wadze i o mocy βN. Niewiele przesadzając, βN jest przestrzenią, dla której teoria uzwarceń istnieje.

Nie można robić zarzutu Autorowi z tego powodu, że zdecydował się na określony wybór tematów i że np. coś pominął. Pominięcie parazwartości i twierdzeń metryzacyjnych wpłynęło nawet dodatnio na budowę książki, ześrodkowując ją wokół metod teorii kategorii, Jeśli nie ma w tej książce twierdzeń o βN, to wynika stąd jedynie to, że nie jest to książka o βN. Ale są w książce całe dwa rozdziały, właśnie o kategoriach, które poza symboliką i terminologią nie mają wpływu na resztę książki, a są w tych rozdziałach i twierdzenia. Jeśli ponadto ilość niezilustrowanych przykładami i niesprawdzonych w twierdzeniach pojęć jest tak duża, że bez trudu daje się wyliczać, to znaczy to, że wybór tematów i sposób, w jaki się prowadzi czytelnika poprzez twierdzenia, nie spełnia pewnych reguł, co do których raczej nie ma się wątpliwości. Zadania na końcu książki nie zmieniają sytuacji: są to zadania na dowodzenie, przeważnie na dowodzenie równoważności podawanych tam pojęć.

Student nauczy się topologii ogólnej z tej książki kto wie czy nie szybciej niż z innych. Książka może się nawet podobać: uwagi krytyczne zamieszczone wyżej odnoszą się albo do rzeczy, których w książce nie ma, więc wtedy trafiają w próżnię, albo zarzucają nadmiar, a według często spotykanych opinii niczego nigdy nie jest za dużo. Nie zmieni to faktu, że topologia ogólna oglądana poprzez książkę Preussa jest teorią formalną, podporządkowaną ustalonemu kanonowi i zajmującą się systematyką bardziej niż zjawiskami.

Jerzy Mioduszewski

Książki nadesłane

Saul I. Gass, *Programowanie liniowe. Metody i zastosowania*, wydanie drugie zmienione i uzupełnione, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1973, str. 309, cena zł 50.— Z angielskiego przetłumaczył Jerzy Michalczyk.

1. Wstęp. 2. Podstawy matematyczne. 3. Ogólne zagadnienia programowania liniowego. 4. Metoda sympleksów. 5. Zagadnienia dualne programowania liniowego. 6. Zrewidowana metoda sympleksów. 7. Postępowanie w przypadku degeneracji. 8. Parametryczne programowanie liniowe. 9. Inne techniki obliczeniowe. 10. Zagadnienia transportowe. 11. Główne zastosowania programowania liniowego. 12. Programowanie liniowe i teoria gier. 13. Programowanie nieliniowe.

Michael A. Harrison, *Wstęp do teorii sieci przełączających i teorii automatów*, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1973, str. 549, cena zł 70.— Z angielskiego przetłumaczyli: Henryk Stelmasik, Jerzy Szabatin i Włodzimierz Zuberek.

1. Podstawy matematyczne. 2. Algebra Boole'a i jej zastosowanie. 3. Kombinacyjne układy przełączające. 4. Minimalizacja funkcji boolowskich. 5. Grupy odwzorowań i niezmienniczość grup. 6. Własności funkcji boolowskich i ich wykorzystanie w syntezie. 7. Sieci drzewowe i ogólna dyskusja syntezy. 8. Projektowanie niezawodnych układów za pomocą zawodnych elementów. 9. Wprowadzenie do teorii maszyn sekwencyjnych. 10. Maszyny sekwencyjne z wyjściem. 11. Problem minimalizacji. 12. Systemy przejść i wyrażenia regularne. 13. Zdarzenia określone i maszyny probabilistyczne. 14. Realizacja układowa i zagadnienie kodowania stanów. 15. Wprowadzenie do teorii języków bezkontekstowych.